

рази для тих же типів речовин антипірогенів. За температури 100°C зменшення константи швидкості окислення обробленого вугілля ще менш суттєве і коливається в межах від 1,3 до 1,18 рази.

*Висновок.* Антипірогени можуть бути широко використані для попередження самозаймання вугілля в найрізноманітніших умовах, різними способами із застосуванням широкого арсеналу технічних засобів. Найбільш ефективною представляється поверхнева обробка скупчення вугілля, шляхом набризкування антипірогену за допомогою різних переносних обприскувачів, що працюють від джерела стислого повітря.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Хрисанфова А. И., Литвинов В. Л. *Технология хранения углей и мероприятия по сокращению потерь топлива.* - М.: Недра, 1970.
2. Саранчук В.И., Русчев Д., Семенов В.К. и др. *Окисление и самовозгорание твердого топлива.* - К.: Наукова думка. 1994.
3. Канева А.И., Александров И. В., Бурков П. А. *Способы борьбы с эндогенными пожарами и шляхи їх удосконалення// Хімія твердого палива.* - 1978. - № 6. - С. 73-78.
4. Скочинський А. А., Макаров С. З. *Випробування по застосуванню антипірогенів при боротьбі з пожарами* - М.: Вид. АН СРСР, 1961.
5. Тарахно Е.В., Михайлюк А.П., Трегубов Д.Г., Вегнер В.В. *Предупреждение самовозгорания углей с помощью антипирогенов. VI научно-практическая конференция «Пожарная безопасность – 2003» м. Харків, АПБУ, С. 163 – 164.*

УДК 539.377

*М.М Семерак, д.т.н., професор, Т.Б. Юзьків, к.т.н., доцент  
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності),  
Я.В. Шолудько, к.т.н., доцент (Львівський державний аграрний університет)*

## ТЕРМОНАПРУЖЕНИЙ СТАН ПЛАСТИНЧАСТИХ КОНСТРУКЦІЙ З КРУГОВИМ ВКЛЮЧЕННЯМ ПРИ ДІЇ ВИСОКИХ ТЕМПЕРАТУР

В роботі визначено і досліджено термонапружений стан пластинчастої конструкції з круговим включенням при раптовому нагріві її поверхонь. Процес нагріву моделюється стрибкоподібною зміною температури на поверхнях конструкції з використанням однієї асиметричної функції. Використовуючи методи інтегральних перетворень, одержано формули для визначення температурного поля і температурних напружень в конструкції. Проведемо дослідження залежності величини температури і напружень від часу.

*Актуальність і мета досліджень.* Тонкостінні пластинчасті конструкції з круговими включеннями широко застосовуються в машинобудуванні, приладобудуванні, хімічній, нафтовій та будівельній промисловості. Це днища і люки нафтогазових резервуарів, ректифікаційних колон, цементних бункерів, різноманітного перекриття. При дії температури, особливо при пожежі, вони деформуються і в них виникають температурні напруження, які часто є причиною їх руйнування. На величину напружень впливають теплофізичні і механічні характеристики матеріалу пластин і включення. Знаючи аналітичну залежність величини температурних напружень від значення фізико-механічних характеристик пластин і включення можна підібрати такі матеріали, щоб величина напружень була мінімальною при заданій температурі.

*Постановка задачі.* Розглянемо пластинчасту конструкцію, товщиною  $2\delta$  з круговим включенням радіуса  $R$ . В процесі моделювання будемо використовувати циліндричну систему координат  $(r; \varphi; z)$ . Вісь  $z$  буде проходити через центр включення, а вісь  $r$  сумісно з серединною площиною включення (рис. 1).

