

4. Ярошевич Е., Зорий Л. Изгибные колебания и устойчивость балок с переменными параметрами // Прикладная механика. -1994.-Т.30-№9-С.75-81.
5. Давидчак О.Р., Тацій Р.М., Ушак Т.І. Розв'язок задач динаміки дискретно-неперервних стрижневих систем методом граничних елементів з апроксимацією коефіцієнтів диференціальних рівнянь.-Вісник НУ «ЛП» , Теорія та практика будівництва.-2004.-№495-С.62-64.
6. Давидчак О.Р., Тацій Р.М. Розв'язок задач динаміки і стійкості стержневих систем з дискретно-неперервним розподілом параметрів.-ZESZYTY NAUKOWE Politechniki Rzeszowskiej. Budownictwo i inzynieria srodowiska.-Rzesow,2004.-Z.37.C.57-60
7. Тацій Р.М., Іщук В.В., Кісілевич В.В. Про апроксимацію розв'язків диференціальних рівнянь з мірамаи // Вісн. Київ. ун-ту: Математика і механіка. – Київ: Либідь, 1990. № 32. – С.128-131.
8. Прочность .Устойчивость. Колебания. Справочник: В 3 т./ Под ред. И.А. Бургера и Я.П.Пановко.- М.: Машиностроение, 1968.-Т.1-567с.
9. Коллатц Л. Задачи на собственные значения с техническими приложениями. – Москва: Наука, 1968. – 503 с.

УДК 634.0.812

*Є.І. Івашко (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності),  
І.Я. Кріса, к.т.н. (ДДПБ МНС України)*

### **МІЦНІСТЬ ДЕРЕВИННИХ КОНСТРУКЦІЙ ТА ІНШИХ АНІЗОТРОПНИХ КАПІЛЯРНО-ПОРИСТИХ МАТЕРІАЛІВ**

Проаналізовано критерії короточасної та довгочасної міцності. Виявлено, що на сьогоднішній день вирішено задачі міцності деревини в основному у пружній області деформування. У в'язкопружній знайдено їх рішення лише для часткових випадків деформування, зокрема, для одновісного стиску, розтягу вздовж та поперек волокон.

**Актуальність.** На сьогоднішній день задачею працівників МНС являється не тільки локалізація і профілактика пожеж, але й усунення наслідків стихійних лих. В цьому аспекті важливим є завдання контролю і впровадження в процес будівництва й конструювання новітніх технологій та виготовлення і застосування якісних та безпечних в експлуатації конструкцій, здатних витримувати великі навантаження. Одним з первинних кроків рішення цієї проблеми є вдосконалення технологічних режимів виробництва. В процесі застосування такого технологічного режиму як гідротермічна обробка деревних пиломатеріалів однією з найважливіших задач являється збереження їх фізико-механічних властивостей. Частково нас буде цікавити міцність цих матеріалів. Отриманні знання дозволять коректувати відомі результати досліджень та розробляти і оптимізувати нові технологічні режими, а також вдосконалювати сучасні системи контролю і регулювання процесів гідротермічної обробки пиломатеріалів. Задачі визначення міцності деревини на сьогоднішній день вирішені в основному для матеріалів з однорідним напружено-деформівним станом у пружній постановці [1–3]. Для в'язкопружної ж області деформування закономірності впливу реономних властивостей на її міцність встановлені лише для часткових випадків одновісного стиску та розтягу вздовж основних напрямків анізотропії [4,5]. Звичайно, що такий стан досліджень у даній області є не достатнім для розробки методик та методів своєчасного виявлення небезпечних, щодо тріщиноутворення та короблення, у висушуваних

пилотеріалах напружень, хоча б тому що їх розподіл в об'ємі матеріалу, насправді, є нерівномірним (неоднорідним) [6]. У зв'язку з цим актуальним є аналіз сучасних експериментальних та теоретичних робіт, присвячених вивченню необхідних і достатніх умов (критеріїв) за яких відбуваються небезпечні процеси в об'ємах анізотропних капілярно-пористих тілах, результатом розвитку яких є руйнування.

