

І.М. Ольховий, к.т.н., доцент, (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності), Х.І. Ліщинська (Національний університет «Львівська політехніка»)

ТЕМПЕРАТУРНІ НАПРУЖЕННЯ В ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕЗЕРВУАРАХ ПОЖЕЖНОЇ ТЕХНІКИ ПІД ВПЛИВОМ ТЕМПЕРАТУРНОГО СТИБКА

Розглядається питання дослідження напружень і оцінки міцності в ступінчастому тонкостінному циліндричному резервуарі під дією постійного температурного навантаження зі стрибком в місці зміни товщини резервуара. Досліджено вплив відношення товщини частин резервуара на закон розподілу напружень вздовж осі резервуара

В пожежній техніці широке застосування знаходять різного роду циліндричні резервуари, що знаходяться під газовим чи гідравлічним тиском. В ряді ситуацій такі резервуари працюють в умовах, коли температура частин резервуару змінюється за певним законом. В цьому випадку до напружень в стінці резервуару від зовнішніх навантажень додаються температурні напруження, які можуть досягати значної величини і бути причиною аварійних ситуацій.

Робота присвячена дослідженню напруженого стану в тонкостінному циліндричному резервуарі, що складаються з двох зварених частин з стінками однакової або різної товщини при нагріванні цих частин до різних температур.

Розглядається циліндричний резервуар (рис. 1), окремі частини якого мають товщини стінок δ_1 і δ_2 . Нехай частина 1 циліндра нагріта до температури t_1 , а частина 2 – до температури t_2 .

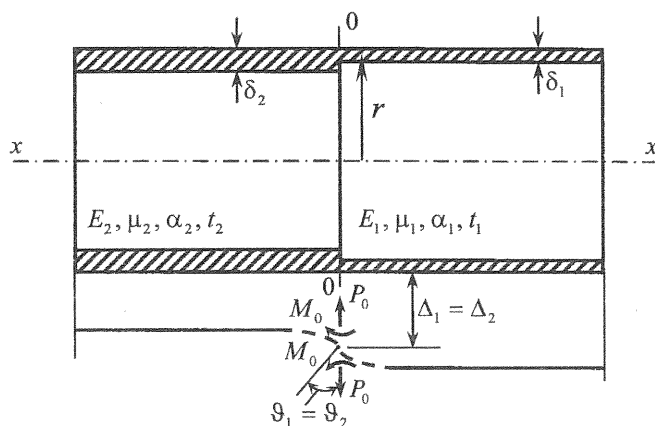


Рис. 1. Схема навантаження і деформування резервуара

Рівняння сумісності деформацій в перерізі 0-0 стикування частин резервуару мають вигляд

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{t_1}^{(1)} + \Delta_{P_0}^{(1)} + \Delta_{M_0}^{(1)} &= \Delta_{t_2}^{(2)} + \Delta_{P_0}^{(2)} + \Delta_{M_0}^{(2)} \\ \vartheta_{P_0}^{(1)} + \vartheta_{M_0}^{(1)} &= \vartheta_{P_0}^{(2)} + \vartheta_{M_0}^{(2)} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

де: P_0, M_0 – крайові сили в місці стику;

$\Delta^{(i)}, \vartheta^{(i)}$ – відповідно радіальні і кутові переміщення в місці стику частин резервуару.

Температурні радіальні переміщення частин резервуару визначаються із виразів

$$\Delta_{ii}^{(i)} = -\alpha_i t_i r, \quad (i = 1, 2), \quad (2)$$

де: α_i – коефіцієнти температурного розширення матеріалу частин резервуару;

r – середній радіус частин резервуару.

