

обробляються антипіренами відповідно до вимог СНиП 3.03.01-87. Вогнезахисна обробка повинна переводити деревину в I групу відповідно до ГОСТ 30219 - 95, вологість якої не повинна перевищувати 12%.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Kosiorek M., Wroblewski B. *Zachowanie plyt gipso-kartonowych w warunkach pożaru // Materialy Budowlane*, - 2003. - n.10 (374). - S. 10-11.
2. Циприанович И.В., Старченко А.Ю. *Комплексные системы сухого строительства*. - К.: Издательство ОАО "Мастера", 1999. - 192 с.
3. Державні будівельні норми України. ДБН В.1.1-7-2002. "Пожезна безпека об'єктів будівництва". - К.: Держбуд України, 2003. - 42 с.
4. Brandschutz mit knauf, *Gipsbaustoffe Baukonstruktion; neu oberarbeiteta Auflgea*. 1977-64 s.

УДК 614.843(075.32)

*Е.М.Гуліда, д.т.н., професор, О.О.Карабин, к.ф.-м.н., О.О.Смотр, А.Д.Кузик, к.ф.-м.н.  
(Львівський інститут пожежної безпеки МНС України)*

#### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ПОШИРЕННЯ ЛІСОВОЇ ПОЖЕЖІ З УРАХУВАННЯМ КОНВЕКТИВНОГО ТЕПЛООБМІНУ

На основі аналізу існуючих підходів до побудови математичних моделей поширення лісової пожежі проведено моделювання поширення лісової пожежі аналітичним методом із врахуванням лише одного виду теплообміну, а саме конвективного.

Проблема охорони лісів від пожеж – одна з найбільш складних задач охорони навколишнього середовища. Щороку в Україні внаслідок пожеж знищується понад 5 тис. га лісу [1,2]. Для покращення охорони лісів від пожеж недостатньо тільки удосконалення технічних засобів боротьби з вогнем. Все більшої актуальності набувають раціональна організація і ефективне управління роботою служб, задіяних в системі охорони лісів від пожеж. В свою чергу, процес раціонального управління і організації усіма задіяними службами вимагає вирішення таких завдань, як оперативне визначення імовірного напрямку розвитку пожежі, швидкості її поширення та обмеження розповсюдження. Для вирішення цих завдань потрібно створити математичні моделі розповсюдження пожежі, що дасть змогу прогнозувати ситуацію, що виникла в реальних умовах. Більшість відомих на даний час моделей швидкості поширення лісових пожеж використовують експериментальний та змішаний експериментально-аналітичний методи [3].

Аналітичний метод поширення пожежі базується на законах збереження енергії та вимагає громіздких аналітичних і обчислювальних операцій, проте цей метод моделювання дає змогу отримати найбільш повну картину розповсюдження пожежі. Тому математичне моделювання процесу поширення лісових пожеж аналітичним методом є актуальною задачею сучасності. В роботі [4] змодельовано процес поширення лісової пожежі із врахуванням лише одного виду теплообміну, наявного під час пожежі, а саме теплопровідності. Але при побудові математичної моделі поширення лісової пожежі необхідно врахувати усі три види теплообміну: теплопровідність, конвективний теплообмін і теплове випромінювання

Мета роботи – розробка моделі конвективного теплообміну поширення лісової пожежі аналітичним методом.

Математична модель поширення лісової пожежі. Аналітичне дослідження конвективного теплообміну зводиться до вивчення просторово-часової зміни температури, а саме до знаходження функції [5,6]

$$t = f(x, y, z, \tau). \quad (1)$$

Нехай рівняння (1) є математичним виразом температурного поля деякого середовища,  $x, y, z$  – просторові координати,  $\tau$  – часова змінна.

Диференціальне рівняння (2) описує процес конвективного теплообміну:

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial t}{\partial x} + V_y \frac{\partial t}{\partial y} + V_z \frac{\partial t}{\partial z} = - \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 t}{\partial z^2} \right), \quad (2)$$

де  $V_x, V_y, V_z$  (м/с) – складові швидкості;  $\lambda$  (Вт/мК) – коефіцієнт теплопровідності середовища;  $C_p$  (кДж/кгК) – ізобарна теплоємність одиниці маси;  $\rho$  (кг/м<sup>3</sup>) – густина середовища, в якому відбувається процес.

Рівняння (2) називається рівнянням енергії. Якщо в (2)  $V_x = V_y = V_z = 0$ , то рівняння (2) переходить в рівняння теплопровідності. Рівняння (2) ще більше спрощується, якщо температура  $t$  змінюється тільки вздовж однієї осі координат.