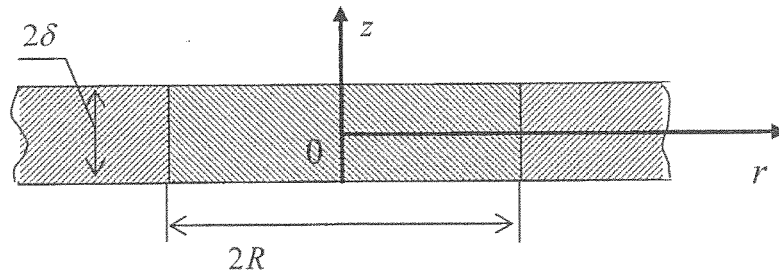


Рис. 1. Схема пластинки з включенням

Через бокові поверхні  $z = \pm\delta$  системи, здійснюється теплообмін по закону Ньютона з зовнішнім середовищем, температура  $t_c$  якого є довільною функцією часу  $\tau$ . Між пластинкою і включенням існує ідеальний тепловий і механічний контакт. Для знаходження нестационарного температурного поля у включенні, розглянемо рівняння теплопровідності [1]

$$\frac{\partial^2 T_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{dT_0}{dr} - p^2 T_0 = -\kappa_0^2 t_c, \quad (1)$$

і краєві умови

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \lambda_0 \frac{\partial T_0}{\partial r}, T = T_0 \text{ при } r = R, T_0 \neq \infty \text{ при } r = 0, \quad (2)$$

$$T_0 = 0 \text{ при } \tau = 0, \quad (3)$$

де

$$p_2 = \kappa_0^2 + \frac{1}{a_0} \frac{\partial}{\partial \tau}, \kappa = \frac{\alpha_0}{\lambda_0 \delta}.$$

$a_0, \lambda_0$  – коефіцієнти температуропровідності,  $\frac{M^2}{c}$  і теплопровідності включення,  $\frac{Bm}{M \cdot K}$ ;  $\alpha_0$  – коефіцієнт тепловіддачі з поверхні включення  $z = \pm\delta$ ,  $\frac{Bm}{M^2 \cdot K}$ ;  $\lambda$  – коефіцієнт теплопровідності матеріалу пластинки;  $T_0, T$  – температура включення і пластинки,  $K$ . Відповідно всі величини, які відносяться до включення позначені індексом 0.

Розв'язок рівняння (1) має вигляд

$$T_0 = AI_0(pr) + BK_0(pr) + \frac{\kappa_0^2}{p^2} t_c. \quad (4)$$

де  $A$  і  $B$  сталі інтегрування,  $I_0(\xi), K_0(\xi)$  – модифіковані функції Бесселя I-го і II-го роду, відповідно.

Визначаючи сталі інтегрування із другої і третьої умови (2) і підставляючи їх в (4), одержимо:

$$T_0 = \frac{I_0(pr)}{I_0(pR)} \left[ T(R) - \frac{\kappa_0^2}{p^2} t_c \right] + \frac{\kappa_0^2}{p^2} t_c. \quad (5)$$

Підставляючи вираз (5) в першу умову (2), знаходимо

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial r} = \lambda_0 p \frac{I_1(pR)}{I_0(pR)} \left[ T(R) - \frac{\kappa_0^2}{p^2} t_c \right] \text{ при } r = R. \quad (6)$$

Розкладемо вираз  $\frac{I_1(pR)}{I_0(pR)}$  в ряд і обмежимося першим членом цього ряду. В результаті

$$\text{на поверхні спряження } r = R \text{ пластинки і включення одержимо умови теплообміну}$$

$$\Lambda \frac{\partial T}{\partial r} = 2A_0(T - t_c) + C_0 \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (7)$$

де  $\Lambda = \lambda S$  – приведена теплопровідність поверхні  $r = R$  пластинки;  $S = 4\pi R\delta$  – площа поверхні контакту,  $m^2$ ;  $A_0 = \alpha_0 S_0$  – приведена тепловіддача з поверхні  $z = \pm\delta$  включення;  $C_0 = c\rho V_0$  – приведена об'ємна теплоємність включення;  $V_0 = 2\delta S_0$  – об'єм включення,  $m^3$ ;  $S_0 = \pi R^2$  – площа включення,  $m^2$ ;  $c$  – питома теплоємність,  $\frac{Дж}{кг \cdot K}$ ;  $\rho$  – густина матеріалу включення,  $\frac{кг}{м^3}$ .

