

*А.Д. Кузик, канд. фіз.-мат. наук, доцент, М.М. Семерак, д-р. техн. наук, професор, Н.С. Сидорчук (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)*

## МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПОШИРЕННЯ ТЕПЛА В ЕЛЕМЕНТАХ БУДІВЕЛЬНИХ КОНСТРУКЦІЙ ПІД ЧАС ПОЖЕЖІ

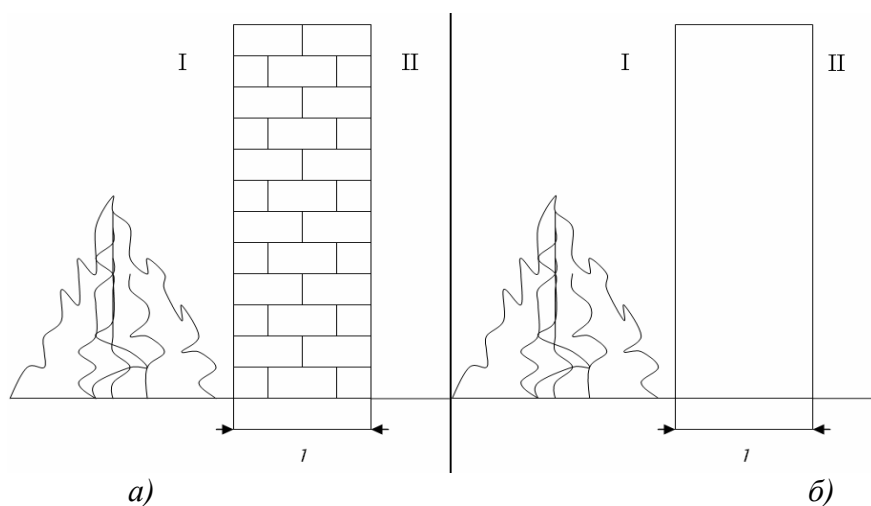
Розглядається одновимірна задача поширення тепла під час пожежі елементами будівельних конструкцій – цегляною та бетонною стінами та металевим наскрізним стержнем у стіні. Граничною умовою на початку конструкції є стандартна крива пожежі, вкінці – гранична умова 3-го роду, яка описує тепловіддачу в навколишнє середовище на основі закону Ньютона. Диференціальне рівняння теплопровідності з відповідною початковою та граничними умовами розв'язується чисельними методами для випадків з використанням сталих та залежних від температури коефіцієнтів теплопровідності та теплоємності. Теоретично доведено зниження межі вогнестійкості будівельних конструкцій через наявність в них наскрізних металевих елементів.

**Ключові слова:** стандартна крива пожежі, рівняння теплопровідності.

**Постановка задачі.** Важливою характеристикою елементів будівельних конструкцій є межа вогнестійкості, яка, згідно з [1], є часом, який визначається з умов втрати теплоізолювальної здатності або конструктивної цілісності. З метою забезпечення належного рівня вогнестійкості для будівництва використовують матеріали з малою теплопровідністю. Питанню вогнестійкості будівельних конструкцій присвячено багато досліджень, які описані у різній літературі [2-6]. Однак, наявність в будівельних конструкціях металевих елементів, які є добрими **провідниками** тепла, може знизити межу вогнестійкості конструкції, сприяючи підвищенню температури у суміжному приміщенні до небезпечної межі. Елементи будівельних конструкцій перед використанням випробовують за допомогою спеціального обладнання за відповідною методикою [7]. Математичне моделювання процесів теплопровідності здійснюється за допомогою рівнянь математичної фізики [8, 9]. Результати моделювання близькі до експериментальних при побудові моделі з урахуванням важливих аспектів. Але у літературі не описано впливу на вогнестійкість наявності металевих наскрізних фрагментів у елементах будівельних конструкцій.

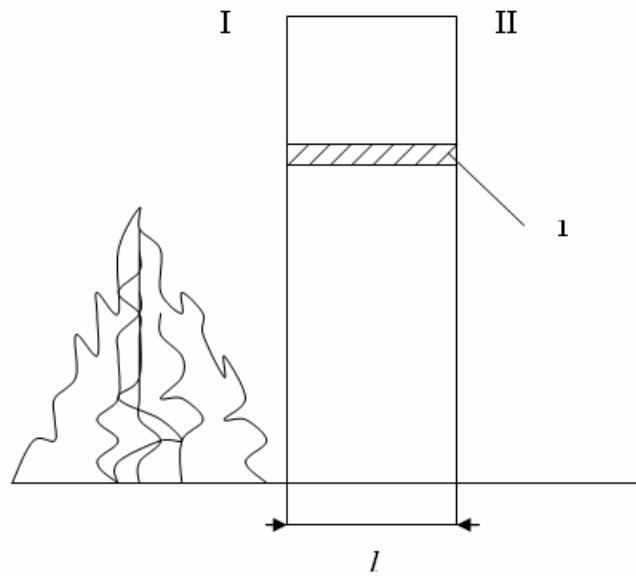
**Метою роботи** є побудова математичної моделі для визначення впливу на вогнестійкість елементів будівельних конструкцій наявності у них наскрізних металевих фрагментів.

