

А.Д. Кузик, канд. фіз.-мат. наук, доцент, О.О. Карабин, канд. фіз.-мат. наук, доцент, О.Ю. Чмир, канд. фіз.-мат. наук, О.М. Трусевич, канд. фіз.-мат. наук, доцент (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)

ДВОВИМІРНИЙ СТАТИСТИЧНИЙ АНАЛІЗ ПОЖЕЖ (НА ПРИКЛАДІ МІСТА ЛЬВОВА)

Проведено двовимірний статистичний аналіз пожежної небезпеки території міста Львова з метою встановлення найбільш пожежонебезпечних зон міста. Аналіз здійснено на основі перевірки статистичних гіпотез про нормальний та рівномірний закони розподілу. За локальними екстремумами розподілу встановлено зони скупчення пожеж в районах міста, які зображені на картах ущільненнями ізоліній. Виявлені за результатами двовимірного статистичного аналізу місця скупчення пожеж на території міста є важливим для планування діяльності підрозділів цивільного захисту з метою профілактики та організації гасіння пожеж.

Ключові слова: закон розподілу, щільність розподілу, коефіцієнт кореляції, гістограма.

Статистичний аналіз виникнення пожеж на певних територіях є необхідною умовою для раціональної організації роботи підрозділів цивільного захисту, які обслуговують відповідну територію, оскільки статистична інформація дозволяє спостерігати динаміку пожежної небезпеки зон міста. За її допомогою визначають оптимальну кількість пожежно-рятувальних підрозділів та їх розташування на території міста. Статистичний аналіз діяльності підрозділів цивільного захисту міста Львова проведено в роботах [1], [2], на основі якого встановлено сезонність кількості пожеж, а також залежність кількості пожеж від часу доби. В роботі [3] проаналізовано статистичні методи визначення відносної небезпеки території. Проте просторовий аналіз розподілу пожеж для території міст не здійснювався.

Метою цієї роботи є аналіз двовимірного розподілу точок, координатами яких є місця пожеж, що виникли у Львові (на прикладі даних 2006 року).

З математичної точки зору ця задача полягає в тому, щоб на основі перевірки статистичних гіпотез про закон розподілу випадкової величини «географічні координати місця виникнення пожежі» встановити закономірності їх розподілу.

Першим етапом вирішення задачі є перевірка статистичної гіпотези про рівномірний закон розподілу кількості пожеж на території міста Львова за адміністративними районами. Статистичні дані кількості пожеж, згруповані за районами міста наведено у таблиці 1.

Таблиця 1

Згруповані статистичні дані за районами міста кількості пожеж, що виникли протягом 2005-2007 років

	райони	Залізничний	Галицький	Личаківський	Шевченківський	Франківський	Сихівський	всього
2005 рік	частоти	130	72	79	144	99	67	591
2006 рік	частоти	104	64	52	134	74	57	485
2007 рік	частоти	84	42	55	83	69	73	406

В результаті перевірки статистичних гіпотез для даних 2005-2007 років на основі критерію χ^2 -квадрат нульові гіпотези про рівномірний закон розподілу кількості пожеж в районах міста Львова відхиляються. На основі цього можемо зробити висновок, що у місті Львові

є так звані «домінуючі» райони за кількістю пожеж. З таблиці 1 видно, що саме такими є Шевченківський та Залізничний райони. Слід відзначити, що поділ міста на райони є досить умовним, оскільки для оцінки пожежонебезпечності території потрібно враховувати такі параметри, як густину заселення відповідної території та промислове навантаження.

Розглянемо наступний етап вирішення цієї задачі. За адресами виникнення пожеж з допомогою електронної карти міста <http://lvov.maps.visicom.ua> отримано географічні координати (довготи і широти) $N = 485$ місць виникнення пожеж у місті Львові у 2006 році. Відповідно до цих координат нанесемо місця виникнення пожеж на карту міста (рис. 1).

