

І.М. Ольховий, к.т.н., доц. (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності), Х.І. Ліщинська (Національний університет «Львівська політехніка»)

ПРО НАПРУЖЕНИЙ СТАН ТА МІЦНІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕЗЕРВУАРІВ ПРИ ДІЇ ТЕМПЕРАТУРИ, ЩО ЗМІНЮЄТЬСЯ ЗА ЛІНІЙНИМ ЗАКОНОМ

Досліджується напружений стан в циліндричному резервуарі, що знаходиться під дією температурного поля, яке змінюється вздовж осі за лінійним законом

Ключові слова: напружений стан, резервуар, температура, міцність, сила

Проблема. В ряді апаратів пожежної і аварійно-рятувальної техніки зустрічаються тонкостінні резервуари, які крім силових навантажень працюють в умовах нерівномірного нагріву. Температура в частинах таких резервуарів може змінюватись вздовж осі за різними законами. При цьому в стінках резервуарів появляються додаткові температурні напруження, які при їх накладанні з силовими напруженнями можуть набувати великих значень.

Актуальність. Неврахування температурних напружень при роботі апаратів пожежної техніки може бути причиною аварійних ситуацій і виходу цієї техніки з ладу.

Мета. В роботі розглядається питання визначення і дослідження температурних напружень в циліндричних тонкостінних резервуарах, що працюють при температурах, які змінюються за лінійним законом. Розглядається циліндричний резервуар довжиною l (рис.1а), на деякій частині l з малою довжиною l_0 якого температура постійна і рівна t_0 , а в іншій частині 2 циліндра з великою довжиною $l_1 = l - l_0$ температура зменшується за лінійним законом від величини t_0 (в місці контакту частин циліндра) до величини t_1 (в віддалених від місця контакту точках).

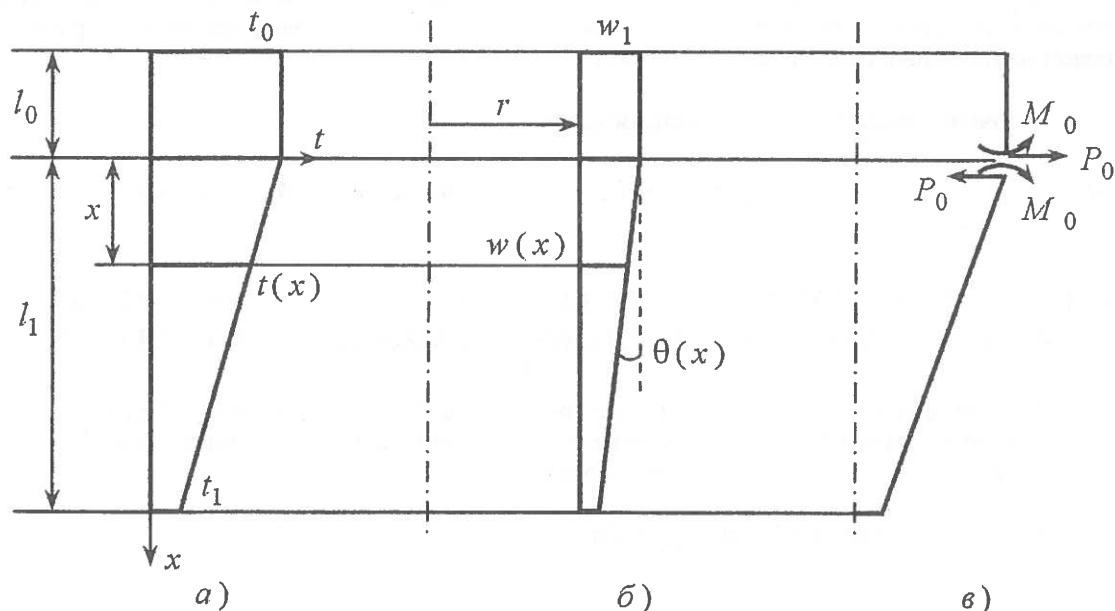


Рис. 1. Деформації і краєві сили в циліндрі

Закон зміни температури вздовж осі циліндра представимо у вигляді

$$t(x) = t_0 - \frac{t_0 - t_1}{l_1} x.$$

При цьому радіус циліндра в першій частині збільшиться на величину (рис.16)
 $w = \alpha \cdot r \cdot t_0$. Збільшення радіуса в довільному перерізі другої частини

