Застосування найбільш точної модель розвитку пожежі - моделі полів для інженерної практики є досить складним завданням, так як потребує відповідного програмного забезпечення в якому були б реалізовані рішення відповідних задач.

Перспективним напрямом у створенні моделей пожеж є розробка моделей в яких параметри розвитку пожежі визначались диференційовано залежно від фази розвитку пожежі і були б сумісними між собою що дало б змогу більш точно визначати температурні та часові характеристики пожежі.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. *Шналь Т.М., Павлюк Ю.Е, Стасюк М. І., Кархут І.І., Штангрет Б.С. Температурний розвиток пожежі в одноповерховій промисловій будівлі з залізобетонним каркасом // Пожежна безпека. - Львів: ЛДУ БЖД, УкрНДІПБ МНС України, 2007. - №10.-С.12-16.*
2. *EN 1991-1-2 (2002). Eurocode 1: Actions and Structures, Part 1-2: General Actions-Actions on Structures Exposed to Fire.*
3. *Wei Lu, Pentti Makelainen Advanced Steel Structures. Structural Fire Design. Helsinki University of Technology Laboratory of Steel Structures Publications 29. Espoo 2003.*
4. *Korhonen, E (1999). Natural Fire Modeling of Large Space. Master's Thesis .*
5. *Eero Sakari Korhonen (2000). Natural fire modelling of large spaces. Helsinki University of Technology.*

УДК 624.075: 539.3

Р.М. Тацій, д.ф.-м.н., проф. (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності), Т.І. Ушак, інж. (ЗАТ ЖБК „Ваш дім")

МЕТОД ДИСКРЕТИЗАЦІЇ В ЗАДАЧІ ПРО ВІЛЬНІ КОЛИВАННЯ ДИМОВОЇ ТРУБИ ЗМІННОГО ПЕРЕТИНУ З УРАХУВАННЯМ ВЛАСНОЇ ВАГИ

В даній статті запропонований новий наближений метод обчислення частот вільних коливань для стрижнів з дискретно-неперервним розподілом параметрів. В основу методу покладено апроксимацію коефіцієнтів відповідних диференціальних рівнянь узагальненими функціями. Як приклад наведено дослідження вільних коливань димової труби з змінним по висоті поперечним перерізом. Розглядається вплив власної ваги на коливання димової труби. Отримані результати є новими і невідомими в спеціальній літературі.

Одним з типів інженерних споруд за допомогою яких відходи виробництва з залишковим вмістом шкідливих речовин викидаються на значній висоті є витяжні труби. Витяжні димові труби в реальній роботі піддаються впливу таких динамічних навантажень ,як пульсація вітру, сейсмічні навантаження та інші. Тому розрахунок таких конструкцій зі змінним по висоті перерізом, з врахуванням власної ваги є актуальною інженерною проблемою. В даній роботі для аналізу вільних коливань димової труби (стрижня змінної жорсткості) та побудови форм коливань використовується метод апроксимації коефіцієнтів квазідиференціальних рівнянь (КДР) узагальненими функціями [5,6].

Точні розв'язки краєвих задач коливань та динамічної стійкості стрижнів та стрижневих систем з дискретно-неперервним розподілом параметрів зводяться до розв'язання диференціальних рівнянь з змінними коефіцієнтами. Інтегрування таких диференціальних рівнянь класичними підходами пов'язані з значними труднощами, або появою складних фундаментальних функцій. В літературі відомі розв'язки для деяких часткових випадків [3,4]

Метод дискретизації, який використовується в даній роботі, дає можливість досліджувати коливання димової труби з дискретно-неперервним розподілом параметрів на базі теорії узагальнених КДР [1].

1.Постановка задачі для знаходження частот вільних поперечних коливань стрижня з урахуванням власної ваги.

