

гідросилікату у воластоніт та процес декарбонізації CaCO_3 супроводжується зміною об'єму, що призводить до розтріскування каменю.

Таким чином, суттєві деструктивні процеси в складі каменю вапняно-пуцоланового в'язучого на основі цеолітового туфіту починаються при температурі більше 700°C (при умові відсутності незв'язаного $\text{Ca}(\text{OH})_2$).

Висновки

1. В роботі доведена ефективність використання в умовах високих температур цеолітового туфіту, як компонента вапняно-пуцоланових в'язучих та активного мінерального додатку портландцементу, що зумовлено зв'язуванням термонестабільного в інтервалі температур $530\text{...}580^\circ\text{C}$ $\text{Ca}(\text{OH})_2$.

2. При використанні цеолітового туфіту, як заповнювача дрібнозернистих та легких бетонів, що експлуатуються в умовах високих температур, є незначними деструктивні процеси, які зумовлені поліморфними перетвореннями кварцу, оскільки вміст його у цеолітовому туфіті є низький, а процеси дегідратації основних мінералів (клинотиллоліту та гідрослюди) є плавними.

3. Дослідження поведінки вапняно-пуцоланового каменю на основі цеолітового туфіту в умовах високих температур показали, що суттєві деструктивні процеси відбуваються при температурах $>700^\circ\text{C}$ (при умові відсутності незв'язаного $\text{Ca}(\text{OH})_2$).

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Горшков В.С., Тимашев В.В., Савельев В.Г. Методы физико-химического анализа вяжущих веществ: -М.: Высш.школа, 1981.-335 с.
2. Пащенко А.А., Сербин В.П., Старчевская Е.А. Вяжущие материалы. - К.: Вища школа, 1985.- 440с.
3. Пушкаренко А.С., Васильченко О.В. Будівельні матеріали та їх поведінка в умовах високих температур. – Харків: АПБУ, -2001.-166с.
4. Ференц Н.О., Якимечко Я.Б., Семеген Р.І., Солоха І.В. Вплив термообробки на властивості цеолітової породи та зв'язних речовин на їх основі // Хімія, технологія речовин та їх застосування. Вісник Державного університету „Львівська політехніка” – Львів, - 1994.- №276.- С.145-147.

УДК 621.873.01

Є. В. Харченко, д-р техн. наук, проф., НУ „Львівська політехніка”
А. М. Петренко, Львівський інститут пожежної безпеки

РОЗРАХУНОК ПОЗДОВЖНЬО-ПОПЕРЕЧНИХ КОЛИВАНЬ УТРИМУВАЛЬНИХ МЕТАЛОКОНСТРУКЦІЙ ЗНАЧНОЇ ДОВЖИНИ ЗІ ЗМІННИМИ ПРУЖНО-ІНЕРЦІЙНИМИ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ

У статті пропонується методика розрахунку вільних і стаціонарних вимушених коливань довгомірних утримувальних металоконструкцій зі змінними пружно-інерційними характеристиками. Математична модель коливальних процесів ґрунтується на застосуванні теорії балок С. Тимошенка. Аналіз коливальних процесів виконується матричним методом початкових параметрів у поєднанні з числовим інтегруванням рівнянь амплітудних функцій.

У сучасній пожежній техніці широко використовуються довгомірні утримувальні металоконструкції змінного поперечного перерізу [1, 2, 5]. До їх числа належать секції колінчастих підіймальних пристроїв, стріли пожежних драбин, висотні споруди тренажерів тощо. Пружно-інерційні характеристики таких металоконструкцій змінюються з довжиною,

що значно ускладнює їх динамічний розрахунок. У даній статті розробляється і ілюструється на прикладі висотної споруди методика аналізу вільних і гармонічних вимушених поздовжньо-поперечних коливань багатопролітної утримувальної металокопструкції зі змінними погонною масою і моментом інерції поперечного перерізу.

Розглянемо механічну систему висотної споруди, яка має вигляд багатопролітного вертикального стержня, пружно закріпленого на нерухомій основі. Ділянки споруди довжинами l_1, l_2, \dots, l_{n-1} розмежовані опорними вузлами з деформівними елементами (відтяжками або скісними підпорами). Жорсткості пружних ланок у вертикальному, горизонтальному та обертальному напрямках позначаємо як $c_{xi}, c_{yi}, c_{\alpha i}$ ($i = 1, 2, \dots, n$); взаємні квазіпружні коефіцієнти – як $c_{xyi}, c_{x\alpha i}, c_{y\alpha i}$. На межах ділянок з металокопструкцією жорстко зв'язані вантажі масами m_1, m_2, \dots, m_n і моментами інерції J_1, J_2, \dots, J_n , закріплені з ексцентриситетами $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \dots, \varepsilon_n$ відносно осі споруди. Як тверді тіла (вантажі) можна розглядати елементи пожежного обладнання, майданчики тощо; в окремих випадках до кріпильних вузлів, розташованих на межах ділянок, зводимо також довгомірні копструкції трапів або драбин.

