

В.І. Гудим д.т.н., М.М. Семерак, д.т.н., О.М. Коваль (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)

МОДЕЛЮВАННЯ НЕСТАЦІОНАРНИХ ЕЛЕКТРОТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ В ПОБУТОВИХ ЕЛЕКТРОМЕРЕЖАХ

Шляхом математичного моделювання нагріву провідників електричним струмом визначено характер зміни температури у випадках з врахування та без врахування відводу тепла із поверхні провідника у зовнішнє середовище.

Вступ. Аналіз пожежної статистики в Україні та за її межами показує, що одним із існуючих джерел виникнення пожеж у побутовому секторі є перегрівання проводів електричних мереж, які прокладаються не лише на цегляних, а й на дерев'яних конструкціях чи виготовлених із інших, в тому числі горючих матеріалів. Це створює різні умови загорання споруди в цілому, в тому числі загорання ізоляції провідників, спричинені високою температурою нагрітого струмом провідника. На підставі аналітичних розрахунків, які співставлялися із багаточисельними експериментальними дослідженнями теплових характеристик провідників, виявлено допустимі діючі значення струмів, які наведені у вигляді таблиць і служать формальною основою вибору провідників під час проектування.[1] Однак практика показує, що для певних умов параметри провідників задаються із запасом, тому виникає доцільність уточнення, їх струмових навантажень.

Постановка задачі. Існуючий інженерний (наближений) метод розрахунків електричних мереж та вибору електропроводників і обладнання не завжди дає точну і однозначну відповідь на конкретні часткові питання. Результат фізичного моделювання як одного з методів дослідження, залежить від забезпечення критеріїв подібності використовуваної фізичної моделі умовам виконання експерименту, тому за критерієм економічності значно перспективнішим є метод математичного моделювання. Особливості такого підходу полягають у тому, що необхідно сформулювати адекватну математичну модель на основі фундаментальних законів теорії електричних кіл та теорії передачі тепла контактним способом. Подібні задачі теплопередачі розв'язуються стосовно теплових мереж, де носіями тепла є вода чи пара [2,3]. Однак задачі з джерелами нагрівання електричним струмом провідників, опори яких змінюються залежно від змін їх температури вимагають і очікують розв'язання. Особливо важливим є оцінка швидкості (інтенсивності) нагрівання провідника залежно від величини взаємопов'язаних між собою струму та часу, а також впливу електроізоляції з погляду відведення тепла та передачі його за межі стінок ізоляції.

Прийняті умови та допущення. Враховуючи складність задачі створення математичної моделі для аналізу електротеплових процесів, які характеризуються різними електричними і тепловими постійними часу, рівнем збільшення чи зменшення струму, як фактора нагрівання проводів, ізоляції й інших елементів системи, необхідно прийняти певні допущення. Припускаємо, що нагрівання відбувається струмом, який рівномірно розподіляється по всьому поперечному перерізу провідника, тобто не враховується скін-ефект. Крім того, матеріали провідника і ізоляції є ізотропними, тобто володіють у будь-якій точці однаковими електричними і тепловими властивостями та характеристиками. Особливо це стосується омичного опору провідника та теплопровідності ізоляції. Опір провідника подаємо у вигляді зосередженої величини, а не частковими рівномірно розподіленими параметрами опору. Це дозволяє описувати динамічні процеси системою диференціальних рівнянь з зосередженими параметрами, яку можна розв'язати відомими методами.

Вказані допущення значно полегшують формування математичної моделі вказаної системи і не значно впливають на остаточні результати.

Розв'язання задач. Кількість енергії, яка виділяється у провіднику із струмом за будь-який проміжок часу можна записати у вигляді $dQ = RI^2 dt$, де R опір провідника, Ом, I - струм, який протікає у провіднику, А, dt - проміжок часу, С. Очевидно, що вся електрична енергія перетвориться у тепло, яке забирає перш за все провідник нагріваючись до певної температури. В реальних умовах провідник без струму, знаходиться в оточуючому середовищі, і має температуру повітря. Під час протікання струму провідник відбирає тепло у кількості $dQ = mCd\theta$, де m - маса матеріалу, з якого виготовлено провідник (переважно мідь або алюміній), кг, C - теплоємність матеріалу провідника, Дж/кг $^{\circ}$ С, $d\theta$ - приріст температури провідника, $^{\circ}$ С. Очевидно, що кількість тепла утворена струмом, завжди дорівнює кількості тепла, яку відбирає матеріал провідника, тобто

$$RI^2 dt = mCd\theta. \quad (1)$$

Відомо, що опір провідника змінюється від температури у вигляді $R(\theta) = R_0(1 + \alpha\theta)$, де α - коефіцієнт зміни опору в залежності від величини температури, [1/ $^{\circ}$ С]; R_0 - початкове значення опору матеріалу провідника.

