

*І.М. Ольховий, канд. техн. наук, доцент
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності),
Х.І. Ліщинська, канд. техн. наук
(Національний університет «Львівська політехніка»)*

ДОСЛІДЖЕННЯ ВПЛИВУ ВИСОТИ ЗАПОВНЕННЯ РІДИНОЮ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ЦИЛІНДРИЧНОГО РЕЗЕРВУАРА НА НАПРУЖЕНИЙ СТАН В ЙОГО СТІНЦІ

Проведено дослідження впливу висоти заповнення рідиною горизонтального тонкостінного, опертого на опори, циліндричного резервуара на напружений стан і міцність його стінок. Приведені наближені формули для визначення меридіональних і окружних напружень в стінці. Як частковий випадок розглянуто повне заповнення резервуару. Проведено числовий аналіз і наведено результати порівняння напружень в випадку наповнення до половини висоти і повного заповнення. Встановлено, що в першому випадку меридіональні напруження перевищують аналогічні при повному заповненні резервуара.

Ключові слова: циліндричний резервуар, напружений стан, меридіональні і окружні напруження, висота наповнення

Стан проблеми. Циліндричні резервуари з горизонтальною віссю, що оперті на двох або більше опорах зустрічаються в багатьох галузях народного господарства. Це – нафто- або водопроводи великого діаметра, горизонтальні циліндричні резервуари для зберігання різного роду рідин і тому подібне. Оскільки в них дуже часто зберігаються екологічно-, пожежо- і техногеннонебезпечні рідини (нафта, бензин, хімічні речовини), то точне визначення напружень в стінках таких резервуарів і правильна оцінка їх міцності є актуальною і важливою задачею. В процесі експлуатації резервуарів трапляються випадки як повного, так і часткового заповнення об'єму резервуара. Напружені стани в цих двох випадках відрізнятимуться між собою. Особливо ретельного дослідження потребують випадки часткового заповнення резервуара, оскільки тоді по лінії стику заповненої і пустої частин резервуара додатково виникають місцеві силові фактори, які погіршують умови роботи резервуара.

Мета роботи. В роботі наведено наближені вирази для меридіональних і окружних напружень в стінці резервуара у випадках часткового і повного наповнення, наведені дані числового аналізу результатів, та проведено їх порівняння і аналіз.

Виклад основного матеріалу. Якщо горизонтально розташований циліндричний резервуар з радіусом r частково заповнений рідиною з питомою вагою γ (рис.1), то тиск p на стінку резервуара в довільному перерізі, що задається кутом φ буде дорівнювати

$$p = \begin{cases} \gamma r (\cos \varphi - \cos \beta), & \text{при } \varphi < \beta; \\ 0, & \text{при } \varphi \geq \beta \end{cases} \quad (1)$$

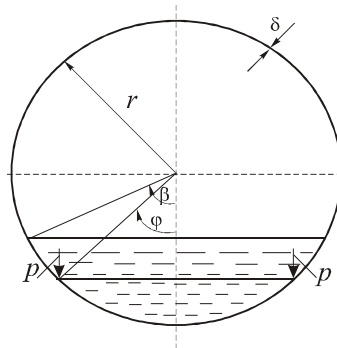


Рис.1. Переріз резервуара

Перший з виразів у системі (1) можна розкласти в ряд, [1], що складатиметься тільки з членів, які містять $\cos \varphi$, оскільки p не залежить від знака φ , тобто є парною функцією

$$p = p_0 + p_1 \cos \varphi + p_2 \cos 2\varphi + \dots + p_n \cos n\varphi, \quad (2)$$