Для того, щоб записати рівняння руху споруди, скористаємося декартовими координатними системами x_i, y_i ($i = 1, 2, \dots, n$) з початками у нижніх крайніх перерізах ділянок. Поздовжні і поперечні переміщення точок осі споруди позначаємо як u_i та w_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$).

Поздовжній стиск висотної споруди технологічними навантаженнями і силами ваги отримуємо за допомогою прикладених до центрів крайніх перерізів ділянок статичних навантажень, направлених уздовж осі недеформованої копструкції. Відтак, внутрішні вертикальні сили є сталими в межах окремих ділянок стержня і входять до рівнянь поперечних коливань як постійні коефіцієнти. Оскільки пружна механічна система є лінійною, під час складання рівнянь поздовжніх коливань її елементів статичні навантаження і початкові деформації до уваги не беремо. Вказані чинники легко враховуються на основі принципу суперпозиції.

У загальному випадку в межах окремої ділянки площу і осьовий момент інерції поперечного перерізу споруди A_i та I_i , коефіцієнт, за допомогою якого враховуються деформації зсуву κ_i , усереднену густину матеріалу ρ_i та вертикальну стискаючу силу P_i можна вважати неперервними функціями відносної поздовжньої координати ξ_i . Поздовжні та поперечні коливання стержня зі змінними параметрами описуються рівняннями з частковими похідними, що мають змінні коефіцієнти. Це значно ускладнює розв'язування задачі динаміки аналітичними методами і робить доцільним застосування числових методів аналізу.

Для виконання наближених розрахунків коливальних явищ можна скористатися математичною моделлю і алгоритмом, розробленими на основі апроксимації параметрів копструкції кусково-сталими залежностями [4]. Поряд із простотою методу, що ґрунтується на знаходженні аналітичних розв'язків рівнянь з постійними коефіцієнтами, його суттєвим недоліком є складність прогнозування точності аналізу, яка залежить від способу ділення споруди на ділянки. У зв'язку з цим у даній праці побудуємо уточнену математичну модель висотної металокопструкції, яка дає можливість урахувати будь-які залежності геометричних чи пружно-інерційних параметрів перерізів від поздовжніх координат ділянок.

Поздовжню силу у поперечному перерізі ділянки можна знайти за формулою

$$N_i = \frac{EA_i}{l_i} \frac{\partial u_i}{\partial \xi_i} \quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \quad (1)$$

де E – модуль пружності матеріалу споруди.

Скориставшись співвідношенням (1) і умовою динамічної рівноваги диференціально малого елемента споруди, запишемо рівняння руху її ділянок у поздовжньому напрямі

$$\frac{\partial u_i}{\partial \xi_i} = \frac{l_i N_i}{EA_i}, \quad \frac{\partial N_i}{\partial \xi_i} = -l_i \rho_i A_i \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} \quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \quad (2)$$

де t – час.

З урахуванням деформацій згину та зсуву, записуємо вирази згинального моменту і поперечної сили, що виникають у перерізі, перпендикулярному до недеформованої осі споруди

$$M_i = -\frac{EI_i}{l_i} \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi_i}, \quad Q_i = \frac{(\kappa_i GA_i - P_i)}{l_i} \frac{\partial w_i}{\partial \xi_i} - \kappa_i GA_i \varphi_i. \quad (3)$$

З урахуванням залежностей (3) та умов динамічної рівноваги диференціально малого елемента в обертальному та поперечному до споруди напрямках, отримуємо рівняння поперечних коливань ділянок

$$\begin{aligned} \frac{\partial w_i}{\partial \xi_i} &= \frac{l_i \kappa_i GA_i}{\kappa_i GA_i - P_i} \varphi_i + \frac{l_i}{\kappa_i GA_i - P_i} Q_i, \quad \frac{\partial \varphi_i}{\partial \xi_i} = -\frac{l_i}{EI_i} M_i, \\ \frac{\partial M_i}{\partial \xi_i} &= \frac{l_i \kappa_i GA_i}{\kappa_i GA_i - P_i} Q_i + \frac{l_i \kappa_i GA_i P_i}{\kappa_i GA_i - P_i} \varphi_i - l_i \rho_i I_i \frac{\partial^2 \varphi_i}{\partial t^2}, \quad \frac{\partial Q_i}{\partial \xi_i} = l_i \rho_i A_i \frac{\partial^2 w_i}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4)$$

$(i = 1, 2, \dots, n-1).$

Розв'язки рівнянь (2), (4), що відповідають гармонічним коливанням, виражаються залежностями

$$u_i = U_i(\xi_i) \sin \omega t, \quad w_i = W_i(\xi_i) \sin \omega t \quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \quad (5)$$

де $U_i(\xi_i)$ і $W_i(\xi_i)$ – амплітудні функції поздовжніх та поперечних переміщень перерізів споруди.