Враховуючи, те що опір провідника залежить від поперечного перерізу і довжини, його доцільно записувати через питомий опір матеріалу провідника у вигляді:

$$R(\theta) = \rho \frac{l}{S} (1 + \alpha\theta), \quad (2)$$

де, l - довжина провідника, м; S - поперечний переріз провідника, м 2 . Діюче значення струму провідника виразимо через густину струму $I = jS$, де j - густина струму, А/м 2 ; S - площа поперечного перерізу провідника. Підставляючи рівняння (2) в (1) та замінюючи діюче значення струму через густину струму, отримаємо:

$$\rho \frac{l}{S} (1 + \alpha\theta) j^2 \cdot s^2 dt = mCd\theta. \quad (3)$$

Після певних перетворень рівняння (3) перепишемо у вигляді:

$$\rho j^2 dt + \rho j^2 \alpha \theta dt = \gamma C d\theta, \quad (4)$$

де γ - питома густина матеріалу, із якого виготовлений провідник, кг/м 3

Перепишемо рівняння (4) у вигляді зручному для розв'язання, а саме:

$$\frac{d\theta}{dt} - \frac{\rho j^2}{\gamma C} \alpha \theta = \frac{\rho j^2}{\gamma C}, \quad (5)$$

яке виражає процес зміни температури провідника під дією струму, причому тепло від провідника в оточуюче середовище не відводиться.

Для диференційного рівняння (5) характеристичне рівняння записуємо у вигляді:

$$p - \frac{\rho j^2}{\gamma C} \alpha = 0, \text{ звідки корінь характеристичного рівняння } p = \frac{\rho j^2}{\gamma C} \alpha \text{ додатній.}$$

Виходячи з вигляду кореня характеристичного рівняння [4] вільну складову однорідного диференційного рівняння (5) запишеться у вигляді:

$$\theta_{\text{вільне}} = A e^{\frac{\rho j^2 \alpha t}{\gamma C}}, \quad (6)$$

де A - стала інтегрування.

Значення температури провідника нагрітого струмом отримаємо із однорідного диференційного рівняння за умови, що температура провідника досягла усталеного значення і далі не змінюється в часі, тобто $\frac{d\theta}{dt} = 0$. У цьому випадку рівняння (5) запишеться у

вигляді $-\frac{\rho J^2}{\gamma C} \alpha \theta = \frac{\rho J^2}{\gamma C}$, звідки вимушене значення температури провідника змінюється у вигляді $\theta_{вим} = -\frac{1}{\alpha}$.

Сталу інтегрування A визначаємо із граничних умов, зокрема в момент зміни величини електричного струму, як параметра нагрівання, температура провідника стрибком змінитись не може, тобто $\theta(0) = \theta(t+0)$. Таким чином $\theta(0) = -\frac{1}{\alpha} + A$ звідки $A = (\theta(0) + \frac{1}{\alpha})$.

Остаточню розв'язок рівняння (5) із врахуванням сталої інтегрування набере вигляду:

$$\theta(t_0) = -\frac{1}{\alpha} + A e^{\frac{\rho J^2}{\gamma C} t} \quad (7)$$

Загальне розв'язання диференційного рівняння запишеться у вигляді:

$$\theta(t) = -\frac{1}{\alpha} + \left(\frac{1}{\alpha} + \theta(0)\right) e^{\frac{\rho J^2}{\gamma C} t} \quad (8)$$