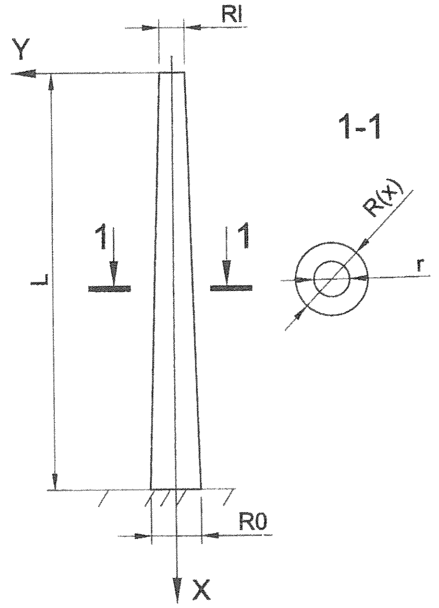

Рис. 1. Розрахункова схема труби.

Задача про вільні коливання консольного стрижня довжини l з урахуванням власної ваги (див. рис.1) зводиться до розв'язання КДР 4-го порядку [9]

$$(EI(x)y'')'' - \omega^2 \rho F(x) y + (G(x)y')' = 0 \tag{1}$$

при крайових умовах

$$EIy''(0) = 0 \;\; ; \; EIy''(0))' + G(0)y'(0) = 0 \; ; \;\; y(l) = 0 \;\; ; \;\; y'(l) = 0 . \tag{2}$$

Тут $EI(x)$-змінна згинна жорсткість , $F(x)$- змінна площа поперечного перерізу, $G(x) = \int_0^x \rho g F(\xi) d\xi$ - вага стрижня від верхнього кінця до точки x, ρ -густина матеріалу , g - прискорення земного тяжіння.

Ця задача може бути інтерпретована як задача про вільні коливання димової труби змінного перерізу. Для конкретності розглядаються наступні параметри труби: висота труби l=50 м, радіус нижньої основи R_0 =6 м; радіус верхньої основи l=50 м ; R_l=3 м ; 4,2м; 6 м, внутрішній радіус r=1.5 м . Запишемо параметри залежні від координати x: момент інерції, площа поперечного перерізу, власна вага відповідно:

$$I(x) = \frac{\pi}{4}(R^4(x) - r^4); \;\; F(x) = \pi R^2(x) - \pi r^2; \;\; G(x) = \frac{x\pi\rho}{3}(R^2(x) + R(x)R_l + R_l - 3r^2);$$

де $R(x)$- радіус поперечного перерізу труби на відстані x ,

$$R(x) = \frac{1}{\alpha_0}[l - (1-\alpha)x]; \;\; \alpha_0 = \frac{l}{R_l}; \alpha = \frac{R_0}{R_l}; \alpha_1 = R_l - 3r^2; \; R = \alpha_0 r . \tag{3}$$

Квазідиференціальне рівняння для визначення частот вільних поперечних коливань димової труби (1) з врахуванням параметрів (3) після перемноження лівої та правої частини на $\frac{\alpha_0^2}{\pi}$ буде мати вигляд:

$$\begin{aligned}&\{\frac{E}{4\alpha_0^2}[(l-(1-\alpha)x)^4-R^4]y''\}''-\{\rho[(l-(1-\alpha)x)^2-R^2]\}\omega^2 y+\\&\{[\frac{x\rho}{3}((l-(1-\alpha)x)^2+\alpha_0(l-(1-\alpha)x)R_l+\alpha_0^2\alpha_1)]y'\}'=0\end{aligned} \tag{4}$$

2.Апроксимація коефіцієнтів та елементи лінійної теорії узагальнених квазідиференціальних рівнянь 4-го порядку[1].

Ввівши позначення $EI(x)=a_0(x);\ \omega^2\rho F(x)=a_2(x);\ G(x)=a_1(x)$ розглянемо на відкритому інтервалі I дійсної осі КДР:

$$(a_0(x)y'')''-a_2(x)y+(a_1(x)y')'=0; \tag{5}$$

де $a_0^{-1}(x)$ - локально обмежена і вимірна на I функція, I -відкритий інтеграл дійсної осі; $a_1(x)=b_1'(x);\ a_2(x)=b_2'(x);\ b_0(x);b_1(x);b_2(x)$ - функції локально обмеженої на I варіації, $b_1'(x),b_2'(x)$ - узагальнені похідні (міри на I) [1]. Квазіпохідні для розв'язку рівняння (5) позначимо наступним чином:

$$y^{[0]}(x)\overset{def}{\equiv}y(x);\ y^{[1]}(x)=y'(x);\ y^{[2]}(x)=a_0y''(x);\ y^{[3]}(x)=a_1y'(x)+(a_0y''(x))'. \tag{6}$$