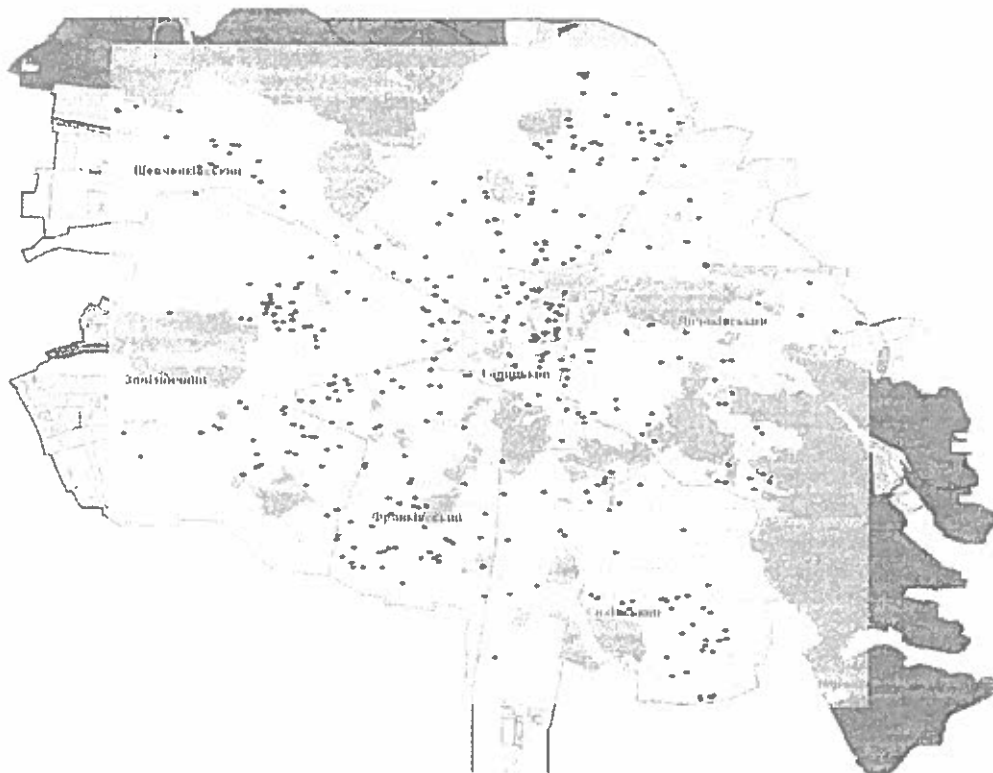


Рис. 1. Карта міста з місцями виникнення пожеж

Перевіримо гіпотезу про нормальний закон розподілу двовимірної випадкової величини «координати пожежі».

Двовимірний випадковий вектор

$$t = \begin{pmatrix} \xi_1 \\ \xi_2 \end{pmatrix}$$

має нормальний розподіл, якщо його густина дорівнює

$$f(t) = \frac{1}{2\pi\sqrt{\det C}} \exp\left\{-\frac{1}{2}(t-m)^T C^{-1}(t-m)\right\},$$

де $m = (M\xi_1, M\xi_2)$ – вектор математичних сподівань, а $C = (Cov_{ij}) = \begin{pmatrix} Cov_{11} & Cov_{12} \\ Cov_{21} & Cov_{22} \end{pmatrix}$ – коваріаційна матриця. Густина двовимірного нормального розподілу записується також у вигляді:

$$f(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma_x\sigma_y\sqrt{1-\rho^2}} \exp\left\{-\frac{1}{2(1-\rho^2)}\left[\frac{(x-m_x)^2}{\sigma_x^2} - \frac{2(x-m_x)(y-m_y)}{\sigma_x\sigma_y} + \frac{(y-m_y)^2}{\sigma_y^2}\right]\right\},$$

де $\det C = Cov_{11}Cov_{22} - Cov_{12}^2 = \sigma_x^2\sigma_y^2(1 - \rho^2)$ – визначник коваріаційної матриці,

$\rho = \frac{Cov_{12}}{\sigma_x\sigma_y} = \frac{M(x - m_x)(y - m_y)}{\sigma_x\sigma_y}$ – коефіцієнт кореляції випадкових величин x та y ,

m_x, m_y – середні значення випадкових величин x та y ,

σ_x, σ_y – середні квадратичні відхилення випадкових величин x та y .