де коефіцієнти членів ряду визначаються із виразів

$$p_0 = \frac{\gamma r}{\pi} \int_0^\beta (\cos \varphi - \cos \beta) d\varphi = \frac{\gamma r}{\pi} (\sin \beta - \beta \cdot \cos \beta) = \gamma r \cdot \psi_0(\beta),$$

$$p_1 = \frac{2\gamma r}{\pi} \int_0^\beta (\cos \varphi - \cos \beta) \cos \varphi d\varphi = \frac{\gamma r}{\pi} (\beta - \sin \beta \cdot \cos \beta) = \gamma r \cdot \psi_1(\beta), \quad (3)$$

$$p_n = \frac{2\gamma r}{\pi(n^2 - 1)} \left(\frac{1}{n} \cos \beta \cdot \sin n\beta - \sin \beta \cdot \cos n\beta \right) = \frac{2\gamma r}{\pi(n^2 - 1)} \cdot \psi_n(\beta) \quad \text{при } n \geq 2.$$

Найбільший інтерес при розрахунках на міцність вказаних резервуарів викликають меридіональні σ_1 і окружні σ_2 напруження, що виникають посередині відстані між опорами, де вони будуть найбільшими. Ці напруження пов'язані з наявністю в стінці резервуару меридіональних S і окружних T сил та меридіональних M і окружних K моментів. Повні меридіональні і окружні напруження визначаються з виразів

$$\left. \begin{aligned} \sigma_m &= \sigma_m' + \sigma_m'' \\ \sigma_\theta &= \sigma_\theta' + \sigma_\theta'' \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

де: $\sigma_m' = \sigma_m(S), \sigma_m'' = \sigma_m(M), \sigma_\theta' = \sigma_\theta(T), \sigma_\theta'' = \sigma_\theta(K)$.

Формули для визначення складових меридіональних і окружних напружень можна представити у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \sigma_1' &= \gamma r \sum_{n=0}^{\infty} \begin{pmatrix} c_n' \\ c_n'' \end{pmatrix} \cdot \varphi_n(\beta) \cdot \cos n\varphi \\ \sigma_1'' &= \gamma r \sum_{n=0}^{\infty} \begin{pmatrix} d_n' \\ d_n'' \end{pmatrix} \cdot \psi_n(\beta) \cdot \cos n\varphi \end{aligned} \right\} \quad (5),$$

де c_n', c_n'', d_n', d_n'' – коефіцієнти, що задаються в загальному випадку громіздкими виразами. Їх величина залежить від товщини стінки резервуара δ , відношення довжини резервуара l до його радіуса $r \left(\frac{l}{r} \right)$, відношення радіуса резервуара до товщини стінки $\left(\frac{r}{\delta} \right)$ і механічних характеристик матеріалу резервуара (коефіцієнта Пуассона μ).

При визначенні напружень за формулами (5) достатньо брати не більше 4-5 членів ряду. При цьому точність розв'язку буде тим більшою, чим тонша стінка резервуара (чим більше відношення $\left(\frac{r}{\delta} \right)$) і чим довший резервуар (чим більше відношення $\left(\frac{l}{r} \right)$). Якщо пара-

метр $\alpha = \frac{n^2}{4k} \cdot \frac{l}{r} \geq 5$, де: $k = \sqrt[4]{3(1-\mu^2)} \cdot \sqrt{\frac{r}{\delta}}$, то формули для визначення коефіцієнтів

c_n', c_n'', d_n', d_n'' значно спрощуються і набувають вигляду [2]

$$c_n' \approx \frac{4k^2}{\pi n^2 (n^2 - 1)} \cdot \frac{r}{\delta} \cdot \frac{\sin \alpha}{ch \alpha},$$

$$d_n' \approx \frac{2}{\pi (n^2 - 1)} \cdot \frac{r}{\delta} \cdot \frac{\cos \alpha}{sh \delta},$$
(6)

$$c_n'' \approx \frac{12}{\pi (n^2 - 1)} \cdot \left(\frac{r}{\delta}\right)^2 \cdot \left[\frac{n^2}{k^4} \cdot \frac{\cos \alpha + \left(\frac{k}{n}\right)^2 \sin \alpha}{2ch \alpha} + \frac{\mu}{n^2} \left(1 - \frac{\cos \alpha}{ch \alpha}\right) \right],$$

$$d_n'' \approx \frac{12}{\pi (n^2 - 1)} \cdot \left(\frac{r}{\delta}\right)^2 \cdot \left[\mu \cdot \frac{n^2}{k^4} \cdot \frac{\cos \alpha + \left(\frac{k}{n}\right)^2 \sin \alpha}{2ch \alpha} + \frac{1}{n^2} \left(1 - \frac{\cos \alpha}{ch \alpha}\right) \right].$$