Вихідне КДР (5) зводиться до системи рівнянь першого порядку

$$Y'(x)=C'(x)\times Y(x); \tag{7}$$

де

$$Y(x)=\begin{pmatrix}y\\y^{[1]}\\y^{[2]}\\y^{[3]}\end{pmatrix};C'(x)=\begin{pmatrix}0&1&0&0\\0&0&a_0^{-1}(x)&0\\0&-a_1(x)&0&1\\a_2(x)&0&0&0\end{pmatrix}. \tag{8}$$

Система (7) коректна [1], оскільки виконується необхідна й достатня умова коректності:

$$(\Delta C(x)))^2=0\ \forall x\in I, \tag{9}$$

де, $\Delta C(x)=C(x)-C(x-0)=\begin{pmatrix}0&0&0&0\\0&0&0&0\\0&-\Delta b_1(x)&0&0\\\Delta b_2(x)&0&0&0\end{pmatrix}$ – матриця стрибків цієї системи.

Через $B(x,s)$ позначимо фундаментальну матрицю системи (7), структура якої добре вивчена в [1, 2], з наступними властивостями:

1. $B(s,s)=E$, де E – одинична матриця;
2. $B(x,s)=(E+\Delta C(x))\cdot B(x-0,s)$; (10)
3. $\forall x_1,x_2,x_3\in I\ B(x_3,x_2)\cdot B(x_2,x_1)=B(x_3,x_1)$.

За допомогою цієї матриці для довільного початкового вектора $\overline{y_0}=y(x_0)$, $x_0\in I$, розв'язок системи (7) записується у вигляді

$$\overline{y}(x)=B(x,x_0)\cdot\overline{y_0} \tag{11}$$

Зауважимо, що властивість 3. дозволяє "продовжувати" розв'язок $\bar{y}(x)$ при переході через точку $x = x_2$.

Апроксимуємо тепер змінні коефіцієнти рівняння (5).

Розіб'ємо стрижень довжиною l на n рівних ділянок. Нехай початкова точка $x_0 = 0$, кінцева $x_n = l$, крок розбиття $h = x_k - x_{k-1}$, де $k = 0,...,n$

Апроксимація коефіцієнта $a_0(x) = \frac{E}{4\alpha_0^2}[(l-(1-\alpha)x)^4 - R^4] = b_0'(x)$ кусково-сталими коефіцієнтами на кожному проміжку (див. рис.2) проводиться наступним чином.

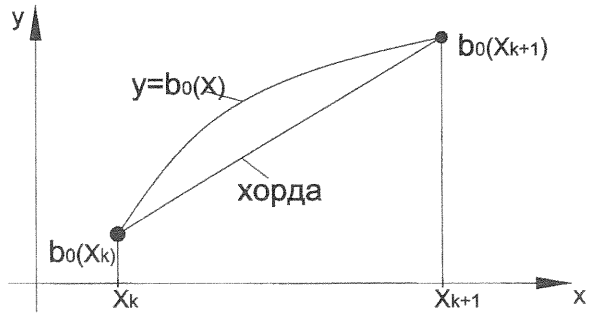

Рис. 2. Схема апроксимації.

Знаходимо $b_0(x)$ на проміжку $[x_{k-1}, x_k[$: $b_0(x) = \frac{E}{4\alpha_0^2}\int_{x_{k-1}}^{x_k}((l-(1-\alpha)x)^4 - R^4)dx$.