Сформулюємо механічні умови на поверхні  $r = R$  включення. Для визначення напружено-деформованого стану включення, використаємо вирази зусилля  $N_r^{(0)}, N_\varphi^{(0)}$  [1]

$$N_r^{(0)} = \frac{g_0}{1 - \nu_0^2} \left[ \frac{\partial u_0}{\partial r} + \nu_0 \frac{u_0}{r} - \alpha_i^{(0)} (1 - \nu_0) T_0 \right], \quad (8)$$

$$N_\varphi^{(0)} = \frac{g_0}{1 - \nu_0^2} \left[ \nu_0 \frac{\partial u_0}{\partial r} + \frac{u_0}{r} - \alpha_i^{(0)} (1 + \nu_0) T_0 \right],$$

рівняння для визначення переміщення  $u$

$$\frac{\partial^2 u_0}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_0}{\partial r} - \frac{u_0}{r^2} = \alpha_i^{(0)} (1 + \nu_0) \frac{\partial T_0}{\partial r}, \quad (9)$$

і крайові умови

$$N_r = N_r^{(0)}, u = u_0 \text{ при } r = R, u_0 = 0 \text{ при } r = 0, \quad (10)$$

де  $g_0 = 2E_0\delta$ ,  $E_0$  – модуль Юнга для включення, Па;  $\nu_0$  – коефіцієнт Пуассона;  $\alpha_i^{(0)}$  – температурний коефіцієнт лінійного розширення матеріалу включення,  $\frac{1}{град}$ .

Розв'язок рівняння (9) має вигляд

$$u_0 = C_1 r + C_2 \frac{1}{r} + \alpha_i^{(0)} \frac{1 + \nu_0}{r} \int_0^r \xi T_0 d\xi, \quad (11)$$

Враховуючи дві останні умови (10) і рішення (11) запишемо таким чином

$$u_0 = u \Big|_{r=R} \frac{r}{R} - \beta_0 \left[ \frac{r}{pR} \frac{I_1(pR)}{I_0(pR)} - \frac{1}{p} \frac{I_1(pr)}{I_0(pR)} \right] \cdot \left( T \Big|_{r=R} - \frac{\kappa_0^2}{p^2} t_c \right), \quad (12)$$

де  $\beta_0 = \alpha_i^{(0)} (1 + \nu_0)$ .

Підставляючи перше співвідношення (8), в якому  $u_0$  визначається виразом (12), в першу умову (10), знаходимо граничну умову на поверхні  $r = R$ .

$$N_r = \frac{g_0}{1 - \nu_0^2} \left\{ \frac{1 - \nu_0}{R} \Big|_{r=R} + \beta_0 \left[ \frac{2}{pR} \frac{I_1(pR)}{I_0(pR)} \right] T \Big|_{r=R} + \left( \frac{2}{pR} \frac{I_1(pR)}{I_0(pR)} - 1 \right) \frac{\kappa_0^2}{p^2} t_c \right\}, \quad (13)$$

Розклавши оператори, що входять в (13) в ряд, і обмежившись членами, в які входять  $R$  не вище другого степеня, одержимо такі наближені граничні умови:

$$N_r = \frac{g_0}{1-\nu_0} \left( \frac{u}{R} - \alpha_i^{(0)} T \right) \text{ при } r = R. \quad (14)$$

Для знаходження нестационарного температурного поля в пластині використаємо рівняння теплопровідності [1]

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} - \kappa^2 (T - t_c) = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (15)$$

красві умови (7) і умови:

$$\left. \frac{\partial T}{\partial r} \right|_{r \rightarrow \infty} = 0, \quad T = 0 \text{ при } \tau = 0. \quad (16)$$

Застосуємо перетворення Лапласа по  $\tau$  до рівняння (15) і граничних умов (7) і (16). Рішення перетвореного рівняння знаходимо у вигляді:

$$\bar{T} = AI_0(\gamma r) + BK_0(\gamma r) + \frac{\kappa^2}{\gamma^2} \bar{t}_c, \quad (17)$$

де  $\gamma^2 = \frac{s}{a} + \kappa^2$ ;  $\kappa^2 = \frac{\alpha}{\lambda \delta}$ ,  $s$  – параметр перетворення Лапласа.

