

$$y_{max} = y|_{x=\frac{l}{2}} = \frac{\delta_{max}}{1 - \frac{F}{F_{кр}}} \quad (13)$$

Згідно з формулою (13) при коефіцієнті запасу стійкості $n_{ст} = 2$ максимальний прогин опори у два рази перевищуватиме величину δ_{max} . При малих коефіцієнтах запасу прогин починає інтенсивно зростати і втрата стійкості стає можливою швидше, ніж осьова сила досягає критичного значення. Збільшення осьового зусилля внаслідок нагрівання окремих колон теж значно зменшує початковий коефіцієнт запасу стійкості.

Не менш суттєво нагрівання колон впливає на величину напруження. Для оцінки цього впливу можна скористатися формулою [2]

$$\sigma_{max} = \sigma \left(1 + \frac{A}{W_z} y_{max} \right), \quad (14)$$

де σ - напруження від осьової сили $F + X_1$; W_z - осьовий момент опору поперечного перерізу при згині.

Тому при проектних розрахунках колон відповідальних об'єктів варто передбачати можливі наслідки випадкових температурних навантажень на окремі колони. Для цього необхідно скористатися формулами (5), (13), (14).

Їх аналіз дозволяє зробити такі висновки та рекомендації:

1. Температурні навантаження окремих колон, розрахованих без їх урахування, навіть при температурах $50 \dots 100^\circ C$, можуть приводити до втрати стійкості або вичерпання ресурсу міцності, а, отже, до перевантаження інших колон.
2. Однакове нагрівання всіх колон не приводить до збільшення осьових сил.
3. Для розвантаження колон від додаткових сил, спричинених температурою, ефективним конструктивним засобом є застосування пружних компенсаторів осьових термодформацій, а також технологічним – використанням теплоізолюваних колон.
4. При відсутності термокомпенсаторів коефіцієнти запасу міцності і стійкості слід уточнювати з урахуванням додаткового осьового зусилля і додаткового прогину.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Прочность, Устойчивость, Колебания./ Под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. - М.: Машиностроение. –Т.3: 1968.-724с.
2. Расчет на прочность деталей машин.: Справочник/ И. А. Биргер, Б. Ф. Шоф, Г. Б. Иоселевич. – М.: Машиностроение, 1979, 702с.
3. Справочник по сопротивлению материалов/ Г. С. Писаренко, А. П. Яковлев, В. В. Матвеев. – Киев: Наук. думка, 1998.- 736с.

УДК 614.843(075.32)

О.Е. Васильєва, к.т.н., (Львівський інститут пожежної безпеки МНС України)

ДИНАМІЧНІ НАВАНТАЖЕННЯ ЗУБЧАСТИХ ПЕРЕДАЧ ПРИВОДІВ ПОЖЕЖНОГО УСТАТКУВАННЯ

Розглянуто методику визначення коефіцієнта, який враховує динамічні навантаження зубчастих передач приводів пожежного устаткування. Результати роботи можуть бути використанні при розробці конструкції приводів із зубчастими передачами для заданих тактико-технічних вимог.

Сучасний стан проблеми. Зовнішні динамічні навантаження при розробці конструкції приводів із зубчастими передачами враховують за допомогою коефіцієнта K_A , значення якого залежать від величини бокового зазору між зубцями передачі, моменту сил опору, привідного моменту, колової швидкості коліс передачі, жорсткості всіх елементів передачі, кутового пришвидшення при пусках, зупинках та переключеннях передачі. Однак у ГОСТ 21354-87 та в технічній довідковій літературі [1] для розрахунку зубчастих передач на міцність відсутні залежності для визначення коефіцієнта K_A . Його значення встановлюють орієнтовно за значеннями, які наведені для деяких машин і механізмів без урахування особливостей конструкції, яку розробляють [2, додаток 4]. Тому ставиться задача визначити дійсне значення коефіцієнта, який враховує зовнішні динамічні навантаження зубців, що дасть можливість значно підвищити точність розрахунків зубчастих передач на міцність.

Мета роботи. Розробити на підставі результатів теоретичних досліджень методику визначення дійсного значення коефіцієнта, який враховує зовнішні динамічні навантаження зубців.