**Критерії короткочасної міцності.** Проводячи аналіз літературних джерел [7–9] можна прийти до висновку що на сьогоднішній день розрізняють два класи критеріїв міцності. До одного з них належать критерії, в основі яких покладено припущення: в умовах однократного навантаження напружено-деформівний стан матеріалу не перевищує межі міцності, якщо значення деяких універсальних функцій компонентів тензорів напружень і деформацій  $F_m(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij})$ ,  $m=1,2,\dots$  є меншими за їх граничні значення  $F_m^*$ . Якщо хоча б одна із цих функцій отримує значення, яке дорівнює  $F_m^*$ , то напружено-деформівний стан матеріалу досягає межі міцності, тобто

$$F_m(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) \leq F_m^* \quad (1)$$

Порівняльний аналіз подібних нерівностей [1,10,11] з відомими результатами експериментальних досліджень [1,2] показав, що вони є дійсно критеріями міцності для зразків випробовуваних в умовах короткочасного навантаження. Але, оскільки у випадку такого навантаження поведінка матеріалу є пружною [4, 5, 9], то умови типу (1) описують безпечну область деформування анізотропних твердих тіл з склерономними пружними властивостями. До таких критеріїв відносяться, зокрема, узагальнений критерій Гольденבלата-Копнова [10]

$$\left( \sum_{i,k} \Pi_{ik} \sigma_{ik} \right)^\alpha + \left( \sum_{i,k,n,m} \Pi_{iknm} \sigma_{ik} \sigma_{nm} \right)^\beta + \left( \sum_{i,k,n,m,p,q} \Pi_{iknmpq} \sigma_{ik} \sigma_{nm} \sigma_{pq} \right)^\gamma + \dots \leq 1, \quad (2)$$

де  $\Pi_{ik}$ ,  $\Pi_{iknm}$ ,  $\Pi_{iknmpq}$  – компоненти тензора міцності, які задовільняють умовам симетрії [9]

$$\begin{aligned} \Pi_{ik} &= \Pi_{ki}; \\ \Pi_{iknm} &= \Pi_{kinm} = \Pi_{ikmn} = \Pi_{iknm}; \\ \Pi_{iknmpq} &= \Pi_{kinmpq} = \Pi_{iknmpq} = \Pi_{kinmnp} = \Pi_{iknmpq} = \Pi_{kinmnp} = \Pi_{iknmpq} = \Pi_{kinmnp}. \end{aligned} \quad (3)$$

Аналізуючи нерівність (2) ми можемо оцінити граничний напружений стан анізотропних матеріалів з різними межами міцності для будь-яких типів навантажень (розтяг, стиск, зсув), незалежно від напрямку їх прикладення [9–11]. У її структурі закладені досить широкі можливості адаптації до дослідних даних за рахунок не лише належного вибору компонентів тензора міцності, але й зміни показників степеня  $\alpha, \beta, \gamma, \dots$ . Дійсно, якщо знехтувати всіма доданками суми правої частини нерівності (2), окрім другого, та поклавши  $\beta = 1$ , отримаємо критерій Мізеса-Хілла [9, 11]

$$\sum_{i,k,n,m} \Pi_{iknm} \sigma_{ik} \sigma_{nm} \leq 1. \quad (4)$$

За даними досліджень Ашкеназі О.К. [1] нерівність (4) задовільно узгоджуються з дослідними даними для матеріалів, числові значення меж міцності яких не залежать від способу навантаження. До таких матеріалів належать матеріали для яких абсолютне значення відношень меж міцності на розтяг та стиск близьке за значенням до одиниці [1, 3, 9]. Стосовно деревини – це деякі листяні породи, наприклад, тополя, бук, вільха чорна, тощо. Для тополі, наприклад, значення межі міцності поперек волокон у випадку стиску є

приблизно у 0,96–1,1 рази більшим ніж у випадку розтягу. Для матеріалів, абсолютне значення відношення меж міцностей яких на стиск та розтяг суттєво відрізняється від одиниці умова (4) не виконується. До них відносяться в основному деревні матеріали хвойних порід, зокрема сосна, ялина, тощо. Порівняльний аналіз значень їх меж міцності на стиск та розтяг впоперек волокон показав, що вони відрізняються у 2,96–3,5 рази. У зв'язку з цим, автором згаданих робіт, на основі обробки результатів експериментальних вимірювань поверхні короткочасної міцності та аналізу умови (5) запропоновано критерій [1]

$$\begin{aligned} & \left( \Pi_{1111} \sigma_{11}^2 + \Pi_{2222} \sigma_{22}^2 + \Pi_{3333} \sigma_{33}^2 + 2\Pi_{1122} \sigma_{11} \sigma_{22} + 2\Pi_{2233} \sigma_{22} \sigma_{33} + \right. \\ & \left. + 2\Pi_{1133} \sigma_{11} \sigma_{33} + 4\Pi_{1313} \sigma_{13}^2 + 4\Pi_{2323} \sigma_{23}^2 + 4\Pi_{1212} \sigma_{12}^2 \right)^2 \leq \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \\ & + \sigma_{33}^2 + \sigma_{11} \sigma_{22} + \sigma_{22} \sigma_{33} + \sigma_{11} \sigma_{33} + \sigma_{13}^2 + \sigma_{23}^2 + \sigma_{12}^2 \end{aligned} \quad (5)$$