Як видно з рівняння (2), температурне поле рухомого середовища залежить від складових швидкості  $V_x, V_y, V_z$ . Щоб зробити систему рівнянь замкненою, необхідно додати рівняння, які описують зміну швидкості в часі і просторі. Такими рівняннями є рівняння Нав'є-Стокса.

$$\rho \frac{\partial V_x}{\partial \tau} = \rho \cdot g_x - \frac{\partial P}{\partial x} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 V_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial z^2} \right); \quad (3)$$

$$\rho \frac{\partial V_y}{\partial \tau} = \rho \cdot g_y - \frac{\partial P}{\partial y} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 V_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_y}{\partial z^2} \right); \quad (4)$$

$$\rho \frac{\partial V_z}{\partial \tau} = \rho \cdot g_z - \frac{\partial P}{\partial z} + \mu \cdot \left( \frac{\partial^2 V_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V_z}{\partial z^2} \right); \quad (5)$$

де  $g_x, g_y, g_z$  – координатні складові прискорення вільного падіння,  $\mu$  – коефіцієнт в'язкості середовища,  $P$  – функція, що визначає тиск в середовищі.

Похідні  $\frac{\partial V_x}{\partial \tau}, \frac{\partial V_y}{\partial \tau}, \frac{\partial V_z}{\partial \tau}$  характеризують зміну швидкості в часі в довільній точці середовища, тобто характеризують локальну зміну швидкості, решта три доданки в правих частинах рівнянь характеризують зміну швидкості при переході від точки до точки.

Оскільки в рівняннях Нав'є-Стокса з'явилась нова невідома функція – тиск  $P$ , то кількість невідомих є більшою за кількість рівнянь. Тому необхідно додати ще одне рівняння. Таким рівнянням є рівняння неперервності, яке отримують на основі закону збереження маси:

$$\frac{\partial V_x}{\partial x} + \frac{\partial V_y}{\partial y} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (6)$$

Наведені рівняння (2)–(6) описують процес конвективного теплообміну. Для того щоб конкретизувати процес, необхідно ще задати умови однозначності: геометричні умови, що

характеризують форму і розміри системи, в якій відбувається процес; фізичні умови, що характеризують фізичні властивості середовища і тіла; граничні умови, що характеризують особливості перебігу процесу на межі середовища; часові умови, що характеризують особливості перебігу процесу в часі.

Система диференціальних рівняння (2)–(6) разом з умовами однозначності утворюють точну математичну модель процесу. Для знаходження розв'язку поставленої задачі, а саме для знаходження поля температур при конвективному теплообміні в процесі горіння деревини обмежимося випадком процесу поширення тепла лише в одному напрямку. За напрямком осі  $O_x$  виберемо напрямком вітру. Будемо вважати, що швидкість  $V_x$ , яка фігурує в рівнянні (2), є сталою і рівною:

$$V_x = V_{\text{мол}} + V_{\text{вітру}} \quad (7)$$

де  $V_{\text{мол}}$  – швидкість руху молекул, яка описується рівнянням (8)

$$V_{\text{мол}} = \sqrt{\frac{3R_{\mu}T}{\mu}}, \quad (8)$$

де  $R_{\mu}$  – універсальна газова стала,  $\mu$  – молекулярна маса газу (повітря),  $T$  – температура,  $V_{\text{вітру}}$  – швидкість вітру, приймемо її рівною 3 (м/с);

У зв'язку з тим, що  $V_x = \text{const}$ , система рівнянь (2)–(6) спрощується, а саме, зникають рівняння (3)–(6) з огляду на нульові складники. В результаті отримуємо лише одне рівняння (2) у вигляді

$$\frac{\partial t}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial t}{\partial x} = \frac{\lambda}{\rho \cdot c_p} \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \quad (9)$$

Для знаходження розв'язку рівняння (9) скористаємось скінченно-різницевою методом [3,5].

Температура  $t(x, \tau)$  є функцією двох змінних. Виберемо прямокутну систему координат так, щоб напрямком осі  $O_x$  збігався з напрямком поширення вітру. Весь інтервал зміни  $x$  від 0 до  $l$  по осі абсцис розіб'ємо на однакові інтервали  $\Delta_x$ , а відрізок часу від  $\tau = 0$  до  $\tau = \theta$  – розділимо на рівномірні інтервали  $\Delta_{\tau}$ . Побудовані перпендикуляри до координатних осей в точках поділу утворюють розрахункові вузлові точки. Тоді температура для вузлової точки 1 з координатами  $x = m \cdot \Delta_x$  і  $\tau = k \Delta_{\tau}$  запишеться так:

