УДК 654.924.5

В.І.Биков, д.т.н., професор, В.Л.Цікановський, ст.викладач (Черкаський державний технологічний університет)

МОДЕЛЮВАННЯ ІМПУЛЬСУ ВІДДАЧІ, ЯКИЙ ВИНИКАЄ ПРИ ВИКИДІ ГАЗОДИСПЕРСНОЇ СУМІШІ З КАНАЛУ СТВОЛА ЕНЕРГІЄЮ СПРЯМОВАНОГО ВИБУХУ

В даній роботі запропоновано математичну модель, на базі якої можна чисельно досліджувати характер зміни імпульсу віддачі ствольних систем в залежності від тиску в камері згоряння, маси, довжини і калібру ствола, товщини шару порошку в каналі ствола, його насипної густини і розміру частинок.

Розробка нових імпульсних технічних засобів пожежогасіння та їх використання не тільки дає нові можливості, але й встановлює нові задачі. Одна з цих задач, це дослідження питань, пов`язаних з характером зміни імпульсу віддачі, який виникає при розпиленні порошків ствольними системами енергією спрямованого вибуху.

Як можна побачити з робіт [1-8;10], проблема математичного опису ударних хвиль у двофазних середовищах головним чином, ускладнюється проблемою замкнення рівнянь руху двофазного середовища при визначених фізико–хімічних властивостях фаз. Для опису руху газу й пористого порошкоподібного середовища, яке являє собою суміш контактуючих між собою твердих частинок і газу в порах, приймаємо відомі в механіці суцільних багатофазних середовищ припущення [1,4].

При зроблених припущеннях рівняння нестаціонарного плоского одновимірного руху порошкоподібного середовища мають вигляд:

$$\frac{\partial\rho_1}{\partial t}+\frac{\partial\rho_1\cdot\vartheta_1}{\partial x}=0,\quad \frac{\partial\rho_2}{\partial t}+\frac{\partial\rho_2\cdot\vartheta_2}{\partial x}=0,\ \frac{\partial\rho_1\cdot\vartheta_1}{\partial t}+\frac{\partial\rho_1\cdot\vartheta_1^2}{\partial x}+\alpha_1\frac{\partial P}{\partial x}=-\alpha_1\cdot n\cdot f_{12}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial\rho_2\cdot e_{2T}}{\partial t}+\frac{\partial\rho_2\cdot e_{2T}\cdot\vartheta_2}{\partial x}+\xi_{2T}\cdot P_f\frac{\partial\vartheta_2}{\partial x}=n\cdot q_{12}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial\rho_2\cdot e_{2p}}{\partial t}+\frac{\partial\rho_2\cdot e_{2p}\cdot\vartheta_2}{\partial x}+(1-\xi_{2T})\cdot P_f\frac{\partial\vartheta_2}{\partial x}=0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho_1\cdot E_1+\rho_2\cdot E_2)+\frac{\partial}{\partial x}[\rho_1\cdot E_1\cdot\vartheta_1+\rho_2\cdot E_2\cdot\vartheta_2+P(\alpha_1\cdot\vartheta_1+\alpha_2\cdot\vartheta_2)-P_f\cdot\vartheta_2]=0, \quad (4)$$

$$\rho_1=\rho_1^0\cdot\alpha_1,\quad \rho_2=\rho_2^0\cdot\alpha_2,\quad \alpha_1+\alpha_2=1,\ n=\frac{6\cdot\alpha_2}{\pi\cdot d^3},\quad E_2=e_2+0{,}5\cdot\vartheta_2^2,\quad e_2=e_{2T}+e_{2p}.$$