$$w(x) = \alpha \cdot r [t_0 - t(x)] = \alpha \cdot r \frac{t_0 - t_1}{l_1} x.$$

Кут повороту стінки циліндра від зміни температури

$$g(x) = \frac{dw(x)}{dx} = \alpha \cdot r \frac{t_0 - t_1}{l_1} = const.$$

В місці стику частин резервуара внаслідок вказаних деформацій виникають крайові сили P_0, M_0 , що показані на рис.1в. Величина цих сил визначається з рівнянь сумісності деформацій частин резервуара [1], які можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \Delta_{P_0}^{(1)} + \Delta_{M_0}^{(1)} &= \Delta_{P_0}^{(2)} + \Delta_{M_0}^{(2)}, \\ g_{P_0}^{(1)} + g_{M_0}^{(1)} &= g_{P_0}^{(2)} + g_{M_0}^{(2)} + g(x). \end{aligned} \quad (1)$$

Переміщення, що входять в рівняння сумісності, визначаються за формулами

$$\Delta_{P_0}^{(i)} = \mp \frac{P_0}{2k^3 D} \frac{chkl_i shkl_i - \cos kl_i \sin kl_i}{sh^2 kl_i - \sin^2 kl_i}, \quad (i = 0, 1)$$

$$\Delta_{M_0}^{(i)} = - \frac{M_0}{2k^2 D} \frac{sh^2 kl_i + \sin^2 kl_i}{sh^2 kl_i - \sin^2 kl_i}, \quad (i = 0, 1)$$

$$g_{P_0}^{(i)} = - \frac{P_0}{2k^2 D} \frac{sh^2 kl_i + \sin^2 kl_i}{sh^2 kl_i - \sin^2 kl_i}, \quad (i = 0, 1)$$

$$g_{M_0}^{(i)} = \mp \frac{M_0}{kD} \frac{chkl_i shkl_i + \cos kl_i \sin kl_i}{sh^2 kl_i - \sin^2 kl_i}, \quad (i = 0, 1),$$

причому: $k = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu^2)}{\delta r}}$ – коефіцієнт затухання;

$$D = \frac{E\delta^3}{12(1-\mu^2)} = \frac{E\delta}{4k^4 r^2} \text{ - циліндрична жорсткість,}$$

де E, μ – модуль пружності і коефіцієнт Пуасона матеріалу резервуара,
 δ, r – товщина стінки і радіус резервуара.

З врахуванням цих виразів рівняння сумісності деформацій (1) набувають вигляду

$$\begin{aligned} -P_0 \frac{chkl_0 shkl_0 - \cos kl_0 \sin kl_0}{sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0} - kM_0 \frac{sh^2 kl_0 + \sin^2 kl_0}{sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0} &= \\ = P_0 \frac{chkl_1 shkl_1 - \cos kl_1 \sin kl_1}{sh^2 kl_1 - \sin^2 kl_1} - kM_0 \frac{sh^2 kl_1 + \sin^2 kl_1}{sh^2 kl_1 - \sin^2 kl_1} & \\ -P_0 \frac{sh^2 kl_0 + \sin^2 kl_0}{sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0} - 2kM_0 \frac{chkl_0 shkl_0 + \cos kl_0 \sin kl_0}{sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0} &= \\ = -P_0 \frac{sh^2 kl_1 + \sin^2 kl_1}{sh^2 kl_1 - \sin^2 kl_1} + 2kM_0 \frac{chkl_1 shkl_1 + \cos kl_1 \sin kl_1}{sh^2 kl_1 - \sin^2 kl_1} + \alpha r \frac{t_0 - t_1}{l_1}. & \end{aligned} \quad (2)$$

Якщо врахувати, що довжина l_1 частини циліндра велика, тобто $l_1 \geq \frac{\pi}{k} = \frac{\pi\sqrt{r\delta}}{\sqrt[4]{3(1-\mu^2)}}$,

що для випадку сталюого циліндра ($\mu = 0,3$) дає значення $l_1 \geq 2,5\sqrt{r\delta}$, то можна прийняти, що $shkl_1 \approx chkl_1$. Врахувавши це і те, що довжина частини циліндра l_0 є малою, з системи рівнянь (2) дістаємо

$$\begin{aligned} -P_0 \frac{chkl_0 shkl_0 - \cos kl_0 \sin kl_0}{sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0} - kM_0 \frac{sh^2 kl_0 + \sin^2 kl_0}{sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0} &= P_0 - kM_0 \\ -P_0 \frac{sh^2 kl_0 + \sin^2 kl_0}{sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0} - 2kM_0 \frac{chkl_0 shkl_0 + \cos kl_0 \sin kl_0}{sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0} &= -P_0 + 2kM_0 + \alpha \frac{t_0 - t_1}{l_0} \frac{\delta E}{2k^2 r} \end{aligned} \quad (3)$$