Типова структура машин, які містять зубчасті передачі, та обґрунтування вибору їх розрахункової схеми. Як відзначалося, значення коефіцієнта K_A , що враховує зовнішні динамічні навантаження зубчастої передачі, приймають орієнтовно на підставі вивчення роботи деяких машин, в конструкцію яких входять ці передачі. Цю нечіткість у визначенні значення K_A можна пояснити тим, що зубчасті передачі використовуються в машинах різноманітних конструкцій, які працюють в різних умовах і виконують практично всі види робіт. Тому надати чіткі рекомендації для вибору значення K_A достатньо складно. Водночас, виходячи з конструктивних особливостей конкретної машини, її призначення та умов експлуатації, можна з'ясувати, яким чином впливають характеристики її робочих механізмів і приводів на динамічні навантаження зубчастих передач, які знаходяться між ними. Типова структура машини з одним приводним двигуном та одним виконавчим механізмом має послідовно пов'язані двигун – передачу – виконавчий механізм (рис.1). Тому розрахункова схема такої машини, яка призначена для визначення впливу характеристик приводу та виконавчого механізму, а також динамічних навантажень зубчастої передачі, повинна мати таку ж структуру.

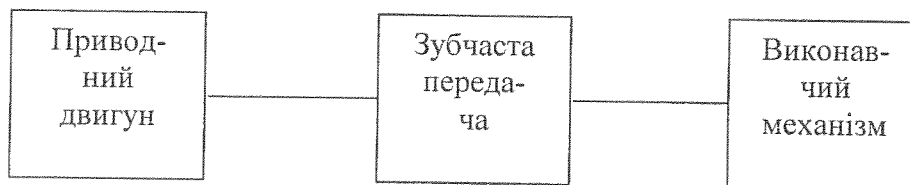


Рис.1. Структура типової машини з одним приводом і виконавчим механізмом.

Привідний двигун будемо характеризувати сумарним моментом інерції I_0 ротора двигуна і півмуфти, яка розташована на його валу, та рушійним (обертальним) моментом T_0 . Виконавчий механізм будемо характеризувати приведеними до вихідного вала колеса зубчастої передачі моментом інерції $I_{c.o}$ та моментом сил опору $T_{c.o}$.

Зубчасту передачу будемо характеризувати моментами інерції ведучого колеса I_1 , веденого колеса I_2 та коефіцієнтом жорсткості C_{12} зубців. Крім того, будемо враховувати жорсткість з'єднувальних елементів між ротором двигуна та ведучим колесом C_{01} , а також веденим колесом і виконавчим механізмом C_{20} .

Враховуючи усе викладене вище, розрахункову схему машини типової структури, яка призначена для визначення впливу характеристик приводу та виконавчого механізму на динамічні навантаження зубчастої передачі, можна представити таким чином (рис. 2). Крім того, кожен з цих складових елементів має відповідну масу.

Момент сил опору, приведений до осі веденого зубчастого колеса, залежить від того, в якій машині використовується зубчаста передача. У загальному випадку його можна представити як суму двох складових: номінального моменту сил опору T_n та динамічного

додатку моменту від $T_{дин}$ тих же сил опору, які у загальному випадку залежать від конкретних умов роботи машини, тобто

$$T_{c.o} = T_n + T_{дин}. \quad (1)$$

Для однозначності в подальших дослідженнях було прийнято чотири види функцій динамічного додатку моменту сил опору [3]:

$$T_{дин} = 0 \text{ (} T_{c.o} \text{ – стала величина); } T_{дин} = \alpha \frac{d\varphi_{c.o.}}{dt}; \alpha - \text{const; } T_{дин} = A \sin \gamma t; A, \gamma - \text{const;}$$

$$T_{дин} = A \sum_{i=1}^n [\eta(\varphi_{c.o.} - i\varphi'_{c.o.}) - \eta(\varphi_{c.o.} - i\varphi''_{c.o.})]; \varphi'_{c.o.}, \varphi''_{c.o.} - \text{const; } \eta(\varphi) - \text{одинична функція Хевісайда [3].}$$