У цих рівняннях і далі індекси 1 і 2 знизу стосуються параметрів газової і твердої дисперсної фаз. Через $\rho_i,\rho_i^0,\alpha_i,\vartheta_i,e_i,E_i$ позначені відповідно середня та істинна густина, об'ємний вміст, масова швидкість, питомі внутрішня і повна енергії ***і-ої*** фази *(і=1,2)*; e_{2T}, e_{2p} - відповідно теплова і пружна складові внутрішньої енергії часток порошку; P - тиск газової фази; P_f - фіктивний тиск у пористому порошкоподібному середовищі, зв'язаному з деформацією нестисливих частинок порошку; d - діаметр дисперсних частинок; f_{12}, q_{12} - інтенсивність силової і теплової взаємодії між газом і одиничною сферичною частинкою; n - чисельна густина дисперсних частинок; ξ_{2T} - коефіцієнт, який характеризує частину переходу роботи поверхових сил, що витрачена на деформацію пористого скелета, у внутрішню пружну енергію порошку $(0\le\xi_{2T}\le1)$. Тут (1) - рівняння збереження маси фаз; (2) - рівняння збереження імпульсів фаз; (3),(4) – рівняння збереження енергій фаз. Для замикання наведеної системи диференційних рівнянь необхідно задати рівняння стану фаз і закони міжфазової взаємодії. Згідно з [8,10] приймаємо несучу фазу за ідеальний калорично досконалий газ, а дисперсну фазу за нестислеве середовище, які характеризуються такими рівняннями стану

$$P = \rho_1^0 \cdot R_1 \cdot T_1,, \quad e_1 = c_1 \cdot T_1, \quad R_1 = (\gamma - 1) \cdot c_1, \; c_1 = const,$$
$$\rho_2^0 = const, \; e_{2T} = c_2 \cdot T_2, \; (c_2 = const),$$

де c_i, T_i - відповідно питома теплоємність при постійному об'ємі і температура *i-ої* фази; R_1 *і* γ - газова стала і показник адіабати газу.

Використовуючи умову нестисливості часток ($\rho_2^0 = const$) у порошку, при наявності стисливості скелета, отримаємо вираз для міжгранулярного (міжчастинкового) тиску, який буде залежати тільки від об'ємного вмісту газу (пористості) в порошку. Для цього використовуємо залежність швидкості звуку в порошку у вигляді [11]

$$\left\{ P_f = \begin{array}{ll} \rho_2^0 \cdot \widetilde{a}_в^2 \cdot \widetilde{\alpha}_в(\widetilde{\alpha}_в/\alpha_1 - 1), & \alpha_1 \le \widetilde{\alpha}_в, \\ 0 & \alpha_1 \ge \widetilde{\alpha}_в, \end{array} \right. \qquad \left\{ \widetilde{\alpha}_в = \begin{array}{ll} \alpha_1^*, & \alpha_в > \alpha_1^*, \\ \alpha_в, & \alpha_в \le \alpha_1^*, \end{array} \right. \tag{5}$$

$$\left\{ \widetilde{a}_в = \begin{array}{ll} a^*, & \alpha_в > \alpha_1^*, \\ a_в = a^* + k(\alpha_1^* - \alpha_в), & \alpha_в \le \alpha_1^*, \end{array} \right. .$$

де α_1^* і a^* - пористість і швидкість звуку в порошкоподібному середовищі в насиченому стані; $\alpha_в$ і $a_в$ – пористість і швидкість звуку в попередньо ущільненому порошкоподібному середовищі; k – емпірична стала, яка характеризує зростання швидкості звуку при ущільненні порошку.

Інтенсивність міжфазового тертя приймаємо у вигляді [12]

$$n \cdot f_{12} = \frac{3}{4} \cdot \frac{\alpha_2}{d} \cdot C_d \cdot \rho_1^0 \cdot (\vartheta_1 - \vartheta_2) \cdot |\vartheta_1 - \vartheta_2|. \tag{6}$$

Коефіцієнт міжфазового тертя C_d описується такою емпіричною залежністю [8]

$$C_d = \left\{ \begin{array}{ll} C_{d(1)} = \dfrac{24}{\mathrm{Re}_{12}} + \dfrac{4{,}4}{\sqrt{\mathrm{Re}_{12}}} + 0{,}42, & \alpha \ge 0{,}92, \\ C_{d(2)} = \dfrac{4}{3 \cdot \alpha_1} \cdot (1{,}75 + \dfrac{150 \cdot (1 - \alpha_1)}{\alpha_1 \cdot \mathrm{Re}_{12}}), & \alpha \le 0{,}55, \\ \dfrac{(0{,}92 - \alpha_1) \cdot C_{d(2)} + (\alpha_1 - 0{,}55) \cdot C_{d(1)}}{0{,}37}, & 0{,}55 < \alpha_1 < 0{,}92, \end{array} \right. \tag{7}$$

при $Re_{12} = (\rho_1^0 \cdot |\vartheta_1 - \vartheta_2| \cdot d) / \mu_1, \quad \mu_1 = const$, (8)

де μ_1 - динамічна в'язкість газу; Re_{12} -число Рейнольдса відносного руху газу і частинок; $C_{d(1)}$ - коефіцієнт аеродинамічного опору одиничної сферичної частинки; $C_{d(2)}$ - коефіцієнт тертя сферичних частинок у насипних порошках, отриманий експериментально.