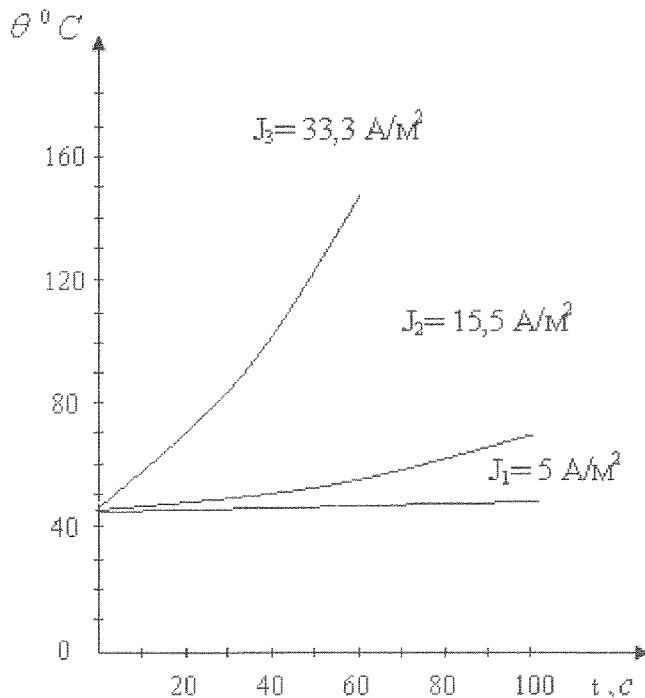


Рис. 1 Графічна залежність розподілу температури від часу

Приймаючи $\theta(0) = 20^\circ C$, $\alpha = \frac{1}{273}$, $\gamma = 8,9 \cdot 10^3 \text{ кг/м}^3$, $\rho = 1,76 \cdot 10^{-8} \text{ Ом} \cdot \text{м}$, $C = 390$, для густини струмів у мідному провіднику $j_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$; $j_2 = 15,5 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$; $j_3 = 33,3 \cdot 10^6 \text{ А/м}^2$ [5] обчислимо залежності зміни температури від часу, які графічно наведено на рис. 1.

Враховуючи те, що від провідника, який нагрівається струмом, тепло не відводиться, його температура, як видно з графіка експоненціально зростає, до того ж, пропорційно до густини струму.

Реально цілковитої акумуляції тепла провідником не існує, тому розглянемо задачу для випадку, коли від нагрітого провідника відводиться тепло у зовнішнє середовище. У цьому разі рівняння (1) із врахуванням закону Ньютона-Ріхмана запишемо у вигляді:

$$RI^2 d\tau = mCd\theta + \alpha(\theta - \theta_c)Fdt, \quad (9)$$

де α – коефіцієнт тепловіддачі при контактi; θ – температура провідника; θ_c – температура оточуючого середовища; F – площа поперечного перерізу провідника із якого віддається тепло.

Переходячи до питомих величин (провідності матеріалу провідника, його питомої ваги, питомої теплоємності, густини струму) рівняння (9) запишемо у вигляді:

$$\rho J^2 dt = \gamma C d\theta + \alpha(\theta - \theta_c) \frac{F}{l_s} dt. \quad (10)$$

Виражаючи площу поверхні круглого провідника $F = l \cdot 2\pi R$, його поперечний переріз $S = \pi R^2$, де R – радіус провідника, l – його довжина, відношення $\frac{F}{l_s} = \frac{2}{R}$ підставимо у (10) і, здійснивши необхідні перетворення, отримаємо:

$$\frac{d(\theta - \theta_c)}{dt} + \frac{2\alpha}{\gamma C} (\theta - \theta_c) = \frac{\rho J^2}{\gamma C}. \quad (11)$$

Корінь характеристичного рівняння (11) має вигляд $\rho = -\frac{2\alpha}{\gamma C r}$, а вільна складова

неусталеного процесу, описаного рівнянням (11), запишеться у вигляді [4]: $(\theta - \theta_c) = A e^{-\frac{2\alpha}{\gamma C r} t}$,

де A – стала інтегрування.

Вимушену складову рівняння (11) отримаємо для випадку, коли провідник нагрівається до усталеної температури, яка перестає змінюватись, тобто $\frac{d\theta}{dt} = 0$ тоді

$(\theta - \theta_c) = \frac{\rho J^2 \cdot r}{\lambda C}$. Загальний розв'язок рівняння (8) запишемо у вигляді:

$$(\theta - \theta_c) = \frac{\rho J^2 \cdot r}{\lambda C} + A e^{-\frac{2\alpha}{\gamma C r} t}. \quad (12)$$

Враховуючи теплову інерційність системи, тобто незмінність температури в момент раптової зміни струму у провіднику, яка відбувається в момент часу $t = 0$, із рівняння (12)

визначимо сталу інтегрування: $A = (\theta_{i+} - \theta_n) - \frac{\rho J^2 r}{2\alpha}$.

