

М.М.Семерак, д.т.н., професор, Т.Б.Юзків, к.т.н., доцент (Львівський інститут пожежної безпеки МНС України)

МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ДОСЛІДЖЕННЯ ОБУМОВЛЕНОГО ПОЖЕЖЕЮ ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ ОГОРОДЖУЮЧИХ КОНСТРУКЦІЙ

Визначено і досліджено термонапружений стан огороджуючих конструкцій при обумовленому пожежею раптовою нагріві їх поверхні. Процес нагріву моделюється стрибкоподібною зміною температури на поверхні конструкції з використанням одиначної асиметричної функції. Використовуючи методи інтегральних перетворень, одержано формули для визначення температурного поля і температурних напружень в конструкції. Проведено дослідження залежності величин температури і напружень від координат і часу.

Міцність і термостійкість інженерних конструкцій, значною мірою залежать від технології їх виготовлення та умов експлуатації. Згідно з вимогами ДБН В.1.1-7.2002, ознакою втрати несучої здатності вважають виникнення в конструкції граничних деформацій і напружень, наведених в [1]. Особливо небезпечними є напруження, які виникають в огороджуючих конструкціях будівель при пожежі. При горінні легкозаймистих матеріалів факел полум'я раптово підвищує на певну величину температуру деякої області поверхні конструкції, часто близької за формою до круга. Внаслідок цього в конструкції виникають температурні напруження, які можуть бути причиною втрати міцності і виходу її з ладу.

Огороджуюча конструкція моделюється півпростором, на поверхні якого задані розривні граничні умови:

$$\begin{aligned} t &= t_0 S_+(R-r) [S_+(r) - S_+(\tau - \tau_0)] \quad \text{при } z = 0, \\ t|_{r=0} &\neq \infty, \quad \frac{\partial t}{\partial r}|_{r=0} = 0, \quad t|_{r=\infty} = t|_{r=0} = t_n \end{aligned} \quad (1)$$

де t_n - початкова температура конструкції; t_0 - величина на яку збільшилась температура кругової області конструкції в початковий момент часу; τ - час; c ; τ_0 - час дії пожежі, c ; R - радіус контакту полум'я з конструкцією, m ; $S_+(x) = \begin{cases} 1, & x > 0 \\ 0, & x \leq 0 \end{cases}$ - асиметрична одиначна функція. Початок циліндричної системи координат поміщений в центрі кругової області, яка нагрівається. Координата z перпендикулярна до поверхні півпростору і направлена в його глибину.

Диференціальне рівняння теплопровідності, що описує нестационарний процес, має вигляд [2]:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = \frac{1}{a} \frac{\partial T}{\partial \tau}, \quad (2)$$

в якому зроблена заміна $T = t - t_n$, a - коефіцієнт теплопровідності, $m^2 \text{с}^{-1}$.

Застосувавши до граничних умов (1) і рівняння (2) інтегральне перетворення Лапласа за часом τ і Ханкеля за координатою r , одержуємо:

$$\frac{d^2 \bar{T}}{dz^2} - \left(\xi^2 + \frac{s}{a} \right) \bar{T} = 0, \quad (3)$$

$$\bar{T}|_{z=0} = \frac{t_0}{s} (1 - e^{-s\tau_0}) \frac{R}{\xi} J_1(R\xi), \quad (4)$$

де s – параметр перетворення Лапласа; ξ параметр перетворення Ханкеля;

$J_1(R\xi)$ – функція Бесселя першого ряду першого порядку;

\bar{T}, \bar{T} – зображення функції температури за Лапласом і Ханкелем відповідно.

Розв'язок рівняння (3) має вигляд:

$$\bar{T} = \frac{Rt_0}{\xi} J_1(R\xi) \frac{1}{s} (1 - e^{-s\tau_0}), \quad (5)$$

Переходячи в рішенні (5) до оригіналу, одержуємо вирази для температурного поля.

$$T = \frac{Rt_0}{2} \int_0^\infty J_0(r\xi) J_1(R\xi) \left\{ e^{\xi z} [f_1 - S_+(\tau - \tau_0)\varphi_1] + e^{-\xi z} [f_2 - S_+(\tau - \tau_0)\varphi_2] \right\} d\xi, \quad (6)$$

$$\text{де } f_{1,2} = \operatorname{erfc}\left(\frac{\xi}{2\sqrt{a\tau}} \pm \xi\sqrt{a\tau}\right); \quad \varphi_{1,2} = \operatorname{erfc}\left(\frac{z}{2a\sqrt{(\tau - \tau_0)}} \pm \xi\sqrt{a(\tau - \tau_0)}\right)$$

$J_0(r\xi)$ – функція Бесселя першого ряду нульового порядку.

Перейдемо у виразі (6) до безрозмірного вигляду

$$\Theta = \frac{1}{2} \int_0^\infty J_0(\rho\gamma) J_1(\gamma) \left\{ e^{z^*\gamma} [f_1 - S_+(Fo - Fo_0)\varphi_1] + e^{-z^*\gamma} [f_2 - S_+(Fo - Fo_0)\varphi_2] \right\} d\gamma, \quad (7)$$

$$\text{де } \Theta = \frac{T}{t_0}; \quad Fo = \frac{a\tau}{R^2}; \quad Fo_0 = \frac{a\tau_0}{R^2}; \quad \gamma = R\xi; \quad z^* = \frac{z}{r}; \quad \rho = \frac{r}{R}$$

$$f_{1,2} = \operatorname{erfc}\left(\frac{z^*}{2\sqrt{Fo}} \pm \gamma\sqrt{Fo}\right); \quad \varphi_{1,2} = \operatorname{erfc}\left(\frac{z^*}{2\sqrt{Fo - Fo_0}} \pm \gamma\sqrt{Fo - Fo_0}\right)$$

За формулою (7) проведені дослідження безрозмірної температури Θ залежно від безрозмірних координати z^* і часу Fo при деяких значеннях безрозмірного радіуса краплі ρ .