Третя формула в залежності (7) для $0{,}55<\alpha_1<0{,}92$ являє собою лінійну апроксимацію перших двох залежностей для проміжної області псевдозрідженого шару.

Інтенсивність міжфазового контактного теплообміну задаємо у вигляді [7]

$$n \cdot q_{12} = \frac{6 \cdot \alpha_2}{d^2} \cdot \lambda_1 \cdot Nu_{12} \cdot (T_1 - T_2), \tag{9}$$

де Nu_{12} - число Нуссельта газової фази, λ_1 - коефіцієнт теплопровідності газу.

Для визначення числа Нуссельта використовується емпіричний вираз [8]

$$Nu_{12} = \left\{ \begin{array}{l} 2 + 0{,}106 \cdot \mathrm{Re}_{12} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3}, \mathrm{Re}_{12} \le 200, \\ 2{,}274 + 0{,}6 \cdot \mathrm{Re}_{12}^{2/3} \cdot \mathrm{Pr}^{1/3}, \mathrm{Re}_{12} > 200, \end{array} \right. \tag{10}$$

де $\mathrm{Pr} = \dfrac{\gamma \cdot C_1 \cdot \mu_1}{\lambda_1}$ - число Прандтля.

Таким чином, система рівнянь (1)-(10) замкнена і після задання початкових і граничних умов може бути чисельно проінтегрована методом "крупних частинок".

Відповідно до [11,13,15,16], внутрішній простір ствола ***(x,t)*** розбиваємо за допомогою рівномірної сітки на ряд комірок – крупних частинок. При цьому розміри комірок уздовж просторової змінної дорівнюють Δx, а крок розрахунку по часу - Δt. Головні рівняння динаміки порошкоподібних середовищ (1-4) для зручності записуємо у векторному вигляді

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial V(U)}{\partial x}+\frac{\partial S(U)}{\partial x}+A\cdot\frac{\partial R(U)}{\partial x}=F(U) \qquad U=U(x,t), \tag{11}$$

де

$$U=\begin{Bmatrix}\rho_1\\ \rho_2\\ \rho_1\cdot\vartheta_1\\ \rho_2\cdot\vartheta_2\\ \rho_2\cdot e_{2T}\\ \rho_2\cdot e_{2p}\\ \rho_1\cdot E_1+\rho_2\cdot E_2\end{Bmatrix} \qquad V(U)=\begin{Bmatrix}\rho_1\cdot\vartheta_1\\ \rho_2\cdot\vartheta_2\\ \rho_1\cdot\vartheta_1^2\\ \rho_2\cdot\vartheta_2^2\\ \rho_2\cdot e_{2T}\cdot\vartheta_2\\ \rho_2\cdot e_{2p}\cdot\vartheta_2\\ \rho_1\cdot E_1\cdot\vartheta_1+\rho_2\cdot E_2\cdot\vartheta_2\end{Bmatrix}$$

$$S(U)=\begin{Bmatrix}0\\0\\0\\P_f\\0\\0\\P(\alpha_1\cdot\vartheta_1+\alpha_2\cdot\vartheta_2)-P_f\cdot\vartheta_2\end{Bmatrix} \qquad R(U)=\begin{Bmatrix}0\\0\\P\\P\\\vartheta_2\\\vartheta_2\\0\end{Bmatrix}$$

$$A=\begin{Bmatrix}0&0&0&0&0&0&0\\0&0&0&0&0&0&0\\0&0&\alpha_1&0&0&0&0\\0&0&0&\alpha_2&0&0&0\\0&0&0&0&\xi_{2T}\cdot P_f&0&0\\0&0&0&0&0&(1-\xi_{2T})\cdot P_f&0\\0&0&0&0&0&0&0\end{Bmatrix} \qquad F(U)=\begin{Bmatrix}0\\0\\-\alpha_1\cdot n\cdot f_{12}\\ \alpha_1\cdot n\cdot f_{12}\\ n\cdot q_{12}\\0\\0\end{Bmatrix}$$

Керуючись принципом фізичного розщеплення процесу розрахунку, отримуємо.