Аналіз його структури показав, що ліва частина нерівності (5) є квадратом лівої частини нерівності (4), а права – сумою інваріантів  $I_1^2$  та  $I_2$ , де  $I_1 = \sigma_{11} + \sigma_{22} + \sigma_{33}$ ,  $I_2 = \sigma_{11}^2 + \sigma_{22}^2 + \sigma_{33}^2 + 2\sigma_{12}^2 + 2\sigma_{13}^2 + 2\sigma_{23}^2$ . Зазначимо, також, що в умові (5) на відміну від (4), дійсно, враховано вплив зміни напрямку дії прикладених до матеріалу механічних зусиль на характеристики його міцності. Наочним обґрунтування цього твердження є застосування критерію (5) для опису міцності деревного зразка в умовах одновісного стиску та розтягу, наприклад, вздовж волокон. Для таких випадків (5) запишеться у вигляді

$$\Pi_{1111} = 1/\sigma_{\text{вх}}, \quad (6)$$

де  $\sigma_{\text{вх}}$  – механічні зусилля підведені до зразка. Звідси, якщо  $\sigma_{\text{вх}}$  є розтягуючими (додатніми за знаком), то значення величини  $\Pi_{1111}$  є додатними. У протилежному випадку  $\Pi_{1111}$  – від'ємні, що і необхідно було довести.

Проаналізований критерій має також і деякі недоліки, зокрема, він не виконується для ізотропних матеріалів, а визначена з рівняння (5) поверхня міцності для деяких порід деревини не завжди є випуклою, що суперечить класичним вимогам міцності [11].

Частковим випадком критерію (2) є також критерій [10], заданий математичною моделлю

$$\sum_{i,k} \Pi_{ik} \sigma_{ik} + \sqrt{\sum_{i,k,n,m} \Pi_{iknm} \sigma_{ik} \sigma_{nm}} \leq 1, \quad (7)$$

де

$$\begin{aligned} \Pi_{ii} &= \frac{1}{2} \left( \frac{1}{\sigma_{iP}} - \frac{1}{\sigma_{iC}} \right); & \Pi_{iiii} &= \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\sigma_{iP}} + \frac{1}{\sigma_{iC}} \right)^2; & \Pi_{ikik} &= \frac{1}{4\tau_{ik}^2}; \\ \Pi_{iikk} &= \frac{1}{8} \left[ \left( \frac{1}{\sigma_{iP}} + \frac{1}{\sigma_{iC}} \right)^2 + \left( \frac{1}{\sigma_{kP}} + \frac{1}{\sigma_{kC}} \right)^2 - \left( \frac{1}{\tau_{ik,45}} + \frac{1}{\tau_{ik,45}} \right)^2 \right]; \end{aligned} \quad (8)$$

$\sigma_{iP}$ ,  $\sigma_{iC}$  – межі міцностей матеріалу випробовуваного на розтяг та стиск вздовж осей анізотропії (i);  $\tau_{ik}$ ,  $\tau_{ik,45}$ ,  $\tau_{ik,45}$  – межі міцностей матеріалу за відповідних зсувів.

Порівняльний аналіз співвідношень (8) свідчить, що для анізотропних матеріалів, межі міцності яких не залежать від знаку напружень (типів навантаження), значення компонентів тензорів міцності другого рангу дорівнюють нулеві ( $\Pi_{ii} = 0$ ), і, відповідно, критерій (7) переходить в умову критерію Мізеса-Хілла. Зазначимо також, що для деревини нерівність (7)

не виконується, поскілки за даними експериментальних досліджень значення величин  $\sigma_{iP}, \sigma_{iC}, \tau_{ik,45}, \tau_{ik,45}$  не задовільняють умов сумісності

$$\frac{1}{\sigma_{iP}} - \frac{1}{\sigma_{iC}} - \frac{1}{\sigma_{kP}} + \frac{1}{\sigma_{kC}} = \frac{1}{\tau_{ik,45}} - \frac{1}{\tau_{ik,45}}, \quad i \neq k, \quad (9)$$