**Основні результати.** Розглянемо задачу поширення тепла у вертикальній однорідній стіні з цегли, бетону (рис. 1)



**Рис. 1.** Поширення тепла у вертикальній стіні з а) цегли, б) бетону

та у такій же стіні за наявності наскрізного металевого стержня (рис. 2).



**Рис. 2.** Поширення тепла у вертикальній стіні з наскрізним металевим стержнем I

Внутрішні не несучі стіни забезпечують I та II ступені вогнестійкості будівлі, якщо їх межі вогнестійкості не менші за 30 і 15 хв [1].

Для опису поширення тепла в твердих тілах використовуються рівняння теплопровідності

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \left( \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial y} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial z} \right) \right) + f(x, y, z, t), \quad (1)$$

де  $T=T(x, y, z, t)$  – температура в точці з координатою  $(x, y, z)$  в момент часу  $t$ ,

$c$  – питома теплоємність, Дж/(кг·К),

$\rho$  – густина, кг/м<sup>3</sup> та  $\lambda$  – теплопровідність тіла, Вт/(м·К),

$f$  – функція джерела, Вт/м<sup>3</sup>.

Для випадку поширення тепла по товщині вертикальної стіни можемо використати одновимірне рівняння без функції джерела

$$c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x} \left( \lambda \frac{\partial T}{\partial x} \right). \quad (2)$$

В приміщенні, у якому виникла пожежа, температура зростає з часом від початкової температури  $T_0$  до температури пожежі. Для опису зміни температури використовується стандартна крива пожежі [2], яка описує середньооб'ємну температуру у приміщенні під час пожежі в момент часу  $t$ . Тому граничною умовою зі сторони приміщення з пожежею буде умова першого роду

$$T(0, t) = T_0 + 345 \lg \left( \frac{8t}{60} + 1 \right) \quad (3)$$

У суміжному приміщенні, яке відділене стіною товщиною  $l$ , відбувається теплообмін між стіною та повітрям, який описується законом Ньютона [9]. Тому граничною умовою на поверхні стіни зі сторони приміщення II буде умова третього роду

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial x}(l, t) = -\alpha(T(l, t) - T_0), \quad (4)$$

де  $\alpha$  – коефіцієнт тепловіддачі, який згідно з [10] для межі середовищ гладка поверхня повітря  $\alpha = 5,6 + 4v$  Вт/(м<sup>2</sup>·К), де  $v$  – швидкість переміщення повітря в м/с.

Оскільки всередині приміщення з замкненими дверима та вікнами переміщення повітря може відбуватися лише завдяки конвекції, знехтуємо швидкістю  $v$ . Будемо вважати, що в початковий момент часу температура в кожній точці приміщень I та II та всередині стіни є однаковою та дорівнює  $T_0$ . Тому початкова умова буде мати вигляд

$$T(x, 0) = T_0 \quad (5)$$

Розв'язавши рівняння (2) методом скінченних різниць [9] з граничними умовами (3), (4) та початковою умовою (5) ( $T_0 = 20^\circ\text{C} = 293\text{K}$ ) для цегляної стіни ( $\rho = 1580$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 710$  Дж/(кг·К),  $\lambda = 0,34$  Вт/(м·К)), бетонної стіни ( $\rho = 2550$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 710$  Дж/(кг·К),  $\lambda = 1,15$  Вт/(м·К)), а також для наскрізного сталевго стержня ( $\rho = 7800$  кг/м<sup>3</sup>,  $c = 440$  Дж/(кг·К),  $\lambda = 48$  Вт/(м·К)), одержуємо такі значення часу, після закінчення якого виникне небезпечна температура в суміжному приміщенні (небезпечною, згідно з [1], вважається температура, яка перевищує початкову на  $140^\circ\text{C}$  в кожній точці або на  $180^\circ\text{C}$  в одній окремій точці) (табл. 1).