Ейлерівський етап. На цьому етапі враховується тільки внесок в рух членів, пов'язаних з тиском фаз. На даному етапі розрахунків система диференційних рівнянь має вигляд

$$\frac{\partial U}{\partial t}+\frac{\partial S(U)}{\partial x}+A\cdot\frac{\partial R(U)}{\partial x}=0. \tag{12}$$

В кінцево-різницевому вигляді рівняння (12) набуває вигляду

$$\tilde{U}_m^n=U_m^n+[S^n_{m-\frac{1}{2}}-S^n_{m+\frac{1}{2}}+A_m^n(R^n_{m-\frac{1}{2}}-R^n_{m+\frac{1}{2}})]\cdot\frac{\Delta t}{\Delta x},\ S^n_{m\pm\frac{1}{2}}=(S^n_{m+1}+S^n_m)/2,$$

$$R^n_{m\pm\frac{1}{2}}=(R^n_{m+1}+R^n_m)/2. \tag{13}$$

Тут і далі індексами ***m*** і ***n*** внизу і вгорі відповідно позначені параметри в центрі ***m-ої*** різницевої комірки в t^n-момент часу; індекси $m\pm\frac{1}{2}$ відповідають правій і лівій межам ***m-ої*** комірки. Для вибору оптимального варіанта реалізації введення псевдов'язкості в роботах [11,14,15] було проведено чисельні експерименти, де для зменшення періодичної нестійкості рахунку в зонах з малими масовими швидкостями фаз пропонується введення додаткового псевдов'язкого тиску в газовій **(Ψ)** і дисперсній **(Ψ_f)** складових суміші, тобто $P \to P + \psi$ і $P_f \to P_f + \Psi_f$. Для збереження більшої точності обчислень введення Ψ і Ψ_f відбувається лише в точках, де абсолютна величина другої похідної достатньо велика порівняно з першою. В зв'язку з цим нестійкість гаситься локально, а зони монотонної зміни параметрів фаз фактично не порушуються.

$$\Psi = \begin{cases} -\delta \cdot \rho_1^0 \cdot a_1 \cdot \Delta x \cdot \dfrac{\partial \vartheta_1}{\partial x}, & \left|\dfrac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial x^2}\right| - \dfrac{\eta}{\Delta x}\left|\dfrac{\partial \vartheta_1}{\partial x}\right| > 0, \\ 0, & \left|\dfrac{\partial^2 \vartheta_1}{\partial x^2}\right| - \dfrac{\eta}{\Delta x}\left|\dfrac{\partial \vartheta_1}{\partial x}\right| \le 0, \end{cases} \quad \Psi = \begin{cases} -\delta_f \cdot \rho_2 \cdot a_2 \cdot \Delta x \cdot \dfrac{\partial \vartheta_2}{\partial x}, & \left|\dfrac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial x^2}\right| - \dfrac{\eta_f}{\Delta x}\left|\dfrac{\partial \vartheta_2}{\partial x}\right| > 0, \\ 0, & \left|\dfrac{\partial^2 \vartheta_2}{\partial x^2}\right| - \dfrac{\eta_f}{\Delta x}\left|\dfrac{\partial \vartheta_2}{\partial x}\right| \le 0, \end{cases} \tag{14}$$

$$\delta, \delta_f, \eta \eta,_f \equiv const, \quad a_1 = (\gamma \cdot p/\rho_1^0)^{\frac{1}{2}}, \quad a_2 = a_в \cdot \alpha_в / \alpha_1 \quad \alpha_1 \le \alpha_в$$

Диференційні оператори (14) ефективні, якщо їх різницеві аналоги використовувати у вигляді

$$\Psi^n_{m+\frac{1}{2}} = -\widetilde{\delta} \cdot (\rho_1^0)^n_{m+\frac{1}{2}} \cdot a^n_{1,m+\frac{1}{2}} \cdot (\vartheta^n_{1,m+1} - \vartheta^n_{1,m}), \qquad \Psi^n_{f,m+\frac{1}{2}} = -\widetilde{\delta}_f \cdot \rho^n_{2,m+\frac{1}{2}} \cdot a^n_{2,m+\frac{1}{2}} \cdot (\vartheta^n_{2,m+1} - \vartheta^n_{2,m}),$$