які визначають межі використання критерія короткочасної міцності Гольденבלата-Копнова (7)–(8). Однак, не зважаючи на зазначені недоліки, проаналізований критерій має важливе практичне значення, хоча б тому, що він вперше був успішно узагальнений на випадок довгочасної міцності ортотропних матеріалів шляхом заміни доданків  $\Pi_{ik}\sigma_{ik}, \Pi_{iknm}\sigma_{ik}\sigma_{nm}$ , тощо на відповідні оператори за правилом [10]

$$\Pi_{ik}\sigma_{ik} \rightarrow \int_0^{\tau_*} \Omega_{ik}(\tau_* - \tau)\sigma_{ik}(\tau)d\tau; \quad (9)$$

$$\Pi_{iknm}\sigma_{ik}\sigma_{nm} \rightarrow \int_0^{\tau_*} \Omega_{iknm}(\tau_* - \tau)\sigma_{ik}(\tau)\sigma_{nm}(\tau)d\tau, \quad (10)$$

і т.д. Тензори тривалої міцності  $\Omega_{ik}, \Omega_{iknm}$  у (9) та (10) визначаються функціями, залежними від часу  $\tau_*$  перебування тіла під дією сталого навантаження, чисельні значення параметрів якого дорівнюють  $\sigma_{ik}(\tau_*), \sigma_{nm}(\tau_*)$ .

**Узагальнення критеріїв короткочасної міцності на довгочасну міцність.** Критерії довгочасної міцності відображають реономність механічних властивостей твердих тіл [7,10], тому, оскільки деревина відноситься до таких матеріалів [1,2,4,5], то вони мають важливе значення для визначення її міцності у в'язкопружній області деформування. До них відносяться, зокрема, критерії отримані з критеріїв короткочасної міцності на основі, зазначених вище, заміні (9)–(10) з врахуванням умови, згідно якої результати визначені за критерієм довгочасної міцності та відповідним критерієм короткочасної міцності повинні збігатися у випадку деформування матеріалу під дією сталих навантажень, якщо тривалість їх дії не перевищує деякого значення  $\tau_*$ . Одним із таких критеріїв є операторний критерій Гольденבלата-Копнова [10]

$$\int_0^{\tau_*} \Omega_{ik}(\tau_* - \tau)\sigma_{ik}(\tau)d\tau + \sqrt{\int_0^{\tau_*} \Omega_{iknm}(\tau_* - \tau)\sigma_{ik}(\tau)\sigma_{nm}(\tau)d\tau} \leq 1. \quad (11)$$

Для матеріалів, компоненти  $\Omega_{ik}, \Omega_{iknm}$  тензора міцності яких визначаються експоненціальними залежностями

$$\Omega_{ik} = \Pi_{ik} A \exp(\alpha[\tau_* - \tau]); \quad (12)$$

$$\Omega_{iknm} = \Pi_{iknm} 2\alpha B \{\exp(2\alpha[\tau_* - \tau]) - \exp(\alpha[\tau_* - \tau])\}, \quad (13)$$

де  $\alpha, A, B$  – сталі величини, які визначаються з кривих довгочасного опору, нерівність (11) має вигляд [10]

$$\sum_{i,k} \Pi_{ik} \sigma_{ik} + \sqrt{\sum_{i,k,n,m} \Pi_{iknm} \sigma_{ik} \sigma_{nm}} \leq \frac{1}{\exp(\alpha\tau_*) - 1}. \quad (14)$$

Її аналіз показав, вона збігається з нерівністю (7) у випадку коли  $\tau_* = \frac{\ln 2}{\alpha}$ . Отримане співвідношення для визначення часу  $\tau_*$  є підтвердженням того що задачі визначення

міцності у пружній постановці є частинним випадком аналогічних задач у в'язкопружній постановці, а межі застосування їх розв'язків є залежними від реологічних властивостей матеріалу.