Запишемо рівняння прямої, яка проходить через дві точки (хорди):

$$\frac{x - x_{k-1}}{x_k - x_{k-1}} = \frac{b_0(x) - b_0(x_{k-1})}{b_0(x_k) - b_0(x_{k-1})}$$

Продиференціювавши обидві частини отримаємо:

$$\frac{1}{x_k - x_{k-1}} = \frac{b_0'(x)}{b_0(x_k) - b_0(x_{k-1})}$$

Тобто ,на проміжку $[x_{k-1}, x_k[$:

$$b_0'(x) = \frac{b_0(x_k) - b_0(x_{k-1})}{x_k - x_{k-1}} \equiv a_k \text{ -величина стала} \tag{12}$$

Апроксимуємо відповідним чином [7] коефіцієнти $a_2(x) = \rho[(l-(1-\alpha)x)^2 - R^2] = b_2'(x)$ та $a_1(x) = \frac{x\rho}{3}[(l-(1-\alpha)x)^2 + \alpha_0(l-(1-\alpha)x)R_l + \alpha_0^2\alpha_1] = b_1'(x)$.

Позначимо відповідно $b_2'(x_k) = d_k$; $b_1'(x_k) = c_k$. Після апроксимації квазідиференціальне рівняння (5) буде мати вигляд:

$$\left(\sum_{k=0}^{n} a_k\theta(x-x_k)y_k''\right)'' - \omega^2\left\{\sum_{k=1}^{n} d_k\delta(x-x_k)\right\}y + \left[\left\{\sum_{k=1}^{n} c_k\delta(x-x_k)\right\}y'\right]' = 0 \tag{13}$$

що є частинним (конкретизованим) випадком КДР (5),

де $\delta(x-x_k)$ - δ - функція Дірака з носієм в точці $x = x_k$, а функція $\theta(x-x_k) = \begin{cases} 1, x \in [x_k, x_{k+1}[, \\ 0, x \notin [x_k, x_{k+1}[. \end{cases}$

Як відомо [7], при $n \to \infty$ всі розв'язки цього рівняння разом із своїми квазіпохідними $y^{[1]}$, $y^{[2]}$ і $y^{[3]}$ рівномірно прямують до відповідних розв'язків і квазіпохідних рівняння (5):

$$\lim_{n\to\infty}\left|y_n^{[i]}(x)-y(x)^{[i]}\right|=0,\quad i=\overline{0,3}\,. \tag{14}$$

Матриця стрибків (7) для нашого випадку

$$\Delta C(x_k)=\begin{pmatrix}0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & -c_k h & 0 & 0\\ \omega^2 d_k h & 0 & 0 & 0\end{pmatrix} \tag{15}$$

При такому представленні коефіцієнтів a_0, a_1, a_2, якщо буде відомий еволюційний оператор $B(x_k-0,x_{k-1})$ диференціального рівняння $(a_0y'')''=0$, фундаментальну матрицю диференціальної системи (7) ,враховуючи властивості (10) можна знайти за формулою [2]:

$$B(x,x_0)=\prod_{k=1}^{n}(E+\Delta C(x_k))\times B(x_k-0,x_{k-1}) \tag{16}$$

причому еволюційний оператор $B(x_k-0,x_{k-1})$ квазідиференціального рівняння $(a_0y'')''=0$ має вигляд [2]:

$$B(x_k-0,x_{k-1})=\begin{pmatrix}1 & h & \dfrac{h^2}{2!a_k} & \dfrac{h^3}{3!a_k}\\ 0 & 1 & \dfrac{h}{a_k} & \dfrac{h^2}{2!a_k}\\ 0 & 0 & 1 & h\\ 0 & 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \tag{17}$$

0тримавши згідно рекурентної формули (16) фундаментальну матрицю $B(l,0)$ врахуємо граничні умови закріплення і сформуємо характеристичне рівняння.

3.Побудова характеристичного рівняння, обчислення власних частот та власних форм коливань.