Підставляючи сталу інтегрування A у вираз (12) та виконуючи незначні перетворення остаточне розв'язання диференційного рівняння (11) запишемо у вигляді:

$$\theta(t) = \frac{\rho J^2 r}{2\alpha} + (\theta_{i+} - \theta_n - \frac{\rho J^2 r}{2\alpha}) e^{-\frac{2\alpha}{\gamma C r} t} + \theta_c. \quad (13)$$

Розв'язання диференційного рівняння (11) можна також записати у вигляді

$$(\theta - \theta_c) = A_1 + A_2 e^{-\frac{2\alpha}{\gamma C r} t}, \quad (14)$$

де A_1 і A_2 – сталі інтегрування, які визначимо виходячи із наступних умов.

В момент зміни струму в провіднику, тобто для $t = 0$ рівняння (14) запишемо у вигляді:

$$\theta_{нов} - \theta_c = A_1 + A_2, \quad (15)$$

де $\theta_{нов}$ – початкова температура провідника, яка в момент зміни струму стрибком змінюватись не може.

Для часу $t = \infty$, після усталення струму в провіднику, режим його температури записується у вигляді:

$$\theta_{уст} - \theta_c = A_1 + A_2 \cdot \frac{1}{\infty} = A_1. \quad (16)$$

Із розв'язку системи рівнянь (15) і (16) знаходимо: $A_1 = \theta_{уст} - \theta_c$; $A_2 = \theta_{поч} - \theta_{уст}$.

Підставляючи вирази A_1 і A_2 у рівняння (14) та здійснюючи незначні перетворення остаточне розв'язання (11) запишемо у вигляді:

$$\theta(t) = \theta_{уст} + (\theta_{поч} - \theta_{уст}) \left(1 - e^{-\frac{2\alpha}{\gamma C r t}} \right). \quad (17)$$

За виразом (17) можна обчислити час, за який провідник із заданими параметрами може бути нагрітий до якоїсь наперед заданої температури, температура оточуючого середовища у даному випадку не важлива.

Для раніше прийнятих параметрів θ_c , γ , C , ρ за виразом (13) обчислено залежності зміни температури від часу, для температури оточуючого середовища $\theta_c = 30^\circ\text{C}$, та густини струмів $j_1 = 5 \cdot 10^6 \text{ A}/\text{M}^2$; $j_2 = 15,5 \cdot 10^6 \text{ A}/\text{M}^2$; $j_3 = 33,3 \cdot 10^6 \text{ A}/\text{M}^2$ як наведено на рис.2

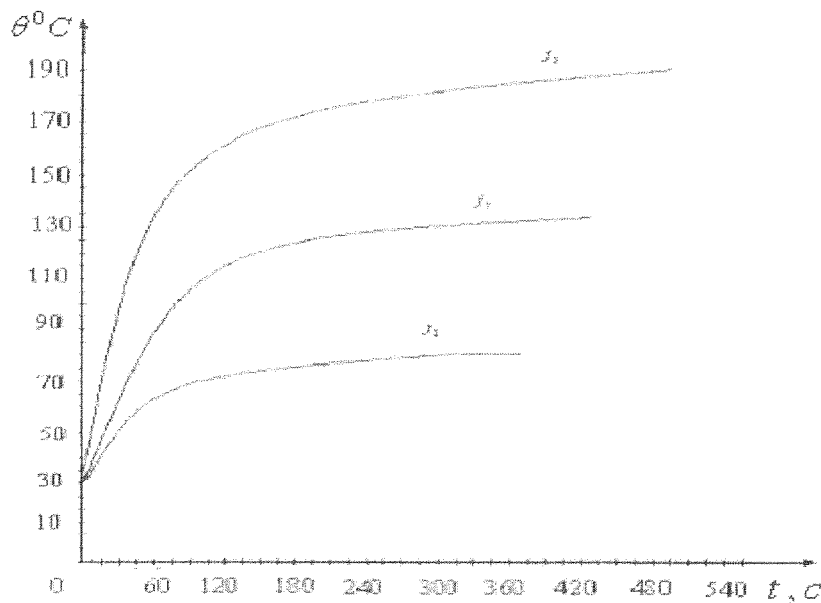


Рис.2 Залежність зміни температури від часу, для $\theta_c = 30^\circ\text{C}$

Аналогічні графічні залежності виходять за виразом (17), якщо задати відповідні $\theta_{поч}$ і $\theta_{уст}$, оскільки показник експоненти такий самий як і в (13).