Цінними для побудови критеріїв довгочасної міцності деревини є критерії, які отримуються з вище проаналізованих критеріїв короткочасної міцності, на основі заміни їх правої частини на деяку спадну функцію часу  $\tau_*$  перебування тіла під дією сталого навантаження, які, з огляду на умови (1), можна подати у вигляді [10]

$$F_m(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}) \leq f(\tau_*). \quad (15)$$

Вони задовільно узгоджуються з результатами експериментальних досліджень матеріалів для яких критерії довгочасної міцності у випадках одновісного стиску, розтягу та зсуву можна вважати подібними. За даними робіт [4, 5, 12] до таких матеріалів належить також і деревина, криві довгочасного опору якої у різних напрямках анізотропії є різними у числовому відношенні але подібними за характером зміни залежно від часу деформування. Дійсно, у загальному випадку вони описуються залежностями [2, 4, 5, 12]

$$\frac{\sigma}{\sigma_{mm}} = \frac{\sigma_{mдо}}{\sigma_{mm}} + \left[ 1 - \frac{\sigma_{mдо}}{\sigma_{mm}} \right] \exp(-c\tau), \quad (16)$$

де  $\sigma_{mm}, \sigma_{mдо}$  – відповідно межі міцності та довгочасного опору,  $c$  – параметр залежний від фізико-механічних властивостей матеріалу. До критеріїв типу (15) належить, зокрема критерій [10]

$$\sum_{i,k} \Pi_{ik} \sigma_{ik} + \sqrt{\sum_{i,k,n,m} \Pi_{iknm} \sigma_{ik} \sigma_{nm}} \leq \alpha + \beta \exp(-\lambda \bar{\tau}), \quad (17)$$

де  $\alpha, \beta, \lambda$  – параметри довгочасної міцності матеріалу, які визначаються з відповідних випробовувань. Однак, цей критерій та йому подібні [11] з тих же причин, що й критерій (7) не узгоджується з дослідними даними для деревини, хоча не виключено, що він може бути використаний для наближеної оцінки її міцності за певних умов.

Проаналізовані критерії довгочасної міцності, ґрунтуються на уявленнях про існування деякого граничного значення міцності, після досягнення якого відбувається руйнування матеріалу. Однак, є і інші підходи опису визначення міцності, зокрема, у роботах [13–16] міцність вважається не рівноважним процесом, який у більшості випадках є нестационарним, це – кінетичний підхід.

**Кінетичні критерії довгочасної міцності.** Більшість кінетичних критеріїв довгочасної міцності ґрунтуються на емпірично встановленому принципі лінійного сумування пошкоджень. Вперше цей принцип був запропонований автором роботи [15], де рівняння для визначення часу руйнування матеріалу  $\tau_*$  подано у вигляді

$$\int_0^{\tau_*} \frac{d\tau}{\tau_r[\sigma(\tau)]} = 1, \quad (18)$$

де  $\tau_r(\sigma)$  – тривалість часу необхідна для руйнування матеріалу в умовах повзучості (у випадку сталого напруженого стану  $\sigma$ ). Наведене співвідношення не залежить від типу руйнування (в'язкого, крихкого), воно не описує локальної міцності та не може бути використане для оцінки міцності матеріалів, випробовуваних на зсув та матеріалів зі складними напружено-деформівними станами [13, 14]. Однак, за певних обмежень співвідношення (18) задовільно описує кінетику міцності у кожному із зазначених випадків. За даними робіт [13, 16] воно успішно використовується для визначення кінетики руйнування в'язкопружних матеріалів, залежності швидкостей деформацій повзучості яких від напружень є лінійними, а миттєві, пружні деформації – не значними. Окрім цього, зазначимо, що у

проаналізованому критерію не враховано анізотропії міцності капілярно-пористих матеріалів,

оскільки пошкодженість  $P(\tau) = \int_0^{\tau} \frac{d\tau}{\tau_r[\sigma(\tau)]}$  є скалярною величиною.

До критеріїв в яких пошкодженість є скалярною величиною належить критерій Качанова Л.М. [16, 17]

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -A(n+1)\sigma_{\max}^n, \quad (19)$$