Переміщення від крайових сил P_0, M_0 визначаються за формулами, [1]:

$$\left. \begin{aligned} \Delta_{P_0}^{(i)} &= \mp \frac{2k_i r^2}{\delta_i E_i} P_0, & \Delta_{M_0}^{(i)} &= -\frac{2k_i^2 r^2}{\delta_i E_i} M_0 \\ \vartheta_{P_0}^{(i)} &= -\frac{2k_i^2 r^2}{\delta_i E_i} P_0, & \vartheta_{M_0}^{(i)} &= \mp \frac{4k_i^3 r^2}{\delta_i E_i} M_0 \end{aligned} \right\}, (i=1, 2), \quad (3)$$

де коефіцієнти затухання

$$k_i = \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu_i^2)}}{\sqrt{r\delta_i}}.$$

Після підстановки цих значень в рівняння сумісності деформацій дістаємо для визначення крайових сил P_0, M_0 систему рівнянь

$$\left. \begin{aligned} -\alpha_1 t_1 r - \frac{2k_1 r^2}{\delta_1 E_1} P_0 - \frac{2k_1^2 r^2}{\delta_1 E_1} M_0 &= -\alpha_2 t_2 r + \frac{2k_2 r^2}{\delta_2 E_2} P_0 - \frac{2k_2^2 r^2}{\delta_2 E_2} M_0 \\ \frac{2k_1^2 r^2}{\delta_1 E_1} P_0 - \frac{4k_1^3 r^2}{\delta_1 E_1} M_0 &= \frac{2k_2^2 r^2}{\delta_2 E_2} P_0 - \frac{4k_2^3 r^2}{\delta_2 E_2} M_0 \end{aligned} \right\}. \quad (4)$$

Систему рівнянь (4) можна представити у вигляді

$$\left. \begin{aligned} m_1 \cdot P_0 + m_2 \cdot M_0 &= m_3 \\ n_1 \cdot P_0 + n_2 \cdot M_0 &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (5)$$

де введені коефіцієнти:

$$\left. \begin{aligned} m_1 &= 2 \left(\frac{k_1}{\delta_1 E_1} + \frac{k_2}{\delta_2 E_2} \right), & m_2 &= n_1 = 2 \left(\frac{k_1^2}{\delta_1 E_1} - \frac{k_2^2}{\delta_2 E_2} \right) \\ n_2 &= 4 \left(\frac{k_1^3}{\delta_1 E_1} + \frac{k_2^3}{\delta_2 E_2} \right), & n_3 &= \frac{\alpha}{r} (t_2 - t_1) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

Розв'язок системи (5)

$$P_0 = m_3 \frac{n_2}{m_1 n_2 - m_2^2}, \quad M_0 = -m_3 \frac{n_1}{m_1 n_2 - m_2^2}. \quad (7)$$

В подальшому досліджуватимемо напружений стан в циліндричному резервуарі, обидві частини якого виготовлені з того самого матеріалу з модулем пружності $E=E_1=E_2$, коефіцієнтом Пуассона $\mu=\mu_1=\mu_2$ та коефіцієнтом температурного розширення $\alpha=\alpha_1=\alpha_2$. Перетворимо співвідношення (5)–(7), врахувавши що

$$k_i = \frac{\sqrt[4]{3(1-\mu_i^2)}}{\sqrt{r\delta_i}} = \frac{C}{\sqrt{\delta_i}}, \quad (i=1, 2), \quad (8)$$

де введена постійну

$$C = \sqrt[4]{\frac{3(1-\mu_i^2)}{r^2}}. \quad (9)$$

Позначивши співвідношення між товщиною частин резервуара $\frac{\delta_1}{\delta_2} = \gamma^2$, тобто $\gamma = \sqrt{\frac{\delta_1}{\delta_2}}$, з виразу (8) дістаємо

$$k_2 = \gamma k_1.$$

Коефіцієнти (6) системи рівнянь (5) в цьому випадку представимо у вигляді

$$m_1 = \frac{2k_1}{E\delta_2} \cdot \frac{1+\gamma^3}{\gamma^2}, \quad m_2 = \frac{2k_1^2}{E\delta_2} \cdot \frac{1-\gamma^4}{\gamma^2}, \quad n_2 = \frac{4k_1^3}{E\delta_2} \cdot \frac{1+\gamma^5}{\gamma^2}.$$

Тоді розв'язок (7) системи рівнянь (5) можна записати у вигляді

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot E}{r \cdot C} \cdot \sqrt{\delta_2^3} \cdot \frac{\gamma^3(1+\gamma^5)}{(1+2\gamma^3+2\gamma^4+2\gamma^5+\gamma^8)} \\ M_0 &= -\frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot E}{2r \cdot C^2} \cdot \delta_2^2 \cdot \frac{\gamma^4(1-\gamma^4)}{(1+2\gamma^3+2\gamma^4+2\gamma^5+\gamma^8)} \end{aligned} \right\}, \quad (10)$$

де $\Delta t = t_2 - t_1$ – перепад температур між частинами резервуара.