Сталі інтегрування знаходимо із перетворених по Лапласу умов (7) і (16)

$$A = 0, \quad B = s \frac{2A_0 - C_0 a \kappa^2}{\gamma^2 a [\Lambda \gamma K_1(\gamma R) + (2A_0 + C_0 s) K_0(\gamma R)]} \bar{t}_c, \quad (18)$$

При загорянні легкозаймистих матеріалів інтенсивне горіння майже стрибкоподібно змінює величину температури. Тому можна прийняти, що температура середовища змінюється за законом

$$t_c = t_0 S_+(\tau), \quad (19)$$

де  $S_+(\tau) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$  – асиметрична одинична функція,  $t_0$  – величина, на яку змінюється температура середовища.

Тоді вираз (17) прийме вигляд

$$\bar{T} = t_0 \left[ \frac{(2A_0 - C_0 a \kappa^2) K_0(r\gamma)}{a \gamma^2 [\Lambda \gamma K_1(R\gamma) + (2A_0 + C_0 s) K_0(R\gamma)]} + \frac{\kappa^2}{s \gamma^2} \right] = \bar{t}_0 \bar{N} + \frac{t_0 \kappa^2}{s \gamma^2} \quad (20)$$

Введемо безрозмірні змінні і величини

$$\rho = \frac{r}{R}, \quad S = \frac{s R^2}{a}, \quad F = \frac{a \tau}{R^2}, \quad B = \kappa^2 R^2. \text{ Вираз для } N \text{ запишеться у вигляді}$$

$$N = \frac{b}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \frac{e^{-SF} K_0(\rho \sqrt{B+S}) dS}{(B+S) \left[ (B+S+b) K_0(\sqrt{B+S}) + H \sqrt{B+S} K_1(\sqrt{B+S}) \right]} \quad (21)$$

де  $b = B_0 - B$ ;  $B_0 = \frac{2R^2 A_0}{a C_0}$ ;  $H = \frac{\Lambda R}{a C_0}$ .

Після вирахування [2] інтеграл (21) приймає вигляд

$$N = e^{-MF} \left[ 1 + \frac{2b}{\pi} \int_0^\infty e^{-F\zeta^2} \frac{\Phi_0(\rho, \zeta)}{\Delta_0(\zeta)} \frac{d\zeta}{\zeta} \right] \quad (22)$$

де

$$\Phi_0(\rho, \zeta) = I_0(\rho\zeta) \left[ (b - \zeta^2) Y_0(\zeta) + H\zeta Y_1(\zeta) \right] - Y_0(\rho\zeta) \left[ (b - \zeta^2) J_0(\zeta) + H\zeta J_1(\zeta) \right];$$

$$A_0(\zeta) = \left[ (b - \zeta^2) J_0(\zeta) + H\zeta J_1(\zeta) \right]^2 + \left[ (b - \zeta^2) Y_0(\zeta) + H\zeta Y_1(\zeta) \right]^2$$

$$Mi = BF; \quad B = Bi \frac{R^2}{\delta^2}; \quad F = F_0 \frac{\delta^2}{R^2},$$

$T_\nu(\zeta), y_\nu(\zeta)$  – функції Бесселя I і II роду.

$$Bi = \frac{\alpha\delta}{\lambda} \text{ – критерій Біо; } F_0 = \frac{\alpha\tau}{\delta^2} \text{ – критерій Фур'є.}$$