де  $0 \leq \psi \leq 1$  – параметр суцільності середовища;  $\sigma_{\max}$  – істинне максимальне напруження розтягу у заданій точці середовища матеріалу;  $A > 0$ ,  $n \geq 0$  – деякі сталі. У випадку відсутності пошкодженості  $\psi = 1$ , а за умови їх наявності  $\psi = 0$ . Порівняно із співвідношенням (18) цей критерій в межах моделі крихкого руйнування можна використовувати для оцінки локальної міцності твердих тіл зі складним напружено-деформівним станом [13], що має важливе значення у випадку його застосування для деревини. Дійсно, за даними робіт [1,12], в умовах стиску деревини вздовж волокон виникають тріщини, кінцевим результатом росту яких є крихке руйнування. Впериш волокон тріщиноутворення не спостерігається, і, відповідно, рівняння (19) не виконується. Доцільно також зауважити, що (18) є частковим випадком проаналізованого кінетичного рівняння (19). Для обґрунтування цього достатньо праву частину (19) записати у вигляді  $1/\tau_r(\tau)$ , тоді (19) матимемо

$$\frac{d\psi}{d\tau} = -\frac{1}{\tau_r(\tau)}. \quad (20)$$

Звідси, проінтегрувавши отримане рівняння для  $\psi = 0$  одержимо критерій (18), який вперше було використано для визначення межі міцності в умовах повзучості Робінсоном [15].

Оригінальним для досліджень міцності деревини в умовах гідротермічної обробки є критерій Работнова Ю.Н. [18]

$$\begin{cases} \frac{d\varepsilon_n}{d\tau} h(\varepsilon_n) = f(\sigma, \omega); \\ \frac{d\omega}{d\tau} = \varphi(\sigma, \omega). \end{cases} \quad (21)$$

де  $\varepsilon_n$  – в'язка складова деформацій повзучості;  $\omega$  – функція пошкодженості матеріалу, яка дорівнює нулеві у випадку відсутності пошкоджень і  $\omega = 1$  у випадку наявності тріщин, тобто можна вважати, що  $\omega = 1 - \psi$ . Його складовими частинами є рівняння повзучості (перше рівняння системи) та кінетичне рівняння крихкого руйнування, об'єднання яких у систему дозволило авторові врахувати вплив процесів повзучості на тріщиноутворення. Цей вплив визначається фізико-механічними властивостями матеріалу і є залежним від вигляду функцій  $f(\sigma, \omega)$  та  $\varphi(\sigma, \omega)$ . Він є значним для деревини, значення відносної вологості, якої дорівнюють або є більшими за межу гігроскопічності, поскільки у цьому випадку її реологічні властивості є найбільш вираженими [4]. Для абсолютно сухої деревини взаємодія процесів повзучості та тріщиноутворення не є істотною.

З огляду на існуючу, на сьогоднішній день, класифікацію видів руйнування, зазначимо, що проаналізований критерій відноситься до критеріїв оцінки процесів змішаного руйнування. Однак, це не означає що його не можна використовувати для опису в'язкого та крихкого руйнування, які є частинними випадками змішаного руйнування матеріалу.

У розглянутих вище критеріях значення характеристик міцності матеріалу на даний момент часу  $\tau_1$  є не залежними від значень величини навантажень для моментів часу  $\tau < \tau_1$ , тобто від „історії” розвитку навантажень. Для реологічних матеріалів, а отже і для деревини ця залежність є очевидною [6]. У зв'язку з цим автором зазначеної роботи було запропоновано критерій

$$\int_0^{\tau_*} (\tau_* - \tau)^m \varphi[\sigma_e(\tau)] d\tau = 1, \quad (22)$$

де  $\varphi[\sigma_e(\tau)]$ ,  $m$  – невідома функція та сталий параметр відповідно, які визначаються з результатів експериментальних вимірювань довгочасного опору матеріалу;  $\sigma_e(\tau)$  – еквівалентне напруження, за яке приймається або інтенсивність напружень, або максимальне напруження.

Деревина відноситься до анізотропних матеріалів, тому для дослідження її міцності важливим є критерій в яких пошкодження  $P(\tau)$  є не скалярною, а тензорною величиною. До таких критеріїв відносяться критерії, отримані на основі теорії накопичень та мір пошкоджень [7]. Дійсно, згідно основних постулатів та положень цієї теорії, міцнісний стан будь-якої точки суцільного середовища твердого тіла однозначно визначається симетричним тензором пошкоджень  $P_{ij}(\tau)$  та мірами пошкоджень  $M_m(P_{ij}(\tau))$ , де  $m=1,2,\dots,m_f \leq n$ ;  $n$  – кількість компонентів  $P_{ij}(\tau)$  від яких залежною є функція  $M_m(P_{ij}(\tau))$ . Загалом величина  $P_{ij}(\tau)$  є функцією температури  $T(\tau)$ , компонентів тензорів напружень  $\sigma_{ij}(\tau)$  та моментів  $\mu_{ij}(\tau)$ , тобто

$$P_{ij} = P_{ij}(\sigma_{ij}(\tau), \mu_{ij}(\tau), T(\tau)). \quad (23)$$

Залежність (23) може бути як нелінійною так і лінійною. У тензорній лінійній теорії накопичень:

$$P_{ij}(\tau) = \int_0^{\tau} \varphi_{ijkl}(\tau - \xi) d\sigma_{kl}(\xi) + \int_0^{\tau} \psi_{ijkl}(\tau - \xi) d\mu_{kl}(\xi), \quad (24)$$