**Таблиця 1.**

*Час досягнення небезпечної температури в суміжному приміщенні*

Матеріал	Товщина (для наскрізного стержня – довжина) (м)	Небезпечна температура (°C)	Час досягнення небезпечної температури (год)
Цегла червона	0,12	160	1,710
	0,25	160	621,012
Бетон	0,12	160	1,225
	0,25	160	15,230
Сталь	0,12	200	0,095
	0,25	200	0,316

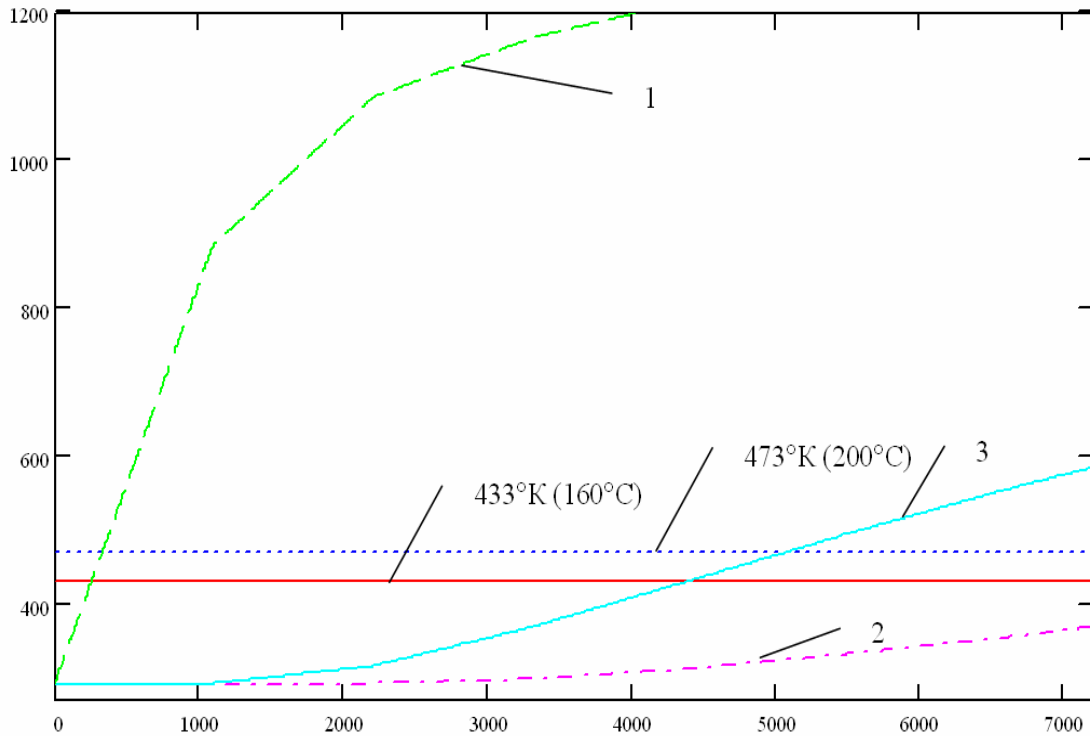
Зміна температури на поверхні стіни в суміжному приміщенні описується для різних матеріалів кривими (рис. 3).

Задачі (2)-(5) розглядають, зазвичай, для сталих значень теплоємності  $c$  та теплопровідності  $\lambda$ . Проте ці величини є залежними від температури. На практиці [2] розглядають лінійні залежності теплопровідності від температури, які виражаються формулами (табл. 2).

**Таблиця 2.**

*Залежність теплопровідності та теплоємності матеріалів від температури  $\tau$  (°C)*

Матеріал	Теплопровідність Вт/(м·К)	Теплоємність Дж/(кг·К)
Цегла червона	$0,34 + 0,00017\tau$	$710 + 0,42\tau$
Бетон	$1,15 - 0,00055\tau$	$710 + 0,83\tau$
Сталь	$48 - 0,0365\tau$	$440 + 0,48\tau$



**Рис. 3.** Залежність температури (К) на поверхні стіни товщиною 0,12 м у суміжному приміщенні від часу (с)

(1 – для сталевого стержня, 2 – для стіни з цегли, 3 – для бетонної стіни)