$$(\rho_1^0)^n_{m+\frac{1}{2}} = 0{,}5 \cdot [(\rho_1^0)^n_{m+1} + (\rho_1^0)^n_m], \qquad a^n_{1,m+\frac{1}{2}} = (\gamma \cdot \rho^n_{m+\frac{1}{2}} / (\rho_1^0)^n_{m+\frac{1}{2}})^{\frac{1}{2}},$$

$$a^n_{2,m+\frac{1}{2}} = a_в \cdot \alpha_в / \alpha^n_{1,m+\frac{1}{2}}, \quad (\alpha^n_{1,m+\frac{1}{2}} < \alpha_в),$$

$$\widetilde{\delta} = \begin{cases} \delta, & |\vartheta^n_{1,m} - 2 \cdot \vartheta^n_{1,m+1} + \vartheta^n_{1,m+2}| > \eta \cdot |\vartheta^n_{1,m+1} - \vartheta^n_{1,m+2}|, \\ 0, & |\vartheta^n_{1,m} - 2 \cdot \vartheta^n_{1,m+1} + \vartheta^n_{1,m+2}| \le \eta \cdot |\vartheta^n_{1,m+1} - \vartheta^n_{1,m+2}|, \end{cases}$$

$$\widetilde{\delta}_f = \begin{cases} \delta_f, & |\vartheta^n_{2,m} - 2 \cdot \vartheta^n_{2,m+1} + \vartheta^n_{2,m+2}| > \eta_f \cdot |\vartheta^n_{2,m+1} - \vartheta^n_{2,m+2}|, \\ 0, & |\vartheta^n_{2,m} - 2 \cdot \vartheta^n_{2,m+1} + \vartheta^n_{2,m+2}| \le \eta_f \cdot |\vartheta^n_{2,m+1} - \vartheta^n_{2,m+2}|. \end{cases}$$

Об'єднаний лагранжів і заключний етап. На цьому етапі інтегрування фази суміші "розморожуються", починається обмін масою, імпульсом і енергією між ними в умовах одночасного руху через межі різницевих комірок. Кінцеві значення параметрів фаз визначаються із записаних для індивідуальних комірок сітки законів збереження мас, імпульсів і енергій з урахуванням членів, які описують міжфазну взаємодію. Система диференційних рівнянь, що відповідає цьому етапу обчислень, має вигляд

$$\frac{\partial U}{\partial t} + \frac{\partial V(U)}{\partial x} = F(U), \tag{15}$$

В кінцево-різницевому вигляді векторне рівняння (15) записується таким чином

$$U^{n+1}_m = U^n_m + \frac{\Delta t}{\Delta x} \cdot [\widetilde{V}^n_{m-\frac{1}{2}} - \widetilde{V}^n_{m+\frac{1}{2}}] + \widetilde{F}^n_m \cdot \Delta t,$$

$$(\widetilde{U}^n_{m \pm \frac{1}{2}} = 0{,}5(\widetilde{U}^n_{m\pm1} + \widetilde{U}^n_m), \quad \widetilde{V}^n_{m\pm\frac{1}{2}} = \widetilde{V}(\widetilde{U}^n_{m\pm\frac{1}{2}}), \quad \widetilde{F}^n_m = \widetilde{F}(\widetilde{U}^n_m)). \tag{16}$$

Розрахунок потоків мас, імпульсів і енергій фаз через межі різницевих комірок виконувався на основі формул 1-го порядку точності [11; 15; 16]

$$\widetilde{V}^{n}_{m-\frac{1}{2}} = (\widetilde{U}\cdot\widetilde{W})^{n}_{m-\frac{1}{2}} = \begin{cases} \widetilde{U}^{n}_{m}\cdot\widetilde{W}^{n}_{m-\frac{1}{2}}, & \widetilde{W}^{n}_{m-\frac{1}{2}} < 0, \\ \widetilde{U}^{n}_{m-1}\cdot\widetilde{W}^{n}_{m-\frac{1}{2}}, & \widetilde{W}^{n}_{m-\frac{1}{2}} \ge 0, \end{cases} \qquad \widetilde{W}^{n}_{m} = \begin{Bmatrix} \widetilde{\vartheta}_1 \\ \widetilde{\vartheta}_2 \\ \widetilde{\vartheta}_1 \\ \widetilde{\vartheta}_2 \\ \widetilde{\vartheta}_2 \\ \widetilde{\vartheta}_2 \\ k_1\cdot\widetilde{\vartheta}_1 + k_2\cdot\widetilde{\vartheta}_2 \end{Bmatrix}$$