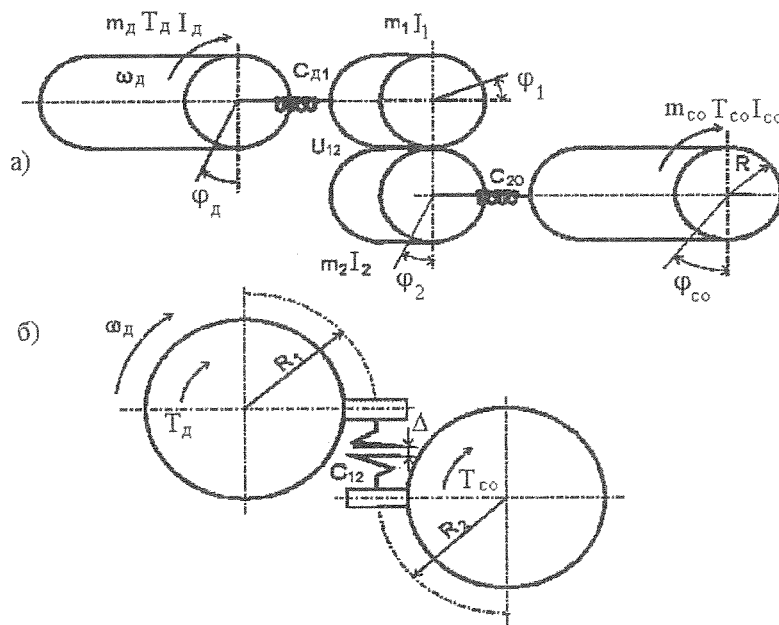


Рис. 2. Розрахункова схема машини типової конструкції.

У першому випадку змінний динамічний додаток до сталого номінального моменту сил опору відсутній, у другому – змінний динамічний додаток у моменті сил опору пропорційний швидкості обертання приєднаної маси, у третьому – представляє собою періодичну силу, а у четвертому випадку змінний динамічний додаток представляє собою кусочно-лінійну функцію з розривами першого порядку, що інтерпретує періодичне миттєво змінне навантаження. Слід відзначити, що хоча ці чотири типи змінної частини моменту сил опору і не охоплюють всю множину можливих моментів опору в реальних умовах роботи машин і механізмів з зубчастими передачами, все ж таки вони є типовими.

Режими ударного навантаження зубчастих передач та математична модель машини типової структури. Відомо, що серединний удар зубців ведучого та веденого коліс у фазі їх вільного обертання в динамічному відношенні буде найбільш несприятливим. Тому в подальших дослідженнях будемо розглядати тільки цей випадок. Надалі будемо вважати, що в зубчастій парі під час її роботи зусилля пропорційні деформаціям, тобто це рівнозначно припущенню про сталу жорсткість зубців. Деформація зубців в парі складається з їх деформації на згин як консольних балок і місцевих деформацій стиску, які не пропорційні діючим зусиллям, особливо при їх ударі. Але теоретичні та натурні дослідження [4] показали, що для практичних потреб з достатньою точністю можна їх вважати лінійними. Було встановлено, що жорсткість зубців в передачі залежить від матеріалу та їх розмірів, а також від жорсткості мастильної плівки між зубцями. Тоді сумарну жорсткість зубців C_{12} можна визначити за залежністю

$$\frac{1}{C_{12}} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_M}, \quad (2)$$

де C_1, C_2, C_M – жорсткості відповідно ведучого та веденого коліс і мастильної плівки.

Будемо вважати, що зубчасте зачеплення контактує між собою одною парою зубців з сумарним коефіцієнтом жорсткості C_{12} та при наявності бокового зазору між зубцями Δ (рис. 2, б). Тому

$$C_{12} = \begin{cases} 0 \text{ при } |\varphi_1 R_1 - \varphi_2 R_2| \leq \Delta; \\ C \text{ при } |\varphi_1 R_1 - \varphi_2 R_2| > \Delta, \end{cases}$$

або

$$C_{12} = C \eta (|\varphi_1 R_1 - \varphi_2 R_2|). \quad (3)$$

За узагальнені координати приймаємо (рис. 2) кути повороту ротора двигуна φ_0 , ведучого колеса φ_1 , веденого колеса φ_2 , виконавчого механізму $\varphi_{c.o}$. Оскільки елементи розрахункової схеми машини типової структури перебувають в обертальному русі, то її кінетична енергія дорівнює

$$T = \frac{I_0 \left(\frac{d\varphi_0}{dt} \right)^2}{2} + \frac{I_1 \left(\frac{d\varphi_1}{dt} \right)^2}{2} + \frac{I_2 \left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right)^2}{2} + \frac{I_{c.o} \left(\frac{d\varphi_{c.o}}{dt} \right)^2}{2}. \quad (4)$$