Беручи до уваги рівність (1), залежності (4) та вирази (5), отримуємо

$$\begin{aligned} N_i &= N_{0i}(\xi_i) \sin \omega t, \quad \varphi_i = \Phi_i(\xi_i) \sin \omega t, \quad M_i = M_{0i}(\xi_i) \sin \omega t, \\ Q_i &= Q_{0i}(\xi_i) \sin \omega t \quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \end{aligned} \quad (6)$$

де $N_{0i}(\xi_i)$, $\Phi_i(\xi_i)$, $M_{0i}(\xi_i)$, $Q_{0i}(\xi_i)$ – амплітудні функції поздовжньої сили, кута повороту поперечного перерізу від дії згинальних моментів, згинального моменту і поперечної сили.

З урахуванням (5), (6) зводимо рівняння (2), (4) до вигляду

$$\frac{dF_{xi}(\xi_i)}{d\xi_i} = D_{xi}(\xi_i) F_{xi}(\xi_i), \quad \frac{dF_{yi}(\xi_i)}{d\xi_i} = D_{yi}(\xi_i) F_{yi}(\xi_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \quad (7)$$

де

$$F_{xi} = \text{col}(U_i(\xi_i), N_{0i}(\xi_i)), \quad F_{yi} = \text{col}(W_i(\xi_i), \Phi_i(\xi_i), M_{0i}(\xi_i), Q_{0i}(\xi_i)), \quad D_{xi}(\xi_i) = \begin{pmatrix} 0 & l_i \\ l_i \gamma_i & 0 \end{pmatrix},$$

$$D_{Yi}(\xi_i) = \begin{pmatrix} 0 & \frac{l_i \beta_i}{\beta_i - P_i} & 0 & \frac{l_i}{\beta_i - P_i} \\ 0 & 0 & -\frac{l_i}{\alpha_i} & 0 \\ 0 & \frac{l_i P_i \beta_i}{\beta_i - P_i} + l_i \delta_i & 0 & \frac{l_i \beta_i}{\beta_i - P_i} \\ -l_i \gamma_i & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix},$$

тут

$$\alpha_i = EI_i; \quad \beta_i = \kappa_i GA_i; \quad \gamma_i = \rho_i A_i \omega^2; \quad \delta_i = \rho_i I_i \omega^2; \quad \chi_i = EA_i.$$

Співвідношення (7) подамо у вигляді єдиної матричної рівності

$$\frac{dF_i(\xi_i)}{d\xi_i} = D_i(\xi_i)F_i(\xi_i) \quad (i = 1, 2, \dots, n-1), \quad (8)$$

де

$$F_i(\xi_i) = \text{col}(F_{Xi}(\xi_i), F_{Yi}(\xi_i)), \quad D_i(\xi_i) = \text{diag}(D_{Xi}(\xi_i), D_{Yi}(\xi_i)).$$

Матричний вираз (8) включає дві незалежних системи диференціальних рівнянь (7) зі змінними коефіцієнтами. Інтегруючи вказані рівняння одним із числових методів, визначаємо геометричні та силові параметри $U_i, N_{0i}, W_i, \Phi_i, M_{0i}, Q_{0i}$ у довільному перерізі споруди за значеннями цих параметрів на початку відповідної ділянки. Дану процедуру ототожнюємо з виконанням оператора $L_{Yi}(\xi_i)$ над початковими умовами $F_i(0)$. Тоді зв'язок матриць-колонок геометричних та силових параметрів на кінцях ділянки визначатиметься залежністю

$$F_i(1) = L_{Yi}(1) \cdot F_i(0). \quad (9)$$

Беручи до уваги умови спряження сусідніх ділянок [3], записуємо рівняння зв'язку параметрів на кінцях споруди в позначеннях [4] у вигляді

$$F_n = H_{Fn} \left\{ \prod_{j=n-1}^1 [L_{Yj}(1)H_{Yj}] \right\} F_0. \quad (10)$$

Визначивши за допомогою співвідношення (10) реакції нульових компонент матриць-колонки F_n на одиничні значення відмінних від нуля елементів матриць-колонки F_0 , формуємо неоднорідну або однорідну систему алгебричних рівнянь у залежності від характеру динамічного процесу [4]. Подальший аналіз вільних та вимушених коливань виконуємо у послідовності, викладеній у праці [4].