В окремому випадку резервуара з однаковою товщиною частин, коли $\delta_1 = \delta_2 = \delta$, коефіцієнт $\gamma = 1$. В цьому випадку з системи рівнянь (10) дістаємо відомий, [1], розв'язок

$$\left. \begin{aligned} P_0 &= \frac{\alpha \cdot \Delta t \cdot E \cdot \delta}{4k \cdot r} \\ M_0 &= 0 \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

За допомогою виразів (10) проведено числове дослідження впливу відношення товщини частин резервуару $\frac{\delta_1}{\delta_2} = \gamma^2$ на величину крайових сил P_0, M_0 в перерізі стику частин резервуару. Розрахунки проводились для сталюого резервуару ($E = 2 \cdot 10^5 \text{ Н/мм}^2$, $\mu = 0,3$, $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$) з середнім радіусом $r = 200 \text{ мм}$, товщиною стінки $\delta_2 = 10 \text{ мм}$, при перепаді температур $\Delta t = 100^\circ$. Дані розрахунків наведені в табл. 1 і показані у вигляді графіків на рис. 2.

Таблиця 1

Залежність крайових сил від відношення товщини частин резервуара

δ_1/δ_2	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
P_0 [Н/мм]	12,65	30,51	46,37	58,92	68,90	77,38	85,2	92,8	101	109
M_0 [Нмм/мм]	-68,57	-223,6	-382,7	-493,8	-539,5	-521	-448	-330	-178	0

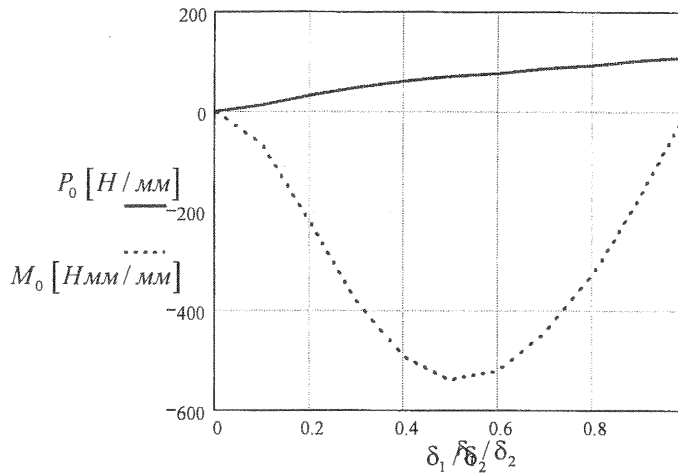


Рис. 2. Залежність величини P_0 , M_0 від відношення δ_1/δ_2

Як видно з таблиці і графіка, при збільшенні відношення δ_1/δ_2 крайові сили P_0 збільшуються. Найбільшого значення вони досягають при $\delta_1 = \delta_2$, тобто в резервуарі з постійною товщиною. Крайові моменти M_0 досягають найбільшого значення при $\delta_1/\delta_2 = 0,5$. Отже найбільш небезпечним відношенням товщин може бути або $\delta_1/\delta_2 = 0,5$, при якому $P_0 = 68,9$ Н/мм, $M_0 = -539,5$ Нмм/мм, або $\delta_1/\delta_2 = 1$ (резервуар постійної товщини), для якого $P_0 = 109$ Н/мм, $M_0 = 0$.

Для визначення напружень, що виникають в околі з'єднання частин резервуару, складемо вирази для окружних сил T_x , меридіонального M_x та окружного K_x моментів.