Вираз (17) на відміну від (13) не враховує струмового навантаження проводу, а лише дозволяє отримати швидкість та час наростання температури від початкового значення до усталеного.

Висновки:

1. Режими нагрівання провідника струмом без відведення тепла, які реально здійснити неможливо показують, що швидкість нагрівання визначається густиною струму у провідниках та параметрами металів із яких виготовлені провідники. Для провідника перерізом $1,5 \text{ мм}^2$, який найчастіше використовується для виконання побутових електричних мереж, час нагрівання допустимим струмом до критичної температури становить майже 2 хвилини.
2. Збільшення густини струму у 2 рази викликає нагрівання до критичної температури цього провідника без відведення тепла за 10-15 с.

Довготривале нагрівання такого провідника можливе густиною струму утричі меншою від допустимої, однак такі режими є економічно не вигідними.

3. В реальних умовах, коли від провідника відводиться тепло, довготривалий струм граничного нагрівання залежить від теплових характеристик ізоляції (тобто коефіцієнта інтенсивності і теплообміну α із оточуючим середовищем) і температури оточуючого середовища.

ЛІТЕРАТУРА

1. *Электротехнический справочник, изд 4-е перераб. под ред. П.Г. Грудинского М.Г. Чиликина (глав. ред) и др Т1, М., Энергия, 1971. – 880с.*
2. *А.А. Ермолаев Теоретические основы теплотехники. Государственное энергетическое издательство М.:Л.: 1957. – 350с.*
3. *Н.Н. Лариков. Общая теплотехника Стр. Изд. М.: 1966. – 445с.*
4. *В.С. Перхач. Теоретична електротехніка: лінійні кола: Підручник. – К.: Вища шк. 1992.– 439с. ил.*
5. *Х. Кухлинг Справочник по физике: Пер. с нем. – М.: Мир, 1982. – 520 с., ил.*

УДК 539.3, 622.692.4

І.В. Дворянин, к.т.н., доц., А.Р. Дзюбик, к.т.н., доц., Ю.В. Гуцуляк, к.т.н., доц. (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)

ПРОГНОЗУВАННЯ НАДЗВИЧАЙНИХ СИТУАЦІЙ ПРИ ЕКСПЛУАТАЦІЇ ЗВАРНИХ КОНСТРУКЦІЙ НА ОСНОВІ ВИМІРЮВАННЯ НАПРУЖЕНЬ

В роботі пропонується комплексний підхід до визначення напруженого стану зварних металокопструкцій на основі інформації про тензорне поле умовних пластичних деформацій. Він дає змогу враховувати особливості експериментального обладнання, методів визначення напружень, впливу неоднорідності структурно-фазового складу в околі зварного шва на покази вимірювання та спосіб підготовки крайок деталей перед зварюванням

У наш час значний обсяг промислових споруд це зварні металокопструкції. Особливо великою є їх частка в будівництві, а також в хімічній, енергетичній, нафтогазовій та машинобудівній промисловості, тобто в галузях, які мають важливе господарське значення. Виникнення надзвичайних ситуацій в них може впливати не лише на економіку держави, а й призводити до важких екологічних наслідків, тому особливо важливо точно визначити несучу здатність таких споруд [1].

Одним з головних показників працездатності металокопструкцій є напружений стан який виникає в них, зумовлений як робочими так технологічними навантаженнями. Для зварних копструкцій це перш за все залишкові технологічні напруження, які часто в локальних об'ємах можуть наближатися до межі текучості матеріалу [2]. У практиці визначення таких напружень є поширена обернена задача: визначення напруженого стану копструкції, яка перебуває в експлуатації, на основі доступних експериментальних даних [3]. Експериментальні дослідження рекомендують виконувати акустичним та магнітним методами [4].

В роботі пропонується при визначенні тензорного поля умовних пластичних деформацій враховувати особливості будови експериментального устаткування для