$$t_1 = t_1(m \cdot \Delta_x, k \Delta_{\tau}) = t_{m,k}$$

для вузлової точки 2 з координатами  $x = m \cdot \Delta_x$  і  $\tau + \Delta_{\tau} = (k+1) \Delta_{\tau}$  маємо:

$$t_2 = t_2(m \cdot \Delta_x, (k+1) \Delta_{\tau}) = t_{m,k+1}$$

для вузлової точки 3 з координатами  $x + \Delta_x = (m+1) \Delta_x$  і  $\tau + \Delta_{\tau} = (k+1) \Delta_{\tau}$  отримуємо:

$$t_3 = t_3[(m+1) \Delta_x, (k+1) \Delta_{\tau}] = t_{m+1,k+1}$$

і так далі. Замінімо в точці 1 ( $m \cdot \Delta_x, k \cdot \Delta_{\tau}$ ) частинні похідні в рівнянні конвекції різницевою співвідношеннями:

$$\left( \frac{\partial t}{\partial \tau} \right)_{m,k} = \frac{1}{\Delta_{\tau}} (t_{m,k+1} - t_{m,k}) + \varepsilon_1, \quad (10)$$

$$\left( \frac{\partial t}{\partial x} \right)_{m,k} = \frac{1}{\Delta_x} (t_{m,k+1} - t_{m,k}) + \varepsilon_2, \quad (11)$$

$$\left( \frac{\partial^2 t}{\partial x^2} \right)_{m,k} = \frac{1}{\Delta_x^2} (t_{m+1,k} - 2t_{m,k} + t_{m-1,k}) + \varepsilon_3. \quad (12)$$

В цих виразах  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  – залишкові члени, що враховують перехід від похідних функцій до різницевої співвідношень. Можна показати, що ці доданки прямують до нуля,

$$\left(\frac{\partial^2 t}{\partial x^2}\right)_{m,k} = -\frac{1}{\Delta_x^2}(t_{m+1,k} - 2t_{m,k} + t_{m-1,k}) + \varepsilon_3. \quad (12)$$

В цих виразах  $\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$ ,  $\varepsilon_3$  – залишкові члени, що враховують перехід від похідних функцій до різницевих співвідношень. Можна показати, що ці доданки прямують до нуля, якщо прямують до нуля інтервали розбиття  $\Delta_x$  і  $\Delta_t$ . Диференціальне рівняння в скінченно-різницевій формі запишеться таким чином:

$$\frac{1}{\Delta_t}(t_{m,k+1} - t_{m,k}) + \varepsilon_1 + V_x \left( \frac{1}{\Delta_x}(t_{m,k+1} - t_{m,k}) + \varepsilon_2 \right) = -\frac{\lambda}{\rho \cdot C_p} \left( \frac{1}{\Delta_x^2}(t_{m+1,k} - 2t_{m,k} + t_{m-1,k}) + \varepsilon_3 \right). \quad (13)$$

Розв'язуючи рівняння (13) відносно температури  $t_{m,k+1}$ , отримуємо

$$t_{m,k+1} = \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p \Delta_x (\Delta_x + V_x \Delta_t)} (t_{m+1,k} - 2t_{m,k} + t_{m-1,k}) + t_{m,k} + \varepsilon, \quad (14)$$

де

$$\varepsilon = \frac{\varepsilon_3 \cdot \lambda}{\rho \cdot C_p} - \varepsilon_1 - \varepsilon_2 \cdot V_x. \quad (15)$$

Значення виразу (15) прямує до нуля, тому доданком  $\varepsilon$  можна знехтувати, тобто

$$t_{m,k+1} = \frac{\lambda}{\rho \cdot C_p \Delta_x (\Delta_x + V_x \Delta_t)} (t_{m+1,k} + t_{m-1,k}) + \left(1 - \frac{2\lambda}{\rho \cdot C_p \Delta_x (\Delta_x + V_x \Delta_t)}\right) \cdot t_{m,k}. \quad (16)$$

Для забезпечення точності розв'язку підберемо шкалу розбиття так, щоб

$$\frac{\lambda}{\rho \cdot C_p \Delta_x (\Delta_x + V_x \Delta_t)} = \frac{1}{2}. \quad (17)$$

Тоді формула (16) набуває вигляду

$$t_{m,k+1} = \frac{1}{2}(t_{m+1,k} + t_{m-1,k}). \quad (18)$$

Використавши скінченний різницевий метод розв'язування диференціального рівняння, побудувавши математичну модель передачі тепла в процесі конвективного теплообміну, а також перевіривши математичну модель експериментально, було визначено температурне поле на відстані до 3,4 м від вогнища пожежі та на висоті до 4 м. Результати цих досліджень представлені в табл. 1 і на рис. 1.