Якщо ввести позначення

$$\begin{aligned} sh^2 kl_0 - \sin^2 kl_0 &= a, & sh^2 kl_0 + \sin^2 kl_0 &= b, \\ chkl_0 \cdot shkl_0 &= c, & \cos kl_0 \cdot \sin kl_0 &= d, \\ \alpha \frac{t_0 - t_1}{l_0} \cdot \frac{\delta E}{2k^2 r} &= \beta, \end{aligned}$$

То система рівнянь (3) набирає вигляду

$$\begin{aligned} P_0 \cdot \left(1 + \frac{c-d}{a}\right) - M_0 \cdot k \left(1 - \frac{b}{a}\right) &= 0 \\ P_0 \cdot \left(1 - \frac{b}{a}\right) - M_0 \cdot 2k \left(1 + \frac{c+d}{a}\right) &= \beta \end{aligned}$$

Ввівши в останні рівняння узагальнені коефіцієнти

$$A = 1 + \frac{c-d}{a}, \quad B = 2 \left(1 + \frac{c+d}{a}\right), \quad C = 1 - \frac{b}{a},$$

дістаємо вирази для визначення крайових сил

$$P_0 = \beta \cdot k \cdot \frac{C}{C^2 - AB}, \quad M_0 = \beta \cdot \frac{A}{C^2 - AB}.$$

Внутрішні сили в стінці резервуара та напруження, що викликані крайовими силами визначаються за формулами:

окружна сила

$$T(x) = 2kr \cdot e^{-kx} \cdot [P_0 \cos kx + kM_0 (\cos kx - \sin kx)];$$

меридіональний і окружний моменти

$$\begin{aligned} M(x) &= e^{-kx} \cdot \left[\frac{1}{k} P_0 \sin kx + M_0 (\cos kx + \sin kx) \right], \\ K(x) &= \mu \cdot M(x), \end{aligned}$$

Напруження в стінці резервуара, [2]

$$\sigma_m = \frac{6M(x)}{\delta^2}, \quad \sigma_\theta = \frac{T(x)}{\delta} + \frac{6K(x)}{\delta^2}.$$

Як приклад, дослідимо напружений стан в сталюму резервуарі при таких числових даних: $r = 160$ мм, $t_0 - t_1 = 200^\circ$, $\mu = 0,3$, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $l_0 = 30$ мм, $l_1 = 400$ мм, $\delta = 10$ мм, $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$.

У цьому випадку: коефіцієнт затухання

$$k = \frac{\sqrt[4]{3(1-0,3^2)}}{\sqrt{1 \cdot 16}} 0,321, \quad kl_0 = 0,321 \cdot 3 = 0,964,$$

$$2,5 \cdot \sqrt{r\delta} = 2,5 \cdot \sqrt{16 \cdot 1} = 10.$$

Частина резервуара з довжиною $l_0 = 30$ мм є короткою, оскільки $l_0 = 3$ см < 10 см. Частина резервуара з довжиною $l_1 = 200$ мм є довгою, оскільки $l_1 = 20$ см > 10 см.

Врахувавши числові значення тригонометричних функцій, дістаємо такі значення узагальнених коефіцієнтів системи рівнянь сумісності деформацій: $A = 3,0867$, $B = 9,3865$, $C = -2,3138$. Крайові сили при цьому будуть рівними

$$P_0 = 0,159 \text{ кН/см}, \quad M_0 = -0,661 \text{ кНсм/см}.$$

Вирази для внутрішніх сил

$$T(x) = 10,272 \cdot e^{-0,321x} [-0,0532 \cdot \cos 0,321x + 0,212 \cdot \sin 0,321x]$$

$$M(x) = -e^{-0,321x} [0,166 \cdot \sin 0,321x + 0,661 \cos 0,321x]$$

$$K(x) = 0,3 \cdot M(x)$$

Графік зміни внутрішніх сил $T(x)$ [кН/см], $M(x)$, $K(x)$ [кНсм/см] в залежності від координати x [см] показані на рис.2. Графіки зміни меридіальних σ_m і окружних σ_θ напружень [кН/см²] в зоні зміни температури в залежності від координати x [см] показані на рис.3.