Перевірку гіпотези здійснимо на основі критерію хі-квадрат

$$\chi^2 = N \sum_i \frac{(P_i^{theor} - P_i^{emp})^2}{P_i^{theor}},$$

де $P_i^{theor} = \int_{x_{i-1}}^i \int_{y_{i-1}}^i f(x, y) dx dy$ – теоретична ймовірність потрапляння в i -й інтервал,

$P_i^{emp} = \frac{n_i}{N}$ – відповідне емпіричне значення, n_i – кількість елементів у i -му інтервалі.

Статистичні властивості критерію хі-квадрат залежать як від того, яким чином область визначення випадкової величини розбивається на інтервали, так і від вибору кількості інтервалів. Рекомендована кількість інтервалів групування, що використовується для обчислення оцінок параметрів, побудови гістограм, а також для перевірки статистичних гіпотез за допомогою критерію хі-квадрат Пірсона, коливається в дуже широких межах. Розглянемо деякі з них: формула Старджесса $k = \log_2 N + 1$; формула Брукса и Каррузера $k = 5 \lg N$; а також $k = \sqrt{N}$ та $k = 5 \lg N - 5$.

Отримано такі числові характеристики випадкової величини «координати пожежі»:

$$m_x = 24,015, \sigma_x = 0,035,$$

$$m_y = 49,836, \sigma_y = 0,023,$$

$$\rho_{xy} = -0,103.$$

Проведемо розбиття на інтервали і побудуємо гістограми для кожної з описаних формул.

Якщо $k = \log_2 N + 1 \approx 10$, то отримано графік (гістограму) двовимірного інтервального розподілу (Рис. 2) та відповідне зображення ізоліній пожеж на карті міста (рис. 3)