Переходячи в (20) до оригіналу, враховуючи при цьому вираз (22), одержимо:

$$\Theta = 1 + \frac{2b}{\pi} e^{-Mi} \int_0^\infty e^{-F\zeta^2} \frac{\Phi_0(\rho, \zeta)}{A_0(\zeta)} \frac{d\zeta}{\zeta} \quad (23)$$

$$\text{де } \Theta = \frac{T}{t_0}.$$

На поверхні спряження пластинки і включення  $\rho = 1$  із (23) одержимо:

$$\Theta = 1 - 4 \frac{bH}{\pi^2} e^{-Mi} \int_0^\infty e^{-F\zeta^2} \frac{d\zeta}{\zeta A_0(\zeta)}. \quad (24)$$

Напружено-деформований стан в пластині визначимо із співвідношень [3]

$$\sigma_r = \frac{N_r}{2\delta}, \quad \sigma_\varphi = \frac{N_\varphi}{2\delta}, \quad (25)$$

при граничних умовах (14) і умові

$$\sigma_r = 0 \text{ при } r \rightarrow \infty. \quad (26)$$

Зусилля  $N_r$  і  $N_\varphi$  та переміщення  $u$  знайдемо з співвідношень (8) і (9).

Застосовуючи перетворення Лапласа по  $\tau$ , одержуємо:

$$\bar{\sigma}_r = \frac{\bar{N}_r}{2\delta}, \quad \bar{\sigma}_\varphi = \frac{\bar{N}_\varphi}{2\delta}, \quad \bar{N}_\varphi = \frac{g}{1-\nu^2} \left[ \left( \nu \frac{d}{dr} + \frac{1}{r} \right) \bar{u} - \alpha_l (1+\nu) \bar{T} \right], \quad (28)$$

$$\frac{d^2 \bar{u}}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{d\bar{u}}{dr} - \frac{\bar{u}}{r^2} = \alpha_l (1+\nu) \frac{d\bar{T}}{dr}, \quad (29)$$

$$\bar{N}_r = \frac{g_0}{1-\nu_0^2} \left( \frac{\bar{u}}{R} + \alpha_l^{(0)} \bar{T} \right) \text{ при } r = R, \quad (30)$$

Рішення рівняння (29) має вигляд:

$$u = C_1 r + \frac{C_2}{r} + \frac{\alpha_l (1+\nu)}{r} \int_R^r \zeta T(\zeta) d\zeta, \quad (31)$$

Сталі інтегрування  $C_1$  і  $C_2$  визначаються з умов (30). Враховуючи значення і підставляючи (31) в (28) і (27) маємо:

$$\bar{\sigma}_r = \alpha_l Et_0 \left\{ \frac{R^2}{r^2} \left[ \beta (1-\varepsilon) \frac{\kappa^2}{s\gamma^2} - F(s) \frac{K_1 R(\gamma)}{R\gamma} + \beta \varepsilon K_0(r\gamma) \right] + F(s) \frac{K_1(r\gamma)}{r\gamma} \right\}, \quad (32)$$

$$\bar{\sigma}_\varphi = -\bar{\sigma}_r - \alpha_l Et_0 \dot{F}(s) K_0(r\gamma),$$

де  $F(s) = \frac{B}{st_0}$ ;  $\varepsilon = \frac{\alpha_i^{(0)}}{\alpha_i}$ ;  $\beta = [1 + \nu + g^*(1 - \nu_0)]^{-1}$ ;  $g^* = \frac{g}{g_0}$

$g = 2E\delta$ ;  $E$  – модуль пружності матеріалу пластинки, Па;  $\nu$  – модуль Пуассона;  $\alpha_i$  – температурний коефіцієнт лінійного розширення матеріалу пластинки,  $\frac{1}{\text{град}}$ .