Вирази для напружень у випадку повністю заповненого рідиною резервуара можна отримати із виразів для попереднього випадку, поклавши кут β , що характеризує висоту заповнення резервуара рівним, (рис.1) $\beta = \pi$. Тоді коефіцієнти ряду (2) набувають значення

$$p_0 = \gamma r, \quad p_1 = \gamma r, \quad p_n = 0 \quad (n = 2, 3 \dots).$$

Вираз (2) при цьому набирає вигляду

$$p = \gamma r (1 + \cos \varphi) \tag{7}$$

В цьому випадку в сумах із виразів (5) потрібно обмежитись двома членами при $n = 0$. Наближені вирази для меридіонального σ_m і окружного σ_θ напружень можна одержати і простішим шляхом, розглядаючи опертий довгий циліндричний горизонтальний резервуар як балку з кільцевим перерізом, яка шарнірно оперта по краях на дві опори і навантажена по всій довжині рівномірно розподіленим навантаженням інтенсивності $q = \gamma \cdot \pi r^2$. Максимальний згинальний момент в такій балці, що виникає посередині довжини

$$M = \frac{ql^2}{8} = \frac{\gamma \cdot \pi r^2}{8} l^2.$$

Меридіональні напруження, що виникають у цьому перерізі в довільній точці з ординатою $y = r \cos \varphi$

$$\sigma_m = \frac{M \cdot y}{I_z} = \frac{\gamma l^2}{8\delta} \cos \varphi, \tag{8}$$

де $I_z = \pi \delta r^3$ – осьовий момент інерції тонкостінного кільця з товщиною стінки δ відносно нейтральної осі z .

Окружні напруження в стінці резервуара, які виникають внаслідок тиску рідини, визначаються за рівнянням Лапласа, яке у випадку циліндричного резервуара набуває вигляду [3]

$$\frac{\sigma_\theta}{r} = \frac{p}{\delta}.$$

Звідки знаходимо

$$\sigma_\theta = \frac{pr}{\delta} = \frac{\gamma r^2}{\delta} (1 + \cos \varphi) \tag{9}$$

Як числовий приклад визначення і дослідження напружень в стінці резервуара визначимо напруження в опертому по краях сталюму циліндричному тонкостінному резервуарі

(товщина стінки $\delta = 5$ мм, коефіцієнт Пуассона $\mu = 0,3$) довжиною $l = 10$ м, з радіусом $r = 1$ м, заповненому до половини висоти водою ($\gamma = 1 \frac{z}{\text{см}^3}$).

В цьому випадку

$$\frac{l}{r} = 10, \quad \frac{r}{\delta} = 200, \quad \frac{l}{\delta} = 2000, \quad \beta = \frac{\pi}{2}. \quad (10)$$

При таких числових даних із співвідношень (5), (6) дістаємо вирази для меридіональних і окружних напружень

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \gamma r (12,7 \cdot \cos \varphi + 22,97 \cdot \cos 2\varphi - 2,82 \cdot \cos 4\varphi + 0,35 \cdot \cos 6\varphi) \\ \sigma_\theta &= \gamma r (0,64 + 1,44 \cdot \cos \varphi + 9,72 \cdot \cos 2\varphi - 7,20 \cdot \cos 4\varphi + 1,18 \cdot \cos 6\varphi) \end{aligned} \quad (11)$$

Надаючи кутові φ різні значення ($\varphi = 0, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{2}, \frac{3\pi}{4}, \pi$) за виразами (11) обчислені величини меридіональних і окружних напружень значення яких в МПа наведені в таблиці 1.