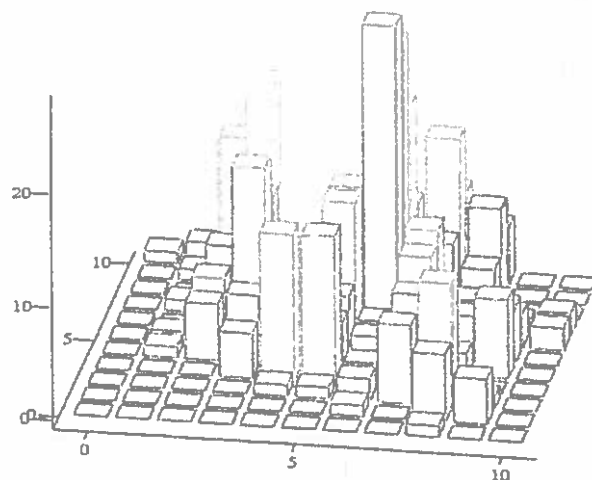


Рис. 2. Гістограма для кроку розбиття 10

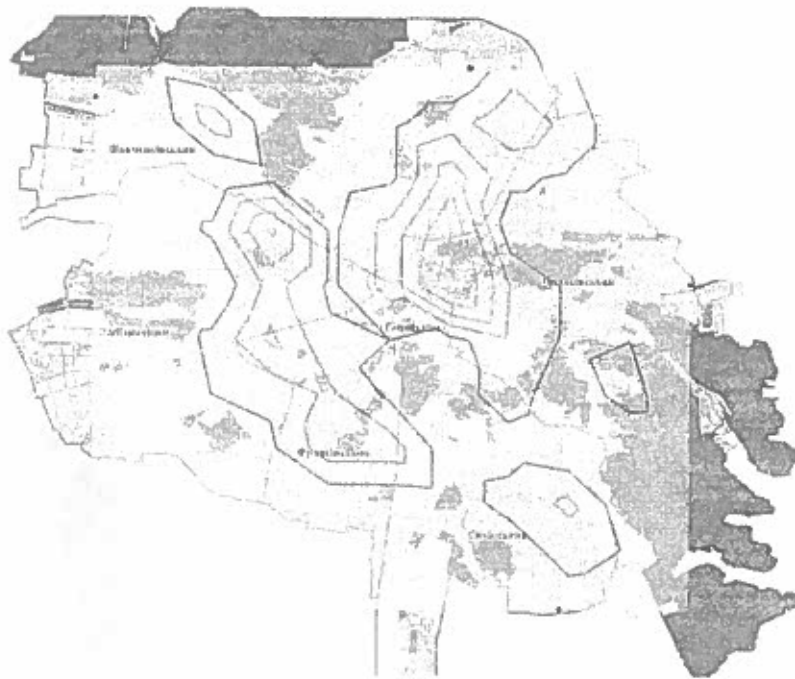


Рис. 3. Ізолінії пожеж, накладені на карту міста з кроком розбиття 10

З рисунків видно, що максимальне скупчення пожеж зосереджене на межі Галицького, Личаківського та Шевченківського районів. При такому розбитті емпіричне значення критерію хі-квадрат становить $\chi^2_{\text{емп}} = 512,8$ та потрапляє в критичну область при рівнях значущості 0,01 та 0,05, що свідчить про невідповідність даного розподілу двовимірному нормальному розподілу.

Розглянемо розбиття на інтервали за формулою $k = 5 \lg N - 5 \approx 8$. На рисунках 4 та 5 зображено аналогічні гістограму та ізолінії.

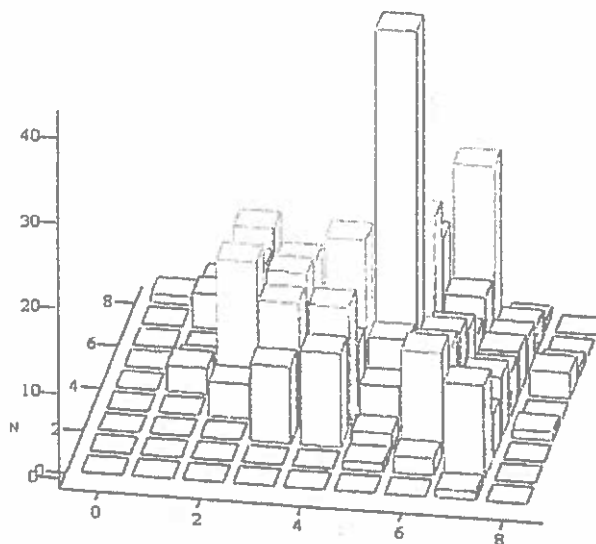


Рис. 4. Гістограма для кроку розбиття 8

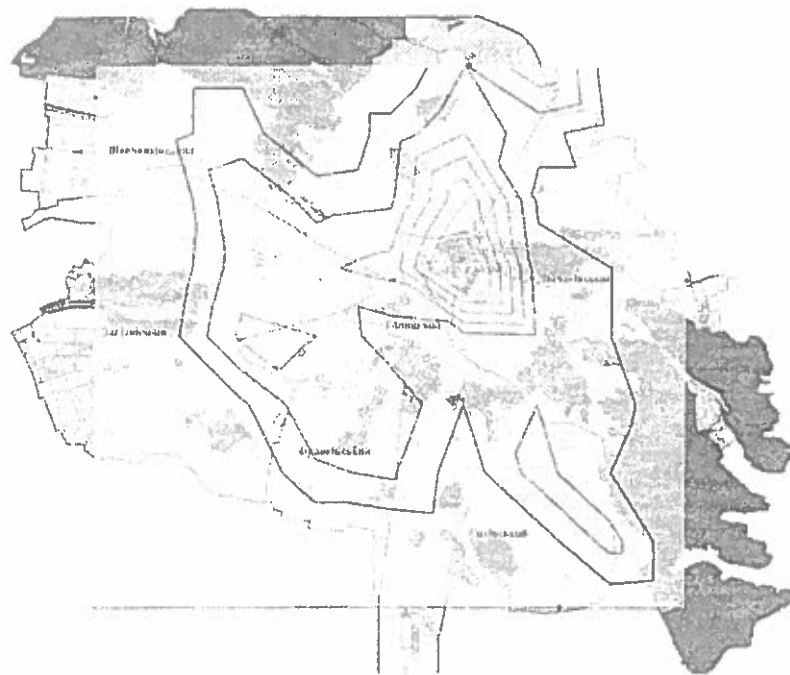


Рис. 5. Ізолінії пожеж, накладені на карту міста з кроком розбиття 8

Дрібніший крок розбиття дозволяє виявити скупчення пожеж на межі Шевченківського та Залізничного районів (рис. 3), яке не спостерігається на рисунку 5. для розбиття на 8 інтервалів. Максимум скупчень пожеж залишився без змін на межі Личаківського, Галицького та Шевченківського районів. Емпіричне значення критерію хі-квадрат становить $\chi^2_{\text{емп}} = 391,913$ і також потрапляє в критичну область при рівнях значущості 0,01 та 0,05, що знову свідчить про неможливість прийняття нульової гіпотези про двовимірний нормальний закон розподілу.