Переходячи в (32) від зображень до оригіналу, знаходимо

$$\sigma_r = \beta \left( 1 - \varepsilon - e^{-Mi} (1 + \varepsilon P) + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\rho^2} - 1 \right) (1 + P) \right), \sigma_\varphi = -\sigma_r - e^{-Mi} (1 + P), \quad (33)$$

де  $P = \frac{2b}{\pi} \int_0^\infty e^{-F\zeta} \frac{\Phi_0(\rho, \zeta)}{A_0(\zeta)} \frac{d\zeta}{\zeta}$ ;  $\sigma_i^* = \frac{\sigma_i}{\alpha_i E t_0}$ ,  $i = r, \varphi$ .

На поверхні спряження  $r = R$  вирази температурних напружень мають вигляд

$$\begin{aligned} \sigma_r &= \beta [1 - \varepsilon - e^{-Mi} (1 - \varepsilon P_1)], \\ \sigma_\varphi &= -\sigma_r - e^{-Mi} (1 - P_1) \end{aligned} \quad (34)$$

де

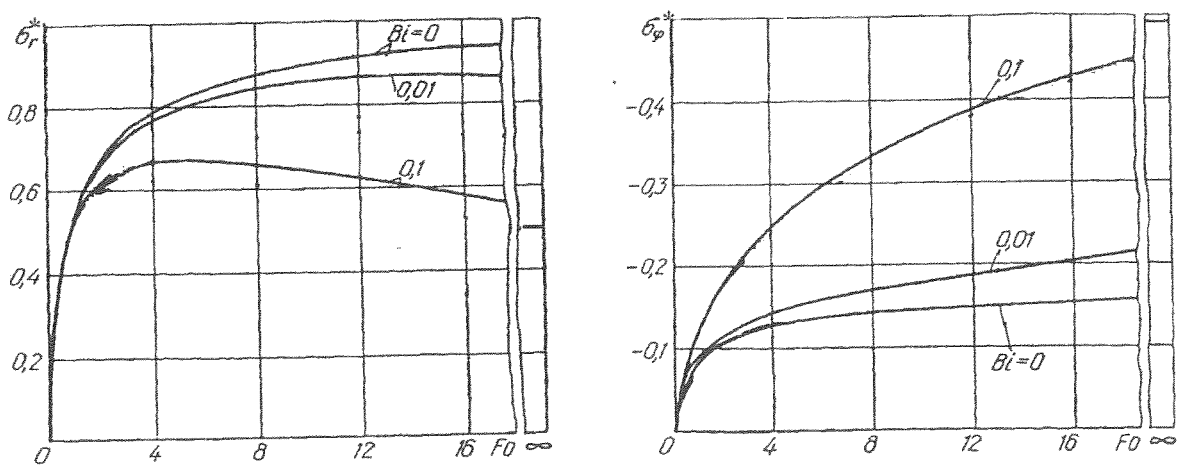
$$P_1 = \frac{4bH}{\pi^2} \int_0^\infty e^{-F\zeta^2} \frac{d\zeta}{\zeta A_0(\zeta)}.$$

За формулами (24), (34) проведено розрахунки температурного поля і температурних напружень на поверхні  $r = R$  в бетонній

$\left( c = 780 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \rho = 25 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \lambda = 0,8 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \alpha_i = 10 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}, E = 2,6 \cdot 10^{10} \text{ Па}, \nu = 0,18 \right)$  пластині з металевим включенням в залежності від безрозмірного часу при деяких значеннях  $Bi$  і при  $t_0 = 150^\circ \text{C}$ ,  $R = 0,3 \text{ м}$ ,  $\delta = 0,06 \text{ м}$ ,  $B_0 = H = 0,867$ ,  $g^* = 0,13$ . При цьому для металу приймають такі значення фізико-механічних характеристик:

$$\left( c_0 = 465 \frac{\text{Дж}}{\text{кг} \cdot \text{К}}, \rho_0 = 7,8 \cdot 10^2 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}, \lambda_0 = 36 \frac{\text{Вт}}{\text{м} \cdot \text{К}}, \alpha_i^0 = 12 \cdot 10^{-6} \frac{1}{\text{К}}, E_0 = 2 \cdot 10^{11} \text{ Па}, \nu_0 = 0,3 \right).$$