При розрахунках прийнято, що огорожуюча конструкція виготовлена із литого каменю; радіус $R = 1,5$ м; $Fo_0 = 0,004$. Результати дослідження зображені графічно на рис. 1, 2.

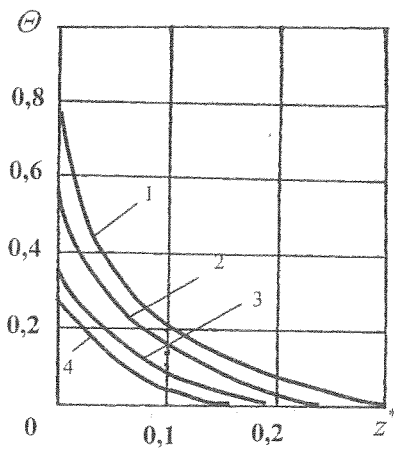


Рис. 1. Зміна температури по товщині конструкції

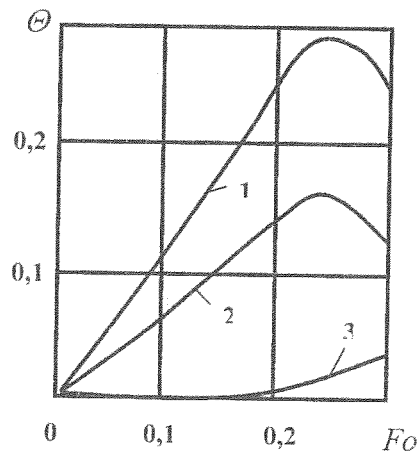


Рис. 2. Зміна температури залежно від безрозмірного часу Fo

На рис.1 приведена залежність безрозмірної температури від безрозмірної координати при різних значеннях безрозмірних часу Fo і радіуса ρ . Криві 1 і 2 зображують залежність Θ при $\rho = 0, Fo = 0,003$ і $\rho = 1, Fo = 0,003$ відповідно, а криві 3 і 4 при $\rho = 0, Fo = 0,005$ і $\rho = 1, Fo = 0,005$ відповідно. На рис. 2 наведено графік Θ при $\rho = 0, z^* = 0,1$ (крива 1), $\rho = 1, z^* = 0,1$ (крива 2) і $\rho = 0, z^* = 0,25$ (крива 3). Аналіз графічних залежностей показує, що із віддаленням від поверхні конструкції, а також і від початку координат, температура зменшується для всіх значень часу.

Вирази температурних напружень запишемо через потенціал переміщень Φ , який для розглядуваної задачі (в трансформантах Лапласа) має вигляд [3]:

$$\bar{\Phi} = \frac{1+\nu}{1-\nu} \frac{\alpha_i a}{s^2} (s\bar{T} - \bar{T}_\infty), \quad (8)$$

де $\bar{T}_\infty = \lim_{s \rightarrow \infty} s\bar{T}$; ν – коефіцієнт Пуассона; α_i – температурний коефіцієнт лінійного розширення K^{-1} .

Застосувавши формулу оберненого перетворення Ханкеля до формули (5), одержуємо вирази для трансформанти температури за Лапласом:

$$\bar{T} = \frac{Rt_0}{s} (1 - e^{-st_0}) \int_0^\infty J_0(r\xi) J_1(R\xi) e^{-\beta z} d\xi, \quad (9)$$

$$\text{де } \beta = \sqrt{\xi^2 + \frac{s}{a}}.$$

Підставивши вирази (9) в формулу (8), одержуємо:

$$\bar{\Phi} = \frac{k(1 - e^{-st_0})}{2Gs^2} \int_0^\infty e^{-\beta z} J_0(r\xi) J_1(R\xi) d\xi, \quad (10)$$

де $k = 2 \frac{1+\nu}{1-\nu} G\alpha_i a R t_0$, G – модуль зсуву, Па.

Підставляючи значення $\bar{\Phi}$ в формули для знаходження нестационарних температурних напружень [3] і переходячи до оригіналів [4] знаходимо вирази температурних напружень, які в

безрозмірній формі мають вигляд

$$\sigma_{rr}^* = \int_0^\infty F_1(\rho, z^*, Fo, \gamma) J_0(\rho\gamma) J_1(\gamma) \gamma d\gamma + \int_0^\infty F_2(\rho, z^*, Fo, \gamma) J_1(\rho\gamma) J_1(\gamma) d\gamma, \quad (11)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^* = \int_0^\infty M_1(\rho, z^*, Fo, \gamma) J_0(\rho\gamma) J_1(\gamma) d\gamma + \int_0^\infty M_2(\rho, z^*, Fo, \gamma) J_1(\rho\gamma) J_1(\gamma) d\gamma, \quad (12)$$

$$\sigma_{zz}^* = \int_0^\infty [D_1(\rho, z^*, Fo, \gamma) + D_2(\rho, z^*, Fo, \gamma)] J_0(\rho\gamma) J_1(\gamma) d\gamma, \quad (13)$$

$$\sigma_{rz}^* = \int_0^\infty e^{-z^*\gamma} N_1(\rho, z^*, Fo, \gamma) J_0(\rho\gamma) J_1(\gamma) d\gamma + \int_0^\infty e^{z^*\gamma} N_2(\rho, z^*, Fo, \gamma) J_1(\rho\gamma) J_1(\gamma) d\gamma, \quad (14)$$

де функції F_i, M_i, D_i, N_i ($i = 1, 2$) приведені в роботі [5].

За формулою (13) проведено розрахунки температурних напружень, які графічно зображені на рис. 3.