$$\widetilde{V}^{n}_{m+\frac{1}{2}} = (\widetilde{U}\cdot\widetilde{W})^{n}_{m+\frac{1}{2}} = \begin{cases} \widetilde{U}^{n}_{m}\cdot\widetilde{W}^{n}_{m+\frac{1}{2}}, & \widetilde{W}^{n}_{m+\frac{1}{2}} \ge 0, \\ \widetilde{U}^{n}_{m+1}\cdot\widetilde{W}^{n}_{m+\frac{1}{2}}, & \widetilde{W}^{n}_{m+\frac{1}{2}} < 0, \end{cases} \qquad \widetilde{W}^{n}_{m\pm\frac{1}{2}} = 0{,}5\cdot(\widetilde{W}^{n}_{m\pm1} + \widetilde{W}^{n}_{m}), \tag{17}$$

$$k_1 = [(1 + \frac{\rho_2\cdot\widetilde{E}_2}{\rho_1\cdot\widetilde{E}_1})^{n}_{m}]^{-1}, \qquad k_2 = [(1 + \frac{\rho_1\cdot\widetilde{E}_1}{\rho_2\cdot\widetilde{E}_2})^{n}_{m}]^{-1}.$$

Різницева схема (12-17) є схемою 1-го порядку точності. На практиці така схема не обов'язково є менш точною, ніж схема 2-го порядку точності. Порядок точності схеми є асимптотичним поняттям і відображає її властивості при $\Delta x, \Delta t \to 0$.

Етап розрахунку ударного прискорення ствола. У процесі обчислень по всіх ***(m)*** комірках різницевої сітки на кожному часовому зрізі ***(t)*** ми отримуємо значення тиску в кожній ***(і-й)*** комірці на момент ***(t)***. Тому для розрахунків ударного прискорення ствола масою ***M*** в момент ***(t)*** беремо значення тиску з комірки, розташованої біля дна каналу ствола площею ***S***. Тоді, з урахуванням сили опору відкоту $R_в$, для ***i=2*** отримуємо розрахункову формулу

$$a[t] = \frac{p[i]\cdot S - R_в[t]}{M}. \tag{18}$$

Необхідно визначити, що ***i=2*** в зв'язку з введенням однієї фіктивної комірки, необхідної для проведення розрахунків біля меж різницевої сітки. Далі знаходимо імпульс сили, яка діє на дно каналу ствола

$$F[t] = p[i]\cdot S\cdot\Delta t. \tag{19}$$

Постановка задачі в загальному вигляді.

Маємо напівнескінченний ствол з масою ***M*** і діаметром ***D***, закритий з однієї сторони (зона $0 \le x < \infty$). В зоні $0 \le x < x_*$ біля закритого кінця знаходиться гарячий стиснутий газ. Зона стиснутого газу відокремлюється діафрагмою від шару вогнегасного порошку з насипною щільністю ρ_{20} і довжиною $l = x_{**} - x_*$. За шаром порошку в зоні $x_{**} < x$ знаходиться газ, який перебуває у спокої під атмосферним тиском. У початковий момент часу ***t=0*** діафрагма руйнується. Визначається мета – вивчити динаміку змінення ударного прискорення ствола за весь час викиду вогнегасного порошку за різних початкових умов, тобто при зміненні довжини ствола ***L***, товщини шару вогнегасного порошку ***l***, початкового тиску P_* у зоні $0 \le x < x_*$, дисперсності вогнегасного порошку ***d***. З математичної точки зору поставлена задача являє собою змішану задачу для системи диференційних рівнянь (1-10) за таких початкових умов:

При $(0 \le x < x_*)$,

$$\rho^0_1(x,0) = \rho^0_{1*}, \quad \vartheta_1(x,0) = 0, \quad T_1(x,0) = T_{1*}, \quad P(x,0) = P_*, \quad \alpha_1(x,0) = 1, \quad \rho_2(x,0) = \vartheta_2(x,0) = P_f(x,0) = 0.$$