Виходячи з рівняння Лагранжа другого роду

$$\frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = F_j, \text{ де } j = 1 \dots 4$$

для вибраної розрахункової схеми, з урахуванням (4), отримаємо систему рівнянь (5), для якої узагальнені сили $F_0, F_1, F_2, F_{c.o}$ відповідно дорівнюють:

$$F_0 = T_0 \left(\frac{d\varphi_0}{dt} \right) - C_{01} (\varphi_0 - \varphi_1); \quad F_1 = C_{01} (\varphi_0 - \varphi_1) - C_{12} R_1 (\varphi_1 R_1 - \varphi_2 R_2);$$

$$F_2 = C_{12} R_2 (\varphi_1 R_1 - \varphi_2 R_2) - C_{2o} (\varphi_2 - \varphi_{c.o}) - T_m \left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right); \quad F_{c.o} = C_{2o} (\varphi_2 - \varphi_{c.o}) - T_{c.o},$$

де $T_m \left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right) = \alpha \frac{d\varphi_2}{dt}$ – момент опору обертання коліс мастилам.

$$\begin{cases} I_0 \frac{d^2 \varphi_0}{dt^2} = F_0; \\ I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} = F_1; \\ I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} = F_2; \\ I_{c.o} \frac{d^2 \varphi_{c.o}}{dt^2} = F_{c.o}. \end{cases} \quad (5)$$

З урахуванням вищенаведених залежностей система рівнянь (5) набирає виду:

$$\begin{cases} I_o \frac{d^2 \varphi_o}{dt^2} + C_{o1}(\varphi_o - \varphi_1) = T_o \left(\frac{d\varphi_o}{dt} \right) \\ I_1 \frac{d^2 \varphi_1}{dt^2} - C_{o1}(\varphi_o - \varphi_1) + C_{12}R_1(\varphi_1 R_1 - \varphi_2 R_2) = 0; \\ I_2 \frac{d^2 \varphi_2}{dt^2} - C_{12}R_2(\varphi_1 R_1 - \varphi_2 R_2) + C_{2o}(\varphi_2 - \varphi_{c.o}) = -T_u \left(\frac{d\varphi_2}{dt} \right); \\ I_{c.o} \frac{d^2 \varphi_{c.o}}{dt^2} - C_{2o}(\varphi_2 - \varphi_{c.o}) = T_{c.o}. \end{cases} \quad (6)$$

Система диференціальних рівнянь (6) разом з початковими умовами представляє собою математичну модель руху машини типової структури, яка зорієнтована на аналіз її роботи при типовому приводі, характерних зовнішніх навантаженнях виконавчого механізму та найбільш не вигідних умовах роботи зубчастої передачі. Для отримання математичної залежності визначення коефіцієнта K_A , який враховує зовнішні динамічні навантаження, здійснимо ліанеризацію математичної моделі (6) і розглянемо типовий випадок роботи машини.

Вважаємо, що двигун (рис.2а) обертається з кутовою швидкістю ω_{II} . Визначимо ударне навантаження в місці співудару зубців коліс з радіусами ділільних кіл R_1 і R_2 . Зубці коліс для спрощення показані у вигляді консольної балки прямокутного перерізу (рис.2б). Процес удару буде складатися з двох етапів: 1) зближення систем на величину зазору Δ ; 2) ударне навантаження пружних ланок до максимального моменту сил опору T_{max}

На підставі розв'язання математичної моделі (6) була отримана залежність для визначення максимального моменту при ударі зубців коліс при перехідних процесах

$$T_{max} = \sqrt{T_u \cdot \left(\frac{\frac{4 \cdot \Delta}{m_1 \cdot z_1} \cdot (T_o + \frac{T_u}{U_{12}} \cdot \eta_{12})}{T_o \cdot (\frac{1}{c_{o1}} + \frac{1}{c_{12}}) + T_u \cdot (\frac{1}{c_{12}} + \frac{U_{12}^2}{c_{20}} \cdot \eta_{12})} - T_u \right) + T_u}, \quad (7)$$