Позначимо через Y_0 початкову матрицю, що враховує умови закріплення в точці *x*=0. Для вільного кінця:

$$Y_0=\begin{pmatrix}1 & 0\\ 0 & 1\\ 0 & 0\\ 0 & 0\end{pmatrix} \tag{18}$$

Позначимо:

$$B_n(l,0)\cdot Y_0=\begin{pmatrix}a_{11} & a_{12}\\ a_{21} & a_{22}\\ a_{31} & a_{32}\\ a_{41} & a_{42}\end{pmatrix} \tag{19}$$

Тоді, в залежності від умов закріплення на нижньому кінці (*x*=*l*) отримуємо характеристичне рівняння для визначення частоти.

Для жорсткого закріплення:

$$|A(\omega)|=\det\begin{pmatrix}a_{11}(\omega) & a_{12}(\omega)\\ a_{21}(\omega) & a_{22}(\omega)\end{pmatrix}=0 \tag{20}$$

Задаючи значення частоти коливань ω^2 з визначеним кроком , з допомогою персонального комп'ютера отримуєм з рівняння (20) частоти ω_i^2 .

В поданих таблицях виписані результати розрахунку. При обчисленнях з кроком розбиття 1/1000000 і 1/2000000 значення квадрату частоти коливань ω^2 на шостому знаку після коми не змінювалось, тому зменшення кроку розбиття не має сенсу.

В табл. 1 подані результати розрахунку 1-ших трьох частот вільних коливань ω^2 димової труби змінного перерізу без врахування власної ваги. Параметр α характеризує зміну поперечного перерізу димової труби.

Таблиця 1

Частоти	n \ α	**1**	**0,7**	**0,5**
1-ша частота	100000	0,504409	0,709258	0,992635
2-га частота	100000	19,809253	17,822899	17,005272
3-тя частота	100000	155,305795	122,509811	103,576745

В табл. 2 подані результати розрахунку 1-ших трьох частот вільних коливань ω^2 димової труби змінного перерізу з врахування власної ваги.

Таблиця 2

Частоти	n \ α	**1**	**0,7**	**0,5**
1-ша частота	100000	0,497042	0,700381	0,981764
2-га частота	100000	19,771833	17,785945	16,967453
3-тя частота	100000	155,215771	122,42871	103.500579

На рисунку 3 подана графічна залежність 1-ї частоти вільних коливань ω^2 від зміни поперечного перерізу димової труби з врахуванням власної ваги

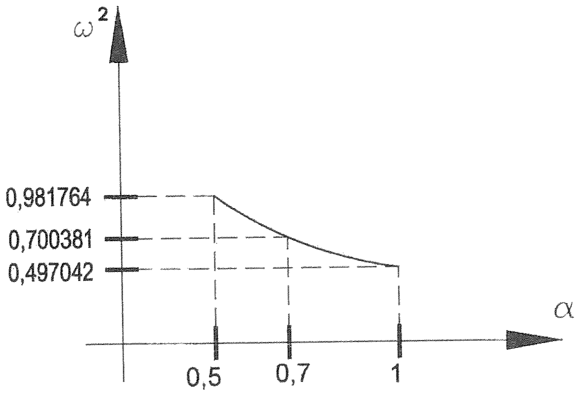

Рис. 3. Залежність 1-ї частоти коливань ω_1^2 від змінного поперечного перерізу.

Побудова форм вільних коливань стрижня з урахуванням та без урахування власної ваги зводиться до задачі на знаходження власних векторів квазідиференціального рівняння (5) з граничними умовами (18),(19).

Записавши праву частину виразу (19) через лінійно незалежні функції, отримаємо розв'язок квазідиференціального рівняння (5)

$$\bar{Y}(l) = \begin{pmatrix} C_1 \cdot y_1(l,\omega^2) + C_2 \cdot y_2(l,\omega^2) \\ C_1 \cdot y_1'(l,\omega^2) + C_2 \cdot y_2'(l,\omega^2) \\ C_1 \cdot y_1^{[2]}(l,\omega^2) + C_2 \cdot y_2^{[2]}(l,\omega^2) \\ C_1 \cdot y_1^{[3]}(l,\omega^2) + C_2 \cdot y_2^{[3]}(l,\omega^2) \end{pmatrix} \qquad (21)$$