Амплітудні функції переміщень та внутрішніх силових факторів визначаємо, інтегруючи диференціальні рівняння (8). Для цього обчислюємо початкові параметри ділянок за допомогою співвідношень

$$F_1(0) = H_{F1} \cdot F_0, \quad F_i(0) = \left\{ \prod_{j=i}^2 [H_{Yj} L_{F,j-1}(1)] \right\} H_{F1} F_0 \quad (i = 2, 3, \dots, n-1).$$

Отже, розглянута математична модель дає можливість аналізувати вільні та вимушені поздовжньо-поперечні коливання утримувальних металоконструкцій зі змінними параметрами, причому, у рівняннях поперечних коливань споруди (4) враховано деформації

зсуву та інерцію обертального руху поперечних перерізів згідно з теорією балок С.Тимошенка.

У зв'язку з необхідністю числового інтегрування диференціальних рівнянь амплітудних функцій (8) реалізація методики динамічного розрахунку висотних споруд зі змінними параметрами вимагає дещо більших затрат комп'ютерного часу у порівнянні з методиками, орієнтованими на розрахункові моделі сталого поперечного перерізу [4]. Однак, це не створює суттєвих перешкод для практичного використання викладеної математичної моделі. Вона дає можливість підвищити точність розрахунку коливальних процесів в утримувальних металокопункціях, а також аналізувати ефективність застосування для цього спрощених методів та алгоритмів.

Розглянемо приклади розрахунку власних частот і форм поперечних коливань споруди, виготовленої у вигляді піраміди, що складається з ребер сталого поперечного перерізу і стержневої решітки. Згинна жорсткість металокопункції змінюється з висотою. Основні її параметри, визначені при розбитті споруди на дев'ять ділянок, наведені в табл. 1. Сумарна площа поперечного перерізу є сталою величиною на всій довжині металокопункції. Усереднену густину матеріалу визначено для кожної ділянки окремо. Коефіцієнт, за допомогою якого враховуються деформації зсуву, прийнято постійним і однаковим для всіх ділянок. Не вказані у табл. 1 дискретні пружно-інерційні параметри механічної системи вважали рівними нулю.

Таблиця 1

Параметри висотної споруди змінного поперечного перерізу

Параметр	Одиниця виміру	Числове значення	Параметр	Одиниця виміру	Числове значення
E	МПа	210000	ρ_8	кг/м ³	13207
G	МПа	81000	ρ_9	кг/м ³	14825
l_1	м	5	$\kappa_1 \dots \kappa_9$	—	0,15
$l_2 \dots l_9$	м	6	m_1	кг	55000
a	м	10	m_5	кг	3057
b	м	2	m_7	кг	2203
$A_1 \dots A_9$	м ²	0,03512	m_{10}	кг	9260
I_0	м ⁴	$2,388 \cdot 10^{-4}$	J_1	кг·м ²	220000
ρ_1	кг/м ³	21794	J_5	кг·м ²	32530
ρ_2	кг/м ³	20411	J_7	кг·м ²	12260
ρ_3	кг/м ³	19837	J_{10}	кг·м ²	5926
ρ_4	кг/м ³	17749	c_{y1}	МН/м	1200
ρ_5	кг/м ³	14299	c_{y6}	кН/м	532,6
ρ_6	кг/м ³	14023	c_{y9}	кН/м	432,7
ρ_7	кг/м ³	13330	$c_{\alpha 1}$	МН·м/рад	2600

Осьовий момент інерції поперечного перерізу споруди на кожній з ділянок визначали за допомогою залежності

$$I_i = I_0 + [a - k(h_{0i} + l_i \xi_i)]^2 A,$$

де I_0 – сума центральних осьових моментів інерції поперечних перерізів ребер; a, b – довжини сторін нижньої і верхньої основ споруди; k – сталий коефіцієнт,

$$k = \frac{a-b}{2 \sum_{j=1}^{n-1} l_j};$$

h_{0i} – відстань від нижньої основи споруди до початку i -ї ділянки,

$$h_{01} = 0, \quad h_{0i} = \sum_{j=1}^{i-1} l_j \quad (i = 2, 3, \dots, n-1).$$

Таблиця 2

Частоти вільних поперечних коливань споруди, визначені з урахуванням залежності згинальної жорсткості від поздовжньої координати