де  $\varphi_{ijkl}$  і  $\psi_{ijkl}$  – функції, які визначаються за результатами випробовувань на довгочасну міцність в умовах чистого зсуву та одновісного розтягу. За критерій міцності приймається момент часу  $\tau_*$ , для якого хоча б одна із мір пошкоджень  $M_m(P_{ij})$  дорівнювала б деякій сталій матеріалу  $C_m$  відповідно. Деякі узагальнення залежності (24) на нелінійний випадок наведено у роботах А.А.Льюшина [7] і В.В.Москвітін [8, 14].

**Ентропійні критерії довгочасної міцності.** Надзвичайно важливим для моделювання міцності реологічних тіл зі змінними потенціалами теплоперенесення є ентропійний конструктивний критерій міцності [19], згідно якого однією з основних причин руйнування матеріалу є зростання значень густини ентропії  $S(\tau)$  у процесі деформування. Початком руйнування вважається момент часу  $\tau_*$  коли величина  $S(\tau)$  досягне деякого граничного значення  $S_* = S(\tau_*)$ , тобто, якщо на початку деформування  $S = S_0$ , то

$$S_0 + \Delta S = S_*, \quad (25)$$

де  $\Delta S$  – приріст ентропії одиниці об'єму (або одиниці маси) матеріалу за час  $\tau_*$ .



Для умов адіабатичного деформування, коли швидкість зростання густини ентропії зумовлена лише дисипацією енергії, критеріальне співвідношення (25) має вигляд

$$S_0 + \int_0^{\tau_*} \frac{W(\tau)}{T(\tau)} d\tau = S_*, \quad (26)$$

де  $W(\tau)$  – швидкість дисипації енергії, або функція розсіювання;  $T(\tau)$  – абсолютна температура матеріалу.

Для релаксаційно-деформаційних процесів, що протікають в умовах теплового (ентропійного) обміну з навколишнім середовищем критеріальне співвідношення (26) не виконується. У цьому випадку на приріст густини ентропії, окрім дисипативних сил, впливають ще і інші чинники, зокрема, теплопровідність та потік ентропії через поверхню матеріалу. Звичайно, що у такій постановці задачі міцності дещо ускладнюються, але, згідно [10], вони вирішуються на основі ентропійного критерію. Для цього достатньо подати швидкість приросту ентропії  $\Delta S$  у вигляді суми швидкостей приростів ентропій, обумовлених кожним із зазначених чинників. На основі такого підходу, авторами вище зазначених робіт, для процесів не адіабатного деформування (точніше, ентропійного) отримано рівняння

$$\rho T \left( \frac{\partial S}{\partial \tau} + \vec{v} \nabla S \right) = W + \text{div}(\lambda T), \quad (27)$$

де  $\rho$ ,  $\lambda$  – густина та коефіцієнт теплопровідності матеріалу;  $\vec{v} \nabla S$  – скалярний добуток векторів швидкості теплового потоку через одиничну поверхню та градієнта ентропії.

Отже, ентропійний критерій дозволяє дослідити довгочасну міцність матеріалу не лише у випадках механічного навантаження, але і в умовах теплообміну, що, безумовно має важливе значення для розробки технологічних критеріїв, зокрема, для критеріїв міцності гідротермічної обробки деревини. Окрім цього, зазначимо, що ентропійні критерії (23) та (24), на сьогоднішній день, успішно апробовані для в'язкопружних матеріалів характер руйнування яких є в'язким, а закон повзучості відомим. У випадку крихкого руйнування його застосування можливе лише за умови коли є відомими кінетичні рівняння визначення тріщин та інших дефектів у матеріалі [10].