причому функції y_1, y_2 такі , що вже задовольняють крайові умови (умови закріплення) в точці $x = 0$. Умови закріплення в точці $x = l$ мають вигляд:

$$\begin{cases} C_1 \cdot y_1(l,\omega^2) + C_2 \cdot y_2(l,\omega^2) = 0 \\ C_1 \cdot y_1^{[1]}(l,\omega^2) + C_2 \cdot y_2^{[1]}(l,\omega^2) = 0 \end{cases} \tag{22}$$

Знайдену вище першу частоту коливань ω_1 підставимо в .(22) і отримаємо два лінійно залежних рівняння. Провівши ряд арифметичних операцій знайдемо значення констант C_1, C_2. Підставивши C_1, C_2 до виразу прогину (21) отримаємо прогин в точці $x = l$

$$y(l,\omega_1) = -C \cdot \frac{y_2^{[1]}(\omega_1)}{y_1^{[1]}(\omega_1)} \cdot a_{11}(l,\omega_1) + C \cdot a_{12}(l,\omega_1) = -C \cdot (\frac{a_{22}(\omega_1)}{a_{21}(\omega_1)} \cdot a_{11}(l,\omega_1) - a_{12}(l,\omega_1)) \tag{23}$$

де C -довільна стала.

Формула для побудови форм коливань при заданій частоті коливань ω_i для стрижня з дискретно-неперервним розподілом параметрів буде

$$y(x,\omega_i) = C \cdot (a_{12}(x,\omega_i) - \frac{a_{22}(l,\omega_i)}{a_{21}(l,\omega_i)} \cdot a_{11}(x,\omega_i)) \tag{24}$$

На рис.4 побудовані форми коливань цегляної димової труби з врахуванням та без врахування власної ваги.

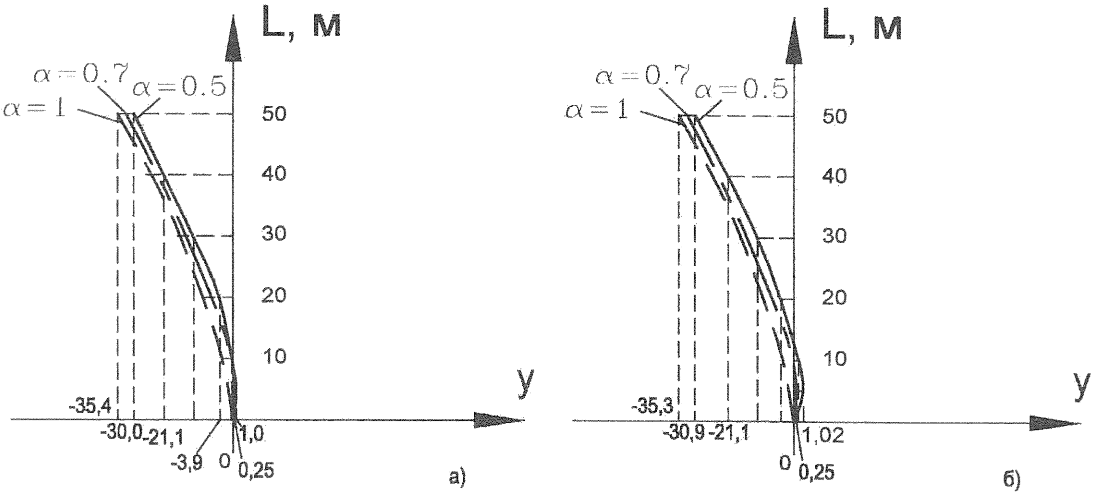

Рис. 4. Вільні коливання димової труби змінного перерізу:
а) без урахування власної ваги, б) з урахуванням власної ваги.