Використавши розв'язок задачі для довгої циліндричної оболонки, [1], навантаженої на краю силами P_0 і моментами M_0 (рис. 3):

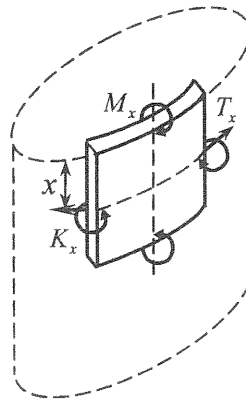


Рис. 3. Внутрішні сили в частинах резервуару

$$\left. \begin{aligned} T_x &= 2kr \cdot P_0 \cdot e^{-kx} \cos kx + 2k^2 r \cdot M_0 \cdot e^{-kx} (\cos kx - \sin kx) \\ M_x &= \frac{1}{k} P_0 \cdot e^{-kx} \sin kx + M_0 \cdot e^{-kx} (\cos kx + \sin kx) \\ K_x &= \mu \cdot M_x \end{aligned} \right\} \quad (12)$$

дістаємо формули для визначення сили T_x , моментів M_x і K_x в частинах резервуару:

$$\left. \begin{aligned} T_x^{(i)} &= 2k_i r \cdot P_0 \cdot e^{-k_i x} \cos k_i x + 2k_i^2 r \cdot M_0 \cdot e^{-k_i x} (\cos k_i x - \sin k_i x) \\ M_x^{(i)} &= \frac{1}{k_i} P_0 \cdot e^{-k_i x} \sin k_i x + M_0 \cdot e^{-k_i x} (\cos k_i x + \sin k_i x) \\ K_x^{(i)} &= \mu \cdot M_x^{(i)} \end{aligned} \right\}, (i=1, 2). \quad (13)$$

Проведено розрахунки по визначенню внутрішніх сил в частині 1 ($T_x^{(1)}, M_x^{(1)}$) та 2 ($T_x^{(2)}, M_x^{(2)}$) резервуара з товщиною стінки $\delta_2=10$ мм при значеннях крайових сил P_0, M_0 , що виникають в резервуарах з відношенням товщини стінок $\delta_1/\delta_2=0,5; 1$. Дані розрахунків наведені в табл. 2.

Таблиця 2

Зміна сил та моментів вздовж осі резервуара

δ_1/δ_2	x [мм]	0	10	20	30	40	50	70	90	120	160
0,5	$T_x^{(1)}$	764	561	342	176	61,5	-3,0	-36,0	-21,6	-1,7	1,2
	$T_x^{(2)}$	615	480	345	226	131	61	-13,6	-32,2	-20,2	-2,4
1	T_x	1251	899	590	342	161	38,9	-71,8	-80,0	-38,0	-1,3
0,5	$M_x^{(1)}$	-540	-25,9	207	265	232	166	49,2	-2,7	-9,3	-0,4
	$M_x^{(2)}$	-540	6,7	313	446	465	419	254	107	-1,9	-17,8
1	M_x	0	803	1155	1209	1089	886	453	147	-37,0	-37,1

Меридіональні і окружні напруження в стінці частин резервуара визначимо за формулами, [2]:

$$\sigma_m^{(i)} = \frac{6M_x^{(i)}}{\delta_i^2}, \quad \sigma_\theta^{(i)} = \frac{T_x^{(i)}}{\delta_i} + \frac{6K_x^{(i)}}{\delta_i^2}, \quad (i=1, 2). \quad (14)$$

За допомогою виразів (14) проведені числові дослідження зміни напружень [МПа] $\sigma_m^{(1)}, \sigma_\theta^{(1)}$ та $\sigma_m^{(2)}, \sigma_\theta^{(2)}$ в частинах резервуара в залежності від координати x [мм]перерізу.