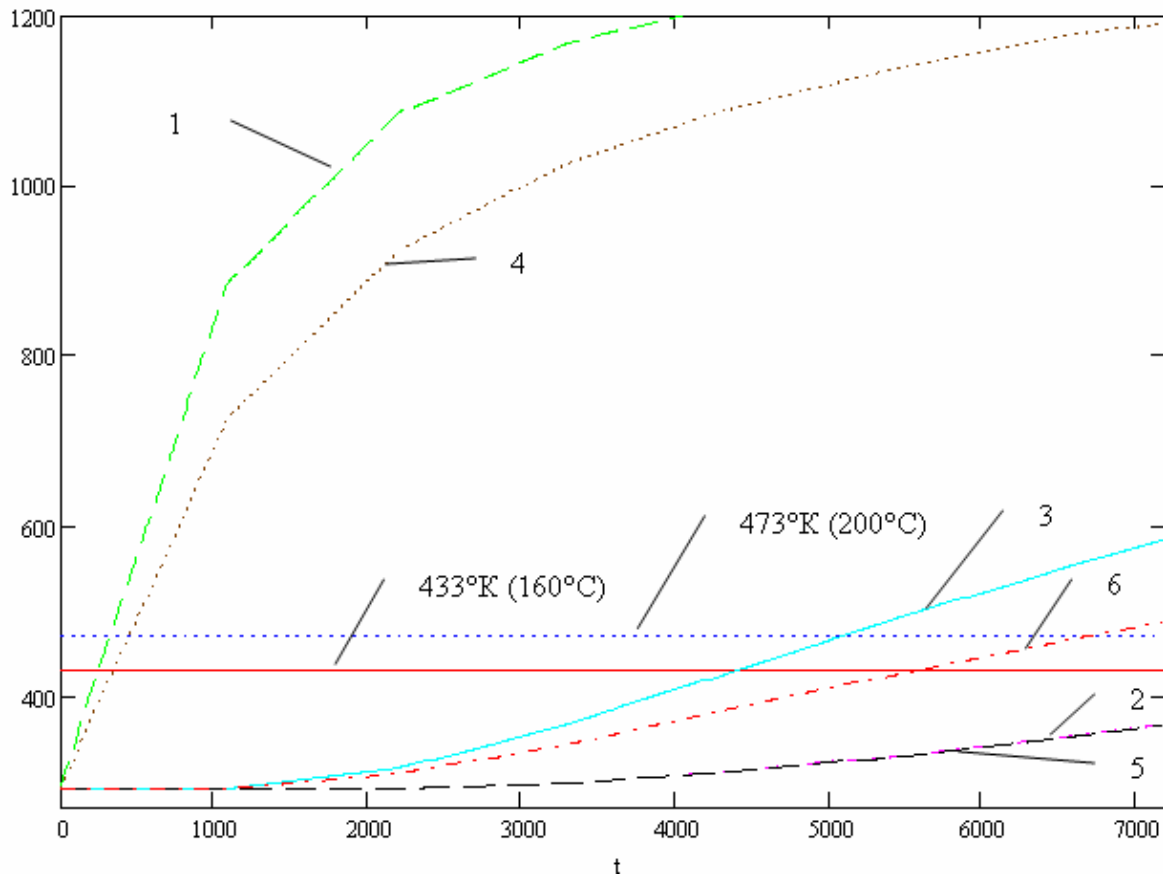
Рівняння теплопровідності (2) з урахуванням даних з таблиці 2 стає нелінійним. Розв'язавши задачу (2)-(5) для залежних від температури значень теплопровідності, одержуємо значення часу досягнення небезпечних температур в суміжному з пожежею приміщенні (табл. 3).

**Таблиця 3.**

Час досягнення небезпечної температури в суміжному приміщенні (теплопровідність та теплоємність залежні від температури)

Матеріал	Товщина (для наскрізного стержня – довжина) (м)	Небезпечна температура (°С)	Час досягнення небезпечної температури (год.)
Цегла червона	0,12	160	2,851
	0,25	160	13,472
Бетон	0,12	160	1,540
	0,25	160	6,567
Сталь	0,12	200	0,117
	0,25	200	0,404

Залежності температури від часу на поверхні стіни приміщення II для сталей та залежних від часу значень теплопровідності зображені на рис. 4.



**Рис. 4.** Залежність температури (К) на поверхні стіни суміжного приміщення від часу (с) для сталей та змінних значень теплоємності  $c$  та теплопровідності  $\lambda$

(1 – для сталевго стержня, 2 – для стіни з цегли, 3 – для бетонної стіни ( $c$  та  $\lambda$  сталі), 4 – для сталевго стержня, 5 – для стіни з цегли, 6 – для бетонної стіни ( $c$  та  $\lambda$  залежні від температури))

**Висновки.** В результаті математичного моделювання встановлено, що час досягнення небезпечної температури в суміжному приміщенні з тим, у якому виникла пожежа, не перевищує нормованого для першого та другого ступеня вогнестійкості (30 і 15 хв) у випадку несучих внутрішніх стін з бетону та цегли товщиною 0,12 м та більше. За наявності наскрізних сталевих фрагментів цей час значно зменшується і становить 5,7 хв для товщини 0,12 м та 18,96 хв для товщини 0,25 м, що знижує ступінь вогнестійкості будівлі до V і II, відповідно. Якщо враховувати залежність теплоємності та теплопровідності від температури, то час буде дещо більшим – 7,2 і 24,24 хв відповідно, але ступінь вогнестійкості знизиться також до V і II ступеня. Це підвищує пожежну небезпеку конструкцій та повинно враховуватися під час проектування, спорудження та експлуатації будівель.