Висновки. Отримані числові результати при $\alpha = 1$ (сталий переріз) і $G \equiv 0$ (без врахування власної ваги) добре узгоджуються з відомими в літературі[3]. Зауважимо , що описаний вище метод відзначається простотою , універсальністю алгоритму та швидкою збіжністю.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. *Тацій Р.М. Узагальнені квазідиференціальні рівняння. Науково-учбовий Центр математичного моделювання ІППММ ім. Я.С. Підстригача АН України . Львів, 1994. 54 с.*
2. *Тацій Р.М., Пахолок Б.Б. Про структуру фундаментальної матриці квазідиференціального рівняння // Доп. АН УРСР. – Сер. А. – 1989. - № 4. – С.25-28.*
3. *Микеладзе Ш.Е. Об универсальных характеристических уравнениях в задачах колебаний и устойчивости упругих систем// Механика твердого тела.- 1982.-№6.-С.155-162.*

4. Ярошевич Е., Зорий Л. Изгибные колебания и устойчивость балок с переменными параметрами //Прикладная механика .-1994.-Т.30-№9-С.75-81.
5. Давидчак О.Р., Тацій Р.М., Ушак Т.І. Розв'язок задач динаміки дискретно-неперервних стрижневих систем методом граничних елементів з апроксимацією коефіцієнтів диференціальних рівнянь.-Вісник НУ «ЛП» , Теорія та практика будівництва.-2004.-№495-С.62-64.
6. Давидчак О.Р., Тацій Р.М. Розв'язок задач динаміки і стійкості стержневих систем з дискретно-неперервним розподілом параметрів.-ZESZYTY NAUKOWE Politechniki Rzeshowskiej. Budownictwo i inzynieria srodowiska.-Rzezow,2004.-Z.37.C.57-60
7. Тацій Р.М., Іщук В.В., Кісілевич В.В. Про апроксимацію розв'язків диференціальних рівнянь з мірами // Вісн. Київ. ун-ту: Математика і механіка. – Київ: Либідь, 1990. № 32. – С.128-131.
8. Прочность .Устойчивость. Колебания. Справочник: В 3 т./ Под ред. И.А. Биргера и Я.П.Пановко.- М.: Машиностроение, 1968.-Т.1-567с.
9. Коллатц Л. Задачи на собственные значения с техническими приложениями. – Москва: Наука, 1968. – 503 с.

УДК 634.0.812

Є.І. Івашко (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності),
І.Я. Кріса, к.т.н. (ДДПБ МНС України)

МІЦНІСТЬ ДЕРЕВИННИХ КОНСТРУКЦІЙ ТА ІНШИХ АНІЗОТРОПНИХ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛІВ

Проаналізовано критерії короткочасної та довгочасної міцності. Виявлено, що на сьогоднішній день вирішено задачі міцності деревини в основному у пружній області деформування. У в'язкопружній знайдено їх рішення лише для часткових випадків деформування, зокрема, для одновісного стиску, розтягу вздовж та поперек волокон.

Актуальність. На сьогоднішній день задачею працівників МНС являється не тільки локалізація і профілактика пожеж , але й усунення наслідків стихійних лих. В цьому аспекті важливим є завдання контролю і впровадження в процес будівництва й конструювання новітніх технологій та виготовлення і застосування якісних та безпечних в експлуатації конструкцій, здатних витримувати великі навантаження. Одним з первинних кроків рішення цієї проблеми є вдосконалення технологічних режимів виробництва. В процесі застосування такого технологічного режиму як гідротермічна обробка деревних пиломатеріалів однією з найважливіших задач являється збереження їх фізико-механічних властивостей. Частково нас буде цікавити міцність цих матеріалів. Отриманні знання дозволять коректувати відомі результати досліджень та розробляти і оптимізувати нові технологічні режими, а також вдосконалювати сучасні системи контролю і регулювання процесів гідротермічної обробки. пиломатеріалів. Задачі визначення міцності деревини на сьогоднішній день вирішені в основному для матеріалів з однорідним напружено-деформівним станом у пружній постановці [1–3]. Для в'язкопружної ж області деформування закономірності впливу реономних властивостей на її міцність встановлені лише для часткових випадків одновісного стиску та розтягу вздовж основних напрямків анізотропії [4,5]. Звичайно, що такий стан досліджень у даній області є не достатнім для розробки методик та методів своєчасного виявлення небезпечних, щодо тріщиноутворення та короблення, у висушуваних