При $(x_* < x < \infty)$,

$$\rho^0_1(x,0) = \rho^0_{10}, \quad \vartheta_1(x,0) = \vartheta_2(x,0) = P_f(x,0) = 0, \quad T_1(x,0) = T_0, \quad P(x,0) = P_0, \tag{20}$$

При $(x_*<x<x_{**})$,

$\alpha_1(x,0)=\alpha_{10}=\alpha_в,\quad \alpha_2(x,0)=1-\alpha_{10}, T_2(x,0)=T_0$, При $(x_{**}<x<\infty)$, $\alpha_1(x,0)=1,\quad \alpha_2(x,0)=0.$

В даній моделі використовувались два типи граничних умов: вільного протікання і протікання через межі розрахункової зони. Для проведення розрахунків біля меж різницевої сітки $x=0$ і $x=L$ відповідно до формул (13-15) необхідне введення однієї фіктивної комірки біля межі $x=L$. Вся розрахункова зона розбита на (m) комірок $(m=2,3,4,\ldots,M)$. Введемо фіктивні комірки *"1"*, *"M+1"*, *"M+2"*. Тоді апроксимаційні формули, що відображають умови на виході ствола, мають вигляд

$$\Phi^n_{i,M+2}=\Phi^n_{i,M+1}=\Phi^n_{i,M};\quad \Phi^n_i=\{\rho^n_i,\vartheta^n_i,E^n_i\},\quad (i=1,2). \tag{21}$$

На закритих границях для газу необхідно, щоб потоки маси, імпульсу і енергії дорівнювали нулю, а для дисперсної фази використовуємо умови вільного протікання, які моделюють процес випадання частинок при непружній взаємодії з дном каналу ствола

$$\Phi^n_{i,1}=\Phi^n_{i,2},\quad \vartheta_1(0,t)=0,\quad \Phi^n_i=\{\rho^n_i,\vartheta^n_2,E^n_i\},\quad (i=1,2). \tag{22}$$

Знаходимо параметри продуктів вибуху в зоні $(0\le x<x_*)$.

Нехай m_0 - маса заряду вибухового матеріалу (ВМ), Q - теплотворна здатність одиниці маси ВМ. Тоді загальна енергія, яка виділяється при згоранні заряду ВМ, дорівнює $Q=m_0\cdot Q_0$. Приймаємо густину, температуру і тиск газоподібних продуктів вибуху в зоні $(0\le x<x_*)$ однорідними, а швидкість продуктів вибуху в момент $t=0$ дорівнює $\vartheta_1=0$. Тоді

$$\rho_{1*}\cdot V_*=m_0+\rho_n\cdot V_n,\qquad \rho_{1*}=(m_0+\rho_n\cdot V_n)/\cdot V_*, \tag{23}$$

де V_* – об'єм каналу ствола в зоні $(0\le x<x_*)$; ρ_n, V_n - густина і об'єм пижа (ущільнюючого матеріалу); ρ_{1*} – густина продуктів вибуху в зоні $(0\le x<x_*)$.

Задамо тиск і температуру продуктів вибуху в момент приходу збурення до порошкового середовища. Для цього використовуємо закон збереження енергії:

$$m_0\cdot Q_0=\rho_{1*}\cdot c_{1v}\cdot V_*\cdot(T_{1*}-T_0), \tag{24}$$

де C_{1v} - питома теплоємність продуктів вибуху, T_{1*} - температура продуктів вибуху, T_0 - початкова температура.

Звідси можна побачити, що

$$T_{1*}=\frac{m_0\cdot Q_0+\rho_{1*}\cdot V_*\cdot c_{1v}\cdot T_0}{\rho_{1*}\cdot V_*\cdot c_{1v}}. \tag{25}$$

З рівняння Менделєєва-Клапейрона можна визначити тиск продуктів вибуху

$$P_*=\rho_{1*}\cdot R_{1*}\cdot T_{1*}=\rho_{1*}\cdot(c_{1p}+c_{1T})\cdot T_{1*}=\rho_{1*}\cdot c_{1v}\cdot(\gamma-1)\cdot T_{1*}, \tag{26}$$

Висновки. Розрахунки показали, що зі зменшенням розміру часток з 4,5мм до 0,02мм амплітуда прискорення ствола зменшується в ~3рази, тривалість дії імпульсу віддачі збільшується в 2,5-3рази, а значення повного імпульсу віддачі практично не змінюється.