**Термодинамічні критерії міцності [20, 21].** В основі термодинамічних критеріїв міцності покладено припущення: початком руйнування матеріалу вважається момент часу, коли хоча б одна із адитивних складових будь-якого термодинамічного потенціалу  $\Phi$  (внутрішня енергія  $U_\beta(S, \varepsilon'_{ij})$ , вільна енергія Гельмгольца  $\psi(T, \varepsilon'_{ij})$ , потенціал Гіббса  $G(T, \sigma'_{ij})$ , ентальпія  $H(S, \sigma'_{ij})$ ) досягне граничного значення  $\Phi_*$

$$\Phi = \Phi_*. \quad (28)$$

На відміну від ентропійного, термодинамічний критерій не вимагає введення додаткового кінетичного рівняння у випадку визначення міцності матеріалів, характер руйнування яких є крихким, оскільки еволюція міцнісних характеристик, згідно його вихідних положень, визначається законом збереження енергії. Це означає, що за його допомогою можна врахувати вплив не лише теплообмінних, але і масообмінних процесів на кінетику руйнування в'язкопружних матеріалів, характерними для яких є різні види руйнування.

**Висновок:** характер розвитку міцності у деформованих капілярно-пористих матеріалах визначається закономірностями розвитку взаємозв'язаних термодинамічно незворотніх процесів повзучості та накопичення пошкоджень. У зв'язку з цим для розробки



технологічних критеріїв міцності деревини зі змінними потенціалами тепломасоперенесення доцільно використати ентропійний та термодинамічний критерії конструктивної міцності.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Ашкенази Е.К. Анизотропия древесины и древесных материалов.- М.: Лесн. пром-сть, 1978. – 224 с.
2. Божок О.П., Вінтонів І.С. Деревинознавство з основами лісового товарознавства.– К.: ММКВО, 1992. – 320 с.
3. Соколовський Я.І., Гірник М.Л., Шикеринець І.М., Поберейко Б.П. Механічні властивості деревинних композитних матеріалів // Препр. №95.8. – УкрДЛТУ, 1996. – 53 с.
4. Белянкін Ф.П., Яценко В.Ф. Деформативность и сопротивляемость древесины как упруго-вязко-пластического тела. – К.: Изд-во АН УССР, 1957. – 86 с.
5. Леонтьев Н.Л. Длительное сопротивление древесины. – М.: Гослес-бумиздат, 1957. – 132 с.
6. Соколовський Я.І., Поберейко Б.П. Дослідження вологісних і залишкових напружень у процесі сушіння // Наук. вісник УкрДЛТУ: Зб. наук.-техн. праць. – Львів: УкрДЛТУ. – 1998, вип. 8.1 – С.196-207.
7. Ильющин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970. – 278 с.
8. Москвитин В.В. Сопротивление вязкоупругих материалов. – М.: Наука, 1972. – 327 с.
9. Божидарник В.В., Сулим Г.Т. Элементы теории пластичности та міцності. – Львів: Світ, 1999.– Т.1 – 532 с.; Т.2 – 418 с.
10. Гольденблат И.И., Бажанов В.Л., Копнов В.А. Длительная прочность в машиностроении. – М.: Машиностроение, 1977. – 248 с.
11. Яценко В.Ф. Прочность композиционных материалов. – К.: Выща шк. Головное изд-во, 1988. – 191 с.
12. Хухрянский П.Н. Прочность древесины. – М.: Гослесбумиздат, 1955. – 152 с.
13. Кишкин Б.П. Конструкционная прочность материалов. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1976. – 184 с.
14. Москвитин В.В. Некоторые вопросы длительной прочности вязкоупругих сред // Проблемы прочности. – 1971, №2.
15. Robinson E.L. Effect of temperature variation on the long time rupture strength of steels// Trans. ASME. –1952, vol. 74, №5. – P.83-89.
16. Качанов Л.М. Основы механики разрушения.– М.: Наука, 1974. – 308 с.
17. Качанов Л.М. Основы механики разрушения. – М.: Наука, 1974. –
18. Работнов Ю.Н. Ползучесть элементов конструкций. – М.: Наука, 1966. – 752 с.
19. Киялбаев Д.А., Чебанов В.М., Чудновский А.И. Вязкое разрушение при переменных температурах и напряжениях// В сб.: Проблемы механики твердого деформируемого тела. – Л.: Судостроение, 1970. – С. 217-222.
20. Победря Б.Е. Термодинамический критерий прочности компози-тов// Механика композитных материалов. – 1993, т.29, №3. – С. 302-310.
21. Росадо Р.М. Термодинамический критерий разрушения вязкоупругого материала: Автореф. ... канд. физ.-мат. наук. – М., 1992. – 74 с.