#### Список літератури:

1. ДБН В.1.1-7-2002 “Пожежна безпека об’єктів будівництва” – Київ: Держбуд України, 2003. – 42 С.
2. Мосалков И. Л. Огнестойкость строительных конструкций / И. Л. Мосалков, Г. Ф. Плюснина, А. Ю. Фролов. – М.: Спецтехника, 2001. – 483 С.
3. Мацевитый Ю.М. Идентификация и моделирование теплофизических процессов в строительных конструкциях при экстремальных тепловых воздействиях / Ю.М.Мацевитый, А.П.Слесаренко, Н.А.Сафронов // Доповіді НАН України. – 2007. – № 2. – С. 82-86.
4. Демчина Б.Г. Вогнестійкість одно- і багатошарових просторових конструкцій житлових та громадських будівель: докт. дисерт. / Б. Г. Демчина. – Харків, 2003. 367 С.

5. Демчина Б.Г. Нові підходи до розрахунку границь вогнетривкості будівельних конструкцій/ Б.Г. Демчина // Вісник Київ ЗНДІЕП. Конструкции гражданских зданий. – Київ: Видавництво Київ ЗНДІЕП, 1999. – С.59–64
6. Ройтман В. М. Инженеры решения по оценке огнестойкости проектируемых зданий и реконструируемых зданий / В. М. Ройтман. – Ассоциация “Пожарная безопасность и наука”, 2001. – 382 С.
7. Захист від пожежі. Будівельні конструкції. Методи випробувань на вогнестійкість. Загальні вимоги: ДСТУ Б.В. 1.1– 4– 98\*– Київ: Держбуд України. 2005. –22 С.
8. Карслоу Г. Теплопроводность твердых тел. /Г. Карслоу, Д Егер. – М.: Наука, 1964. – 488 С.
9. Тихонов А.Н. Уравнения математической физики / А.Н.Тихонов, А.А.Самарский. – М.: Наука, 1979. – 736 С.
10. Кухлинг Х. Физика / Х. Кухлинг. – М.: Мир, 1980. – 520 С.

*А.Д. Кузык, канд. физ.-мат. наук., доцент, М.М.Семерак, д-р. техн. наук, профессор., Н.С.Сидорчук (Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности)*

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ТЕПЛА В ЭЛЕМЕНТАХ СТРОИТЕЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ ВО ВРЕМЯ ПОЖАРА**

Рассматривается одномерная задача распространения тепла во время пожара элементами строительных конструкций – кирпичной, бетонной стенами и металлическим сквозным стержнем в стене. Граничным условием в начале конструкции является стандартная кривая пожара, в конце – граничное условие 3-го рода, которое описывает теплоотдачу в окружающую среду согласно закона Ньютона. Дифференциальное уравнение теплопроводности с соответствующими начальным и краевыми условиями решается численными методами для случаев с употреблением постоянных и зависящих от температуры коэффициентов теплопроводности и теплоемкости. Теоретически доказано снижение границы огнестойкости строительных конструкций из-за наличия присутствия в них сквозных металлических элементов.

**Ключевые слова:** стандартная кривая пожара, уравнение теплопроводности

*A.D. Kuzyk, Candidate of Science (Physics and Mathematics), associate professor, M.M. Semerak, Doctor of Science (Engineering), Professor, N.S. Sydorчук (Lviv State University of Life Safety)*

### **MATHEMATICAL MODELLING OF HEAT CONDUCTION BY ELEMENTS OF BUILDING CONSTRUCTIONS DURING THE FIRE**

The article deals with the one-dimensional problem of heat conduction during a fire by elements of building construction – brick and concrete walls as well as a metal through a wall rod. The boundary conditions at the beginning of the construction are the standard fire curve and at the end of it – the 3rd kind boundary condition which describes the heat emission in environment according to Newton law. The differential equation of heat conductivity with the corresponding initial and boundary conditions is solved numerically using constant values of heat conductivity and thermal capacity as well as depending on temperature ones. Decrease of fire resistance boundary of building construction as the result of through metal elements presence in them is proved theoretically.

**Key words:** standard fire curve, heat conductivity equation.