При збільшенні в 2рази довжини ствола амплітуда прискорення відкатних частин в першій половині імпульсу майже не змінюється і потім більш повільно іде на спад, а значення повного імпульсу віддачі збільшується на 10-20%. Збільшення товщини шару порошку з 0,3м до 0,6м збільшує значення повного імпульсу віддачі на 50-60%.

Розроблена модель дає можливість, на початковій стадії проектування ствольних систем, визначати величину повного імпульсу віддачі в залежності від дисперсності, щільності, товщини шару та початкової швидкості складу, що викидається. Наведена модель дає можливість здійснювати проектування відкатних механізмів, різноманітних компенсаторів, визначати вагу пристрою в цілому.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. *Гельфанд Б.Е., Губанов А.В., Медведев С.П. и др. Ударные волны при разлёте сжатого объёма газовзвеси твёрдых частиц // Докл. АН СССР.- 1958. – 281.- №5.- С.1113-1116.*

2. *Гельфанд Б.Е., Медведев С.П., Поленов А.П. и др. Ударные волны при разлёте объёма горящей пылевзвеси // ФТВ. - 1990. – 26.- №3.- С.85-91.*

3. *Казаков Ю.В., Федоров А.В., Фомин В.М. Исследование структур изотермических ударных волн и расчёт разлёта облака газовзвеси.- Новосибирск, 1986.- (Препр. АН СССР, ИТПМ; №8).*

4. *Казаков Ю.В., Федоров А.В., Фомин В.М. Расчёт разлёта сжатого объёма газовзвеси // ПМТФ.-1987.- №5.- С.139-144.*

5. *Гельфанд Б.Е., Казаков Ю.В., Медведев С.П. и др. Разлёт сжатой стратифицированной газопылевой системы // Численные методы решения задач фильтрации многофазно несжимаемой жидкости. - Новосибирск: ИТПМ СО АН СССР, 1987.- С.88-89.*

6. *Медведев С.П., Поленов А.Н., Гельфанд Б.Е. и др. Воздушные УВ при внезапном расширении сжатой двухфазной среды насыпной плотности // ФГВ.-1987.-23.- №3.- С.135-139.*

7. *Кутушев А.Г., Рудаков Д.А. Численное исследование параметров воздушных УВ при разлёте расширяющегося слоя порошко-образной среды // ФГВ.-1992.- Т.28.- №6.- С.105-112.*

8. *Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И. Газовая динамика многофазных сред. Ударные и детонационные волны в газовзвесях // Итоги науки и техники. Сер. Механика жидкости и газа.- М.:ВИНИТИ АН СССР, 1981.- Т.16.*

9. *Ахатов И.Ш., Вайнштейн П.Б. Переход горения пористых ВВ в детонацию // ФГВ.- 1984.- 20.- №5.- С.8-14.*

10. *Ударно-волновые процессы в двухкомпонентных и двухфазных средах. / Отв.ред. Ю.И.Шоткин - Новосибирск: Наука, 1992.- 257 с.*

11. *Кутушев А.Г., Рудаков Д.А. Математическое моделирование нагружения пористой порошкообразной среды сжатым газом // Мат.моделирование. 1991.-Т.3.- №11.- С.65-75.*

12. *Ивандаев А.И., Кутушев А.Г., Нигматулин Р.И. Численное исследование разлёта облака диспергированных частиц или капель под действием взрыва // Изв. АН СССР, МЖГ.- 1982.- №1- С.82-90.*

13. *Габайдуллин А.А., Ивандаев А.И., Нигматулин Р.И. Модифицированный метод "крупных частиц" для расчёта нестационарных волновых процессов в многофазных дисперсных средах // Журнал вычислительная математика и математическая физика.- 1977.- Т.17.- №6.- С.1531-1544.*

14. *Ивандаев А.И. Об одном способе введения "псевдовязкости" и его приме нения к уточнению разностных решений управлений гидродинамики // Журнал вычисли-*

15. *тельная математика и математическая физика.-1975.- Т.15.- №2.- С. 523-527.*

16. *Ивандаев А.И., Кутушев А.Г. Численное исследование нестационарных волновых течений газовзвесей с выделением границ двухфазных областей и контактных разрывов в несущем газе // ЧММСС.-Новосибирск, 1983.- Т.14.- №6.- С. 58-82.*

17. *Белоцерковский О.М., Давидов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике.- М.: Наука, 1982.- 392 с.*