Спосіб закріплення до основи	Число ярусів відтяжок	Значення частот, Гц			
		1	2	3	4
Пружне закріплення	0	0,8966	5,1715	12,419	19,746
	1	0,9875	5,2216	12,422	19,752
	2	1,1903	5,2222	12,429	19,758
Защемлення	0	1,5946	5,7556	12,615	20,424
	1	1,6293	5,8085	12,617	20,432
	2	1,7630	5,8085	12,624	20,439

Таблиця 3

Частоти вільних поперечних коливань споруди, що відповідають різним жорсткісним властивостям стержневої решітки

$K_1 \dots K_9$	Значення частот, Гц				
	1	2	3	4	5
<i>Без відтяжок</i>					
0,15	0,8966	5,1715	12,419	19,746	23,193
0,20	0,9060	5,4223	13,500	21,321	24,196
0,30	0,9158	5,7110	14,902	22,281	26,748
0,40	0,9207	5,8722	15,767	22,536	28,807
0,50	0,9238	5,9751	16,352	22,658	30,316
0,60	0,9258	6,0465	16,770	22,733	31,447
0,70	0,9273	6,0989	17,085	22,786	32,319
0,80	0,9284	6,1390	17,329	22,826	33,008
0,90	0,9292	6,1707	17,523	22,857	33,566
1,00	0,9299	6,1963	17,682	22,882	34,026
<i>З відтяжками</i>					
0,15	1,1903	5,2222	12,429	19,758	23,197
0,20	1,1970	5,4708	13,508	21,329	24,205
0,30	1,2040	5,7571	14,910	22,284	26,762
0,40	1,2075	5,9170	15,775	22,538	28,822
0,50	1,2097	6,0192	16,360	22,659	30,332
0,60	1,2111	6,0900	16,778	22,735	31,463
0,70	1,2122	6,1420	17,092	22,787	32,334
0,80	1,2130	6,1818	17,336	22,827	33,024
0,90	1,2136	6,2132	17,531	22,858	33,581
1,00	1,2141	6,2387	17,689	22,883	34,041

Статичну осьову силу у поперечному перерізі металокопструкції від дії її власної ваги обчислювали за формулами

$$P_i = \left[\sum_{j=i+1}^{n-1} A_j l_j \rho_j + \sum_{j=i+1}^n m_j + A_i l_i \rho_i (1 - \xi_i) \right] g \quad (i = 1, 2, \dots, n-2);$$

$$P_{n-1} = [m_n + A_{n-1} l_{n-1} \rho_{n-1} (1 - \xi_{n-1})] g.$$

Значення чотирьох нижчих власних частот досліджуваної механічної системи, визначених для характерних випадків закріплення споруди, подані у табл. 2, а значення п'яти власних частот, що відповідають різним жорсткісним властивостям стержневої решітки, – у табл. 3. Результати розрахунків ілюструють суттєвий вплив способу закріплення споруди на її динамічні характеристики і свідчать про те, що деформації зсуву мало впливають на першу власну частоту механічної системи. Однак, на частоти з вищими порядковими номерами цей вплив є істотнішим. Так, збільшення коефіцієнта κ_i ($i = 1, 2, \dots, n-1$) від 0,15 до 1 призводить до підвищення п'яти нижчих частот вільних коливань споруди без відтяжок на 11,42%; 19,82%; 42,38%; 15,88% і 46,71%. Для споруди з відтяжками, розміщеними у два яруси, зростання власних частот становить відповідно 2,00%; 19,46%; 42,32%; 15,82% та 46,75%.

Варіювання інерційними і жорсткісними характеристиками споруди дає можливість змінювати значення власних частот у широких межах. Це дозволяє здійснювати вибір раціональних параметрів утримувальних металокопструкцій з метою усунення резонансних явищ і забезпечення їх надійності і довговічності.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. *Пожарная техника. В 2-х ч. Ч.2. Пожарные автомобили/А. Ф. Иванов, П. П. Алексеев, М. Д. Безбородько и др. – М.: Стройиздат, 1988. – 286 с.*
2. *Шевченко А. Ф., Колесник Н. П. Динамические модели грузоподъемных кранов с навесным вибрационным технологическим оборудованием//Подъемно-транспортная техника. – 2002. – №1–2. – С. 93–100.*
3. *Бидерман В. Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980. – 408 с.*
4. *Харченко Е. В. Динамические процессы буровых установок. – Львов: Світ, 1991. – 176 с.*
5. *Харченко Е. В., Петренко А. М. Модальний аналіз двосекційної стріли колінчастого підйимального пристрою//Пожезна безпека: Збірник наукових праць. – 2002. – № 2. – С. 32–39.*