Результати досліджень показані на рис. 2,3



а) радіальні напруження

б) кільцеві напруження

Рис. 2 Залежність величини температурних напружень від безрозмірного часу  $Fo$

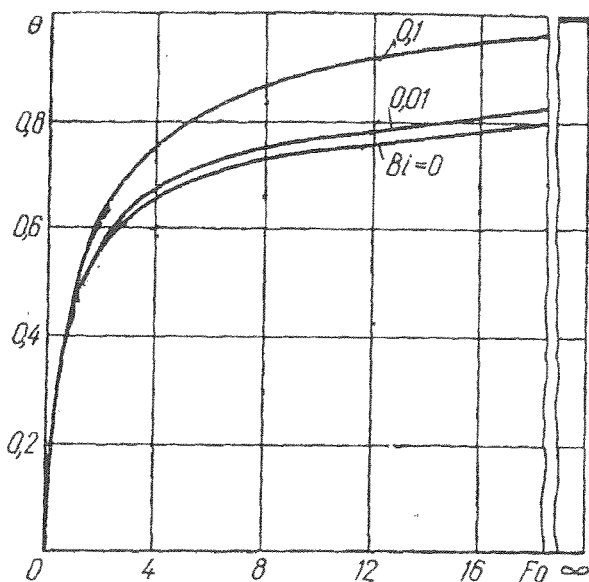


Рис. 3 Залежність величини безрозмірної температури від безрозмірного часу  $Fo$

*Висновки.* Аналіз графічних залежностей показує, що із збільшенням тепловіддачі з бокових поверхонь пластини температура і кільцеві температурні напруження збільшуються. Радіальні температурні напруження з ростом тепловіддачі зменшуються. При стаціонарному температурному режимі радіальні температурні напруження приймають мінімальне значення, а кільцеві – максимальне.

Для заданих фізико-механічних характеристик матеріалів пластини і включення радіальні напруження є розтягуючими, а кільцеві – стискаючими.

## ЛІТЕРАТУРА

1. Подстригач Я.С., Коляно Ю.М. Неустановившиеся температурные поля и напряжения в тонких пластинах. -К.: Наук. думка. 1972. – 308 с.
2. Jaeger J.C. Conduction of heat in a solid in contact with a thin layer of a good conductor. – Quart.J. Mech. Appl. Math., 1955, 8, №1, P.101-106.
3. Коваленко А.Д. Избранные труды. – К.: Наук. думка, 1976. – 762 с.

УДК 577.4+061.64

А.В.Сибірний, к.б.н., А.В.Субота,  
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)

## ЕКОНОМІЧНЕ РЕГУЛЮВАННЯ ОХОРОНИ ДОВКІЛЛЯ

Проаналізовані основні напрямки вдосконалення економічного механізму екологічного управління та розробки і впровадження у практику нових ринкових інструментів з метою модернізації існуючих регуляторів ефективності економічного механізму природокористування.

Основними напрямками вдосконалення економічного механізму екологічного управління є модернізація існуючих регуляторів, здійснювана одночасно з розробкою і впровадженням у практику нових ринкових інструментів. Світовий досвід свідчить, що система екологічного менеджменту залежить від ефективності економічного механізму природокористування, який базується на збалансованому поєднанні регуляторів примусово-обмежувального характеру з регуляторами стимулюючо-компенсаційного характеру, які, в свою чергу, забезпечують сприятливіші умови для природозбереження, а також для забезпечення екологічно безпечних технологій і методів господарювання. У багатьох країнах світу щодо вирішення еколого-економічних проблем природокористування нагромаджений значний досвід: створені ефективні організаційні структури та дієвий механізм правового