Таблиця 1. Розподілення температури в процесі конвективного теплообміну

Висота, h (м)	Температура $t_{m,k+1}$ (°C) на відстані x (м) від вогнища пожежі																	
	0.0	0.2	0.4	0.6	0.8	1.0	1.2	1.4	1.6	1.8	2.0	2.2	2.4	2.6	2.8	3.0	3.2	3.4
0	700	664	627	591	554	518	481	445	408	372	335	299	262	226	189	153	116	80
2	360	341	322	304	285	266	247	229	210	191	172	154	135	116	97	79	60	41
4	20	20	20	20	20	19	19	19	19	19	19	19	19	18	18	18	18	18

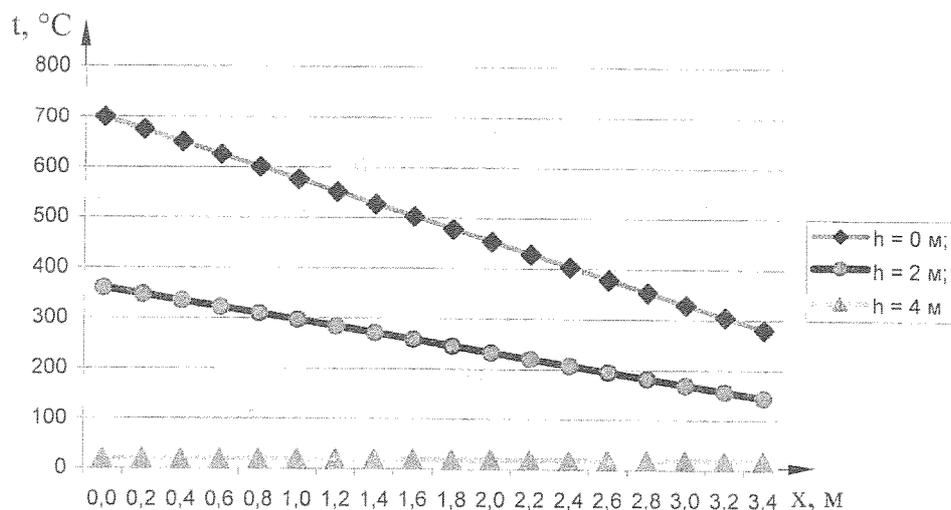


Рис. 1. Залежність температури середовища (повітря) від відстані  $x$  до вогнища пожежі

Аналіз отриманих результатів показав, що внаслідок конвективного теплообміну під час виникнення вогнища лісової пожежі із збільшенням висоти до 4 м температура середовища (повітря) навіть над вогнищем пожежі становить не більше 20 °С. Найвищу температуру, яка може викликати спалах соснової деревини ( $t_{\text{спалаху}}=390$  °С) має повітря над поверхнею шару лісової підстилки на відстані до 1,8 м від вогнища пожежі. Окрім цього майже таку ж температуру має середовище на висоті до 2 м.

Ці результати вказують на те, що конвективний теплообмін розповсюджує температурне поле у конусоподібному вигляді, що є найбільш сприятливим для виникнення низової лісової пожежі.

#### Висновки.

На підставі результатів проведених досліджень можна зробити такі висновки:

1. Отримана математична модель конвективного теплообміну дає можливість визначити температурне поле середовища (повітря) в області розповсюдження лісової пожежі.
2. На висоті 4 м температура вогнища зменшується приблизно у 35 разів.
3. На відстані до 1,8 м від вогнища пожежі над поверхнею шару лісової підстилки температура середовища зменшується в 1,9 рази. Така ж закономірність спостерігається і на висоті 1 м над поверхнею шару лісової підстилки на відстані 0,8 м від вогнища пожежі.
4. Результати виконаної роботи є достовірними в порівнянні з даними довідникової літератури, які отримані на підставі результатів експериментальних досліджень.
5. Оскільки процес поширення пожежі вимагає врахування не тільки конвективного теплообміну, а і теплопровідності та теплового випромінювання в процесі горіння, необхідно продовжити роботу в цьому напрямку.

#### ЛІТЕРАТУРА

1. Аналіз лісових пожеж // Офіційний сайт Державного департаменту пожежної безпеки України. – <http://www.firedep.gov.ua/stat/list.htm>.
2. Загальна характеристика лісів України// Офіційний сайт науково-інформаційного центру лісоуправління// <http://www.fmssc.com.ua/index.php>
3. Доррер Г.А. Математические модели динамики лесных пожаров. – М.: Лесная промышленность, 1979. – 160с.
4. Е.М Гуліда, О.О.Карабин, О.О.Смотр. Математична модель поширення лісових пожеж// Пожежна безпека. 2005. –№ 6. -С.7-12