Розглянемо найдрібніше розбиття на інтервали, отримане за допомогою формули $k = 5 \lg N \approx 15$. Гістограму розподілу та ізолінії пожеж зображено на рисунках 6 та 7.

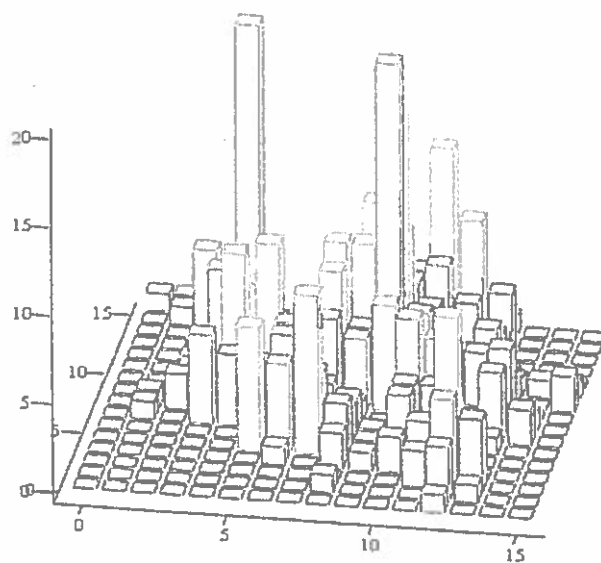


Рис.6. Гістограма для кроку розбиття 15

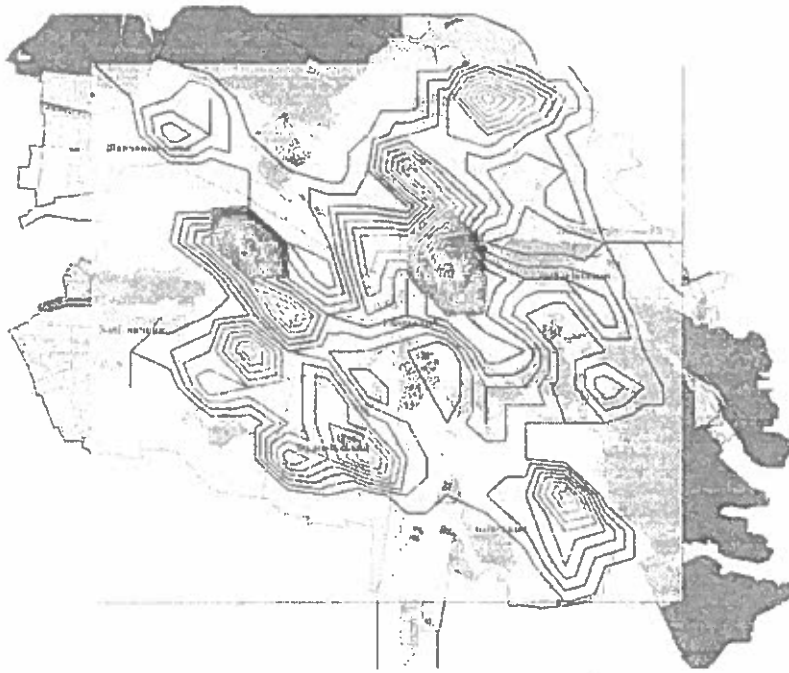


Рис. 7. Ізолінії пожеж, накладені на карту міста з кроком розбиття 15

Як видно з останніх рисунків, саме розбиття на 15 інтервалів підтверджує підвищену пожежонебезпечність частини території міста на межі Шевченківського та Залізничного районів та на межі Личаківського, Галицького та Шевченківського районів, про що свідчить максимальне скупчення ізоліній, накладених на карту міста. Обчислене значення критерію $\chi^2_{\text{вип}} = 840,361$ не дозволяє прийняти нульову гіпотезу про нормальність розподілу двовимірної випадкової величини «координати пожежі».