В цій же таблиці наведені значення для аналогічних напружень для вказаного повністю заповненого резервуара, які обчислені за формулами (8) та (9). Ці формули, для зручності використання співвідношень (10), приведені до вигляду

$$\begin{aligned} \sigma_m &= \frac{M \cdot y}{I_z} = \frac{\gamma l^2}{8\delta} \cos \varphi = \gamma r \cdot \frac{1}{8} \cdot \frac{l}{\delta} \cdot \frac{l}{r} \cdot \cos \varphi \\ \sigma_\theta &= \frac{pr}{\delta} = \frac{\gamma r^2}{\delta} (1 + \cos \varphi) = \gamma r \cdot \frac{r}{\delta} (1 + \cos \varphi) \end{aligned}$$

Таблиця 1

Напруження в стінці частково і повністю заповненого циліндричного резервуара

Наполовину заповнений резервуар ($\beta = 90^\circ$)					
Напруження	Значення кута φ				
	0	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{2}$	$\frac{3\pi}{4}$	π
$\sigma_m, \text{МПа}$	33,2	11,8	-21,6	-6,1	7,9
$\sigma_\theta, \text{МПа}$	5,8	8,9	-17,5	6,8	2,9
Повністю заповнений резервуар					
$\sigma_m, \text{МПа}$	25,0	17,7	0	-17,7	-25,0
$\sigma_\theta, \text{МПа}$	4,0	3,4	2,0	-0,6	0

Як видно з таблиці, максимальні напруження, що виникають внизу резервуара (при $\varphi = 0$) є більшими у випадку наполовину заповненого резервуара в порівнянні з повністю заповненим резервуаром. Так, найбільші меридіональні напруження для наполовину заповненого резервуара дорівнюють $\max \sigma_m = 33,2 \text{ МПа}$, а для повністю заповненого – $\max \sigma_m = 25,0 \text{ МПа}$. Цей результат, який можна вважати неочікуваним, пов'язаний, очевидно, з тим, що при згині повністю заповненого резервуара виникає внутрішній тиск рідини, який протидіє викривленню осі циліндра і зменшує величину напружень в його стінці.

Висновки. Наведені вирази для напружень в горизонтальному тонкостінному циліндричному резервуарі, опертому по краях на опори, що заповнений частково або повністю рідиною. Проведені числові дослідження меридіональних і окружних напружень в стінці резервуара, які вказують на те, що для випадку наполовину заповненого резервуара ці напруження є більшими в порівнянні з відповідними значеннями для повністю заповненого резервуара. Цей фактор слід враховувати при розрахунках і експлуатації вказаного типу резервуарів.

Список літератури:

1. Канторович З.Б. Основы расчета химических машин и аппаратов. – М.: Машгиз, 1952. – 572с.
2. Лурье А.И. Статика тонкостенных упругих оболочек. – М.: Гостехиздат, 1947. – 430с.
3. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1975. – 704с.

И.М. Ольховый, Х.И. Лищинская

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ВЫСОТЫ ЗАПОЛНЕНИЯ ЖИДКОСТЬЮ ГОРИЗОНТАЛЬНОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО РЕЗЕРВУАРА НА НАПРЯЖЕННОЕ СОСТОЯНИЕ В ЕГО СТЕНКЕ

Исследовалось влияние высоты наполнения жидкостью горизонтального тонкостенного цилиндрического резервуара, лежащего на опорах, на его прочность. Приведены формулы и произведены расчеты по определению напряжений. Установлено, что напряжения в частично заполненном резервуаре больше от напряжений в полностью заполненном резервуаре.

Ключевые слова: цилиндрический резервуар, напряженное состояние, меридиональные и окружные напряжения, высота наполнения жидкостью.

I. Olkhovyi, K. Lishchynska

RESEARCH OF INFLUENCE OF FILLING HEIGHT BY A LIQUID OF THE HORIZONTAL CYLINDRICAL TANK ON AN INTENSE CONDITION IN ITS WALL

Influence of height of filling by a liquid of the horizontal thin-walled cylindrical tank laying on support, on its durability was investigated. Formulas are resulted and calculations by definition of strength are made. It is established, that in part filled tank it is more than strength from strength at completely filled tank.

Key words: the cylindrical tank, intense condition, meridional and district strength, height of filling by a liquid