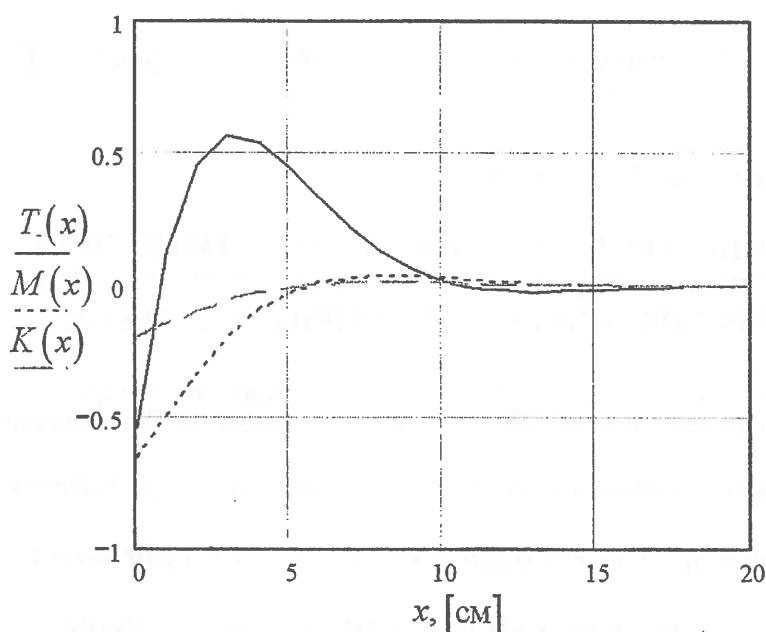


Рис. 2. Зміна внутрішніх сил вздовж осі резервуара

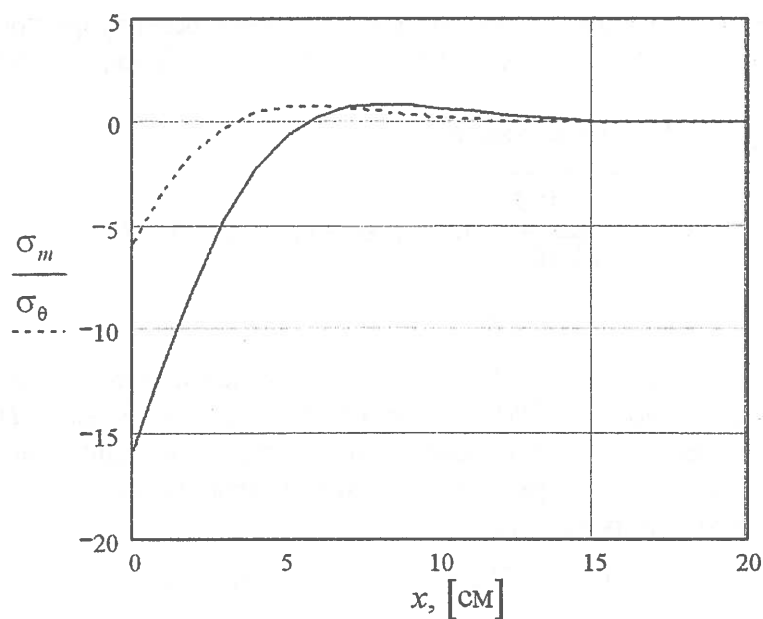


Рис. 3. Розподіл меридіанних (σ_m) і окружних (σ_θ) напружень вздовж осі резервуара

Висновки. Аналіз кривих для внутрішніх сил і напружень вздовж осі резервуара показує на зростання цих величин біля місця зміни закону розподілу температури і досить швидко їх зменшення при віддаленні від цього місця. Зростання найбільших температурних напружень не є таким значним, як у випадку стрибкоподібної зміни температури вздовж осі резервуара.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Канторович З. Б. Основы расчета химических машин и аппаратов. – М.: Машгиз, 1952. – 562 с.
2. Писаренко Г. С. Справочник по сопротивлению материалов / Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – К.: Наукова думка, 1975. – 704 с.

И.М. Ольховый, к.т.н., доц., Х.И. Лищинская

О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ И ПРОЧНОСТИ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ ПРИ ДЕЙСТВИИ ТЕМПЕРАТУРЫ, ИЗМЕНЯЮЩЕЙСЯ ПО ЛИНЕЙНОМУ ЗАКОНУ

Исследуется напряженное состояние в цилиндрическом резервуаре, находящемся под действием температурного поля, изменяющегося вдоль оси резервуара по линейному закону.

Ключевые слова: напряженное состояние, резервуар, температура, прочность, сила

I.M. Olkhovyi, Candidate of Science (Engineering), Docent, K.I. Lishchinska

ABOUT STRESS CONDITION AND DURABILITY OF CYLINDRICAL TANKS AT ACTION OF TEMPERATURE WHICH CHANGES UNDER THE LINEAR LAW

The article deals with the investigation of stress condition in the cylindrical tank. The tank is under action of a temperature field which changes along an axis under the linear law.

Key words: stress condition, tank, temperature, durability, force