Висновки. На основі проведеного статистичного аналізу виявлено, що домінуючим районом за кількістю пожеж у 2006 р. був Галицький, близьким до нього – Шевченківський. Розподіли кількості пожеж за районами та координатами є нерівномірними, що пояснюється неоднорідністю заселення території міста. Аналізуючи гістограми частот та ізолінії розподілу спостерігаємо найбільшу густину розподілу у двох точках – на межі Шевченківського та Залізничного районів, та у центральній частині міста на межі Личаківського, Галицького та Шевченківського районів. За локальними екстремумами розподілу встановлено також зони скупчення пожеж практично в кожному районі, які зображені на карті ущільненнями ізоліній (рис. 7).

Виявлені за результатами двовимірного статистичного аналізу місця скупчення пожеж на території міста є важливим для планування діяльності підрозділів цивільного захисту з метою профілактики та організації гасіння пожеж.

Список літератури:

1. Карабин О. О. Деякі статистичні оцінки даних пожежної охорони за 1999-2000 роки / О.О. Карабин, О.М. Трусевич // Пожежна безпека. – 2003. – № 3. – С. 79 – 85.
2. Карабин О. О. Статистичні оцінки параметрів діяльності пожежної охорони / О.О. Карабин // Пожежна безпека. – 2004. – № 4. – С. 137 – 142.
3. Абрамов Ю.О. Аналіз методів визначення відносної небезпеки території / Ю.О. Абрамов, О.Ю. Кірючкін, В.В. Тютюнник, Р.І. Шевченко // Пожежна безпека: теорія і практика – 2008. – № 1. – С. 9 – 11.
4. Крамер Г. Математические методы статистики / Г. Крамер // перевод с англ. под ред. А.Н. Колмогорова. – М.: Мир, 1975. – 625 с.

А. Д. Кузык, канд. физ.-мат. наук, доцент, О.О. Карабын, канд. физ.-мат. наук, доцент, О.Ю. Чмыр, канд. физ.-мат. наук, О. М. Трусевич, канд. физ.-мат. наук, доцент (Львовский государственный университет безопасности жизнедеятельности)

ДВУМЕРНЫЙ СТАТИСТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ ПОЖАРОВ (НА ПРИМЕРЕ ГОРОДА ЛЬВОВА)

Проведен двухмерный статистический анализ пожарной безопасности территории города Львова с целью определения наиболее пожароопасных зон города. Анализ осуществлен на основе проверки статистических гипотез о нормальном и равномерном законах распределения. По локальным экстремумам распределения установлено зоны сосредоточения пожаров в районах города, которые изображены на картах уплотнениями изолиний. Обнаруженные по результатам двумерного статистического анализа места сосредоточения пожаров на территории города есть важными для планирования деятельности подразделений гражданской защиты с целью профилактики и организации тушения пожаров.

Ключевые слова: закон распределения, плотность распределения, коэффициент корреляции, гистограмма, локальный экстремум, изолиния.

A.D. Kuzyk, Candidate of Science (Physics and Mathematics), associate professor, O.O. Karabyn, Candidate of Science (Physics and Mathematics), associate professor, O.Yu. Chmyr, Candidate of Science (Physics and Mathematics), O. M. Trusevych, Candidate of Science (Physics and Mathematics), associate professor (Lviv State University of Life Safety)

TWO - DIMENSIONAL STATISTICAL ANALYSIS OF FIRE (ON EXAMPLE LVIV CITY)

The article deals with two- dimensional statistical analysis of the fire safety on the territory of our city L'viv, done with the aim to find out the most fire-risk areas of the city. The analysis has been done on the basis of verification of the statistical hypothesis about laws of normal and uniform distributions. According to local extremum of distribution the areas of fire accumulation in the regions of the city have been determined and shown on the maps as compression of isolines. The determined areas of fire accumulation on the territory of the city due to the results of two dimensional statistical analysis are important for planning the activity of civil protection units with the aim of preventive measures and the organization of fire extinguishment.

Key words: law of distribution, density distribution, correlation coefficient, histogram, local extremum, isolines.