де m_f - модуль коловий зубчастої передачі; $m_t = m_n / \cos \beta$; m_n - модуль нормальний; β - кут нахилу зубців; z_1 - кількість зубців ведучого зубчастого колеса; U_{12} - передаточне відношення зубчастої передачі; η_{12} коефіцієнт корисної дії передачі;

$$C_1 = \frac{R_1^2 \cdot 3 \cdot E_1 \cdot I_1}{h^3}; \quad C_2 = \frac{R_2^2 \cdot 3 \cdot E_2 \cdot I_2}{h^3};$$

h - висота зубця;

$$C_{o1} = \frac{\pi \cdot G \cdot d_{o1}^4}{32 \cdot l_{o1}}; \quad C_{2o} = \frac{\pi \cdot G \cdot d_{2o}^4}{32 \cdot l_{2o}};$$

d_{o1}, d_{2o} - діаметри валів пружних елементів системи; l_{o1}, l_{2o} - довжини валів пружних елементів системи; E, G - модулі пружності.

Відповідно коефіцієнт, який враховує зовнішні динамічні навантаження зубців, буде

$$K_A = \frac{T_{max}}{T_u} \quad (8)$$

Підставляючи (7) в залежність (8), отримаємо:

$$K_A = \sqrt{\frac{I}{T_n} \cdot \left(\frac{\frac{4 \cdot \Delta}{m_t \cdot z_1} \cdot (T_o + \frac{T_n}{U_{12}} \cdot \eta_{12})}{T_o \cdot (\frac{1}{C_{o1}} + \frac{1}{C_{12}}) + T_n \cdot (\frac{1}{C_{12}} + \frac{U_{12}^2}{C_{20}} \cdot \eta_{12})} - T_n \right)} + 1, \quad (9)$$

де C_{12} визначають за залежністю (2) при приведенні всіх жорсткостей до кутових.

Отримана залежність (9) дає можливість проаналізувати вплив конструктивних і експлуатаційних чинників на значення коефіцієнта, який враховує зовнішні динамічні навантаження зубчастої передачі.

Висновки

Результати виконаних теоретичних досліджень дали можливість зробити такі висновки:

1. В процесі експлуатації зубчастих передач виникають зовнішні динамічні навантаження зубців коліс, які характеризуються коефіцієнтом K_A і залежать від конструктивних чинників передачі та умов експлуатації.

2. На величину T_{max} при ударі і відповідно на K_A , в першу чергу, впливає значення бокового зазору між зубцями Δ . Із його збільшенням значення K_A зростає, особливо при зменшенні жорсткості системи. Наприклад, при збільшенні Δ у два рази, значення K_A збільшується приблизно у 1,5 рази.

3. Модуль передачі та кількість зубців ведучого колеса впливають обернено пропорційно на значення K_A , що пояснюється збільшенням розміру коліс та підвищенням при зростанні модуля жорсткості зубців. Так, при зростанні модуля від 2мм до 10мм, а кількості зубців z_1 від 20 до 60, значення K_A зменшується приблизно в 2,3...2,5 рази.

4. Умови експлуатації зубчастих передач сильно впливають на значення зовнішніх динамічних навантажень. Наприклад, збільшення номінального моменту сил опору у 2,5 рази приводить до зменшення динамічних навантажень приблизно у 2 рази.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Зубчатые передачи. Справ./ Под ред. Е.Г.Гинзбурга. – Л.: Машиностроение, 1980. – 416 с.*
2. *ГОСТ 21354-87 (СТ СЭВ 5744-86). Передачи зубчатые цилиндрические эвольвентные внешнего зацепления. – М.: ГОСКОМ СССР по стандартам. 1987. – 127 с.*
3. *Карн Г., Карн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. Перевод с англ. Под общ. Ред. И.Г. Арамановича. – М.: Изд-во "Наука", 1968. – 720 с.*
4. *Кистьян Я.Г. Упругая деформация зубьев прямозубых цилиндрических колес. / Теория и расчет зубчатых передач и подшипников скольжения. – М.: ЦНИИТМАШ, книга №13, 1948. – 218 с.*
5. *Кузьо І.В., Васильєва О.Е. Вплив динамічних перевантажень зубчастих передач на їх міцність. // Вісник ДУ "Львівська політехніка". – 2000. – Вип.394. – С.75 – 80.*