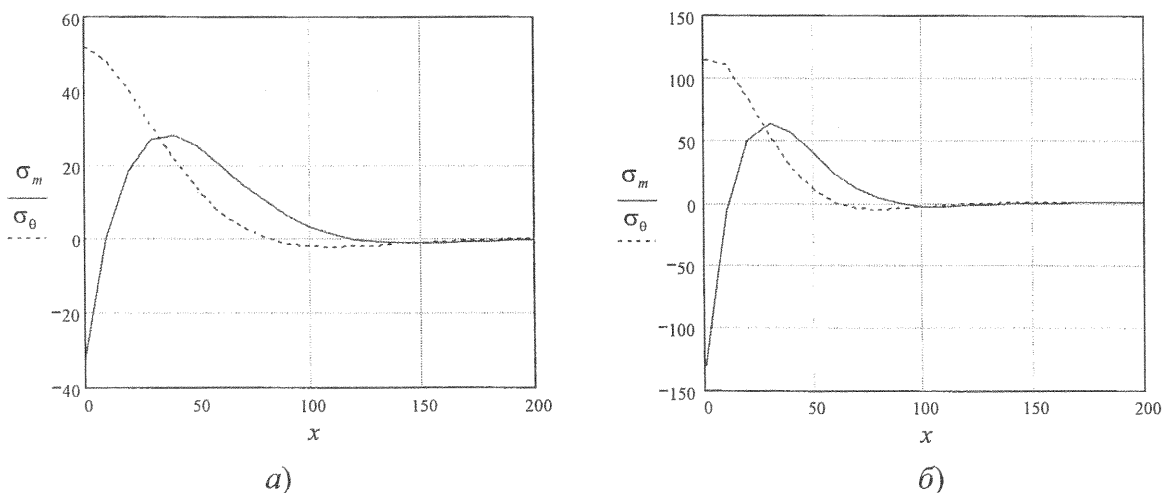


Рис. 3. Напруження в частинах резервуарів з різною товщиною стінки:
а) в частині 1, при $\delta_1/\delta_2=0,5, \delta_2=10$ мм; б) в частині 2, при $\delta_1/\delta_2=0,5, \delta_1=5$ мм

Дані розрахунків проілюстровані графіками зміни меридіональних (суцільна лінія) і окружних напружень (пунктирна лінія) на рис. 3, а (при $r=200$ мм, $\delta_1/\delta_2=0,5$, $\delta_2=10$ мм, в частині 2 резервуару з товщиною стінки $\delta_2=10$ мм) та на рис. 3, б (при $r=200$ мм, $\delta_1/\delta_2=0,5$, $\delta_2=10$ мм, в частині 1 резервуару з товщиною стінки $\delta_1=5$ мм).

Для порівняння, на рис. 4 наведений графік зміни меридіональних і окружних напружень в резервуарі з постійною товщиною стінки ($\delta_1/\delta_2=1$, $\delta_2=10$ мм).

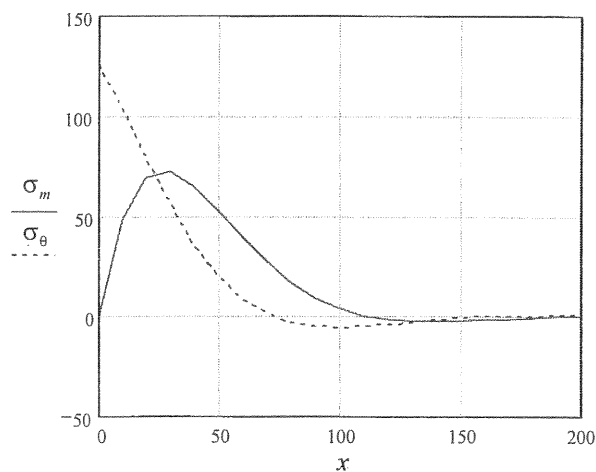


Рис. 4. Напруження в резервуарі з постійною товщиною стінки

Аналіз результатів обчислень показує, що:

- а) для резервуарів з відношенням товщини стінки $\delta_1/\delta_2=0,5$ більші температурні напруження виникають в частині з меншою товщиною стінки;
- б) у випадку однакових товщин δ_2 напруження в резервуарах з постійною товщиною стінки ($\delta_1 = \delta_2 = \delta$) є більшими від напружень в частині з товщиною стінки δ_2 резервуарів зі змінною товщиною стінки

Висновок. Як видно з наведених розрахунків стрибкоподібна зміна температури в певному перерізі циліндричних резервуарів постійної або змінної товщини приводить до появи в околі місця зміни температури і товщини значних додаткових напружень, неврахування яких може бути причиною виникнення аварійних ситуацій.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Канторович З.Б. Основы расчета химических машин и аппаратов. – М.: Машгиз, 1952. – 562 с.
2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов. – К.: Наукова думка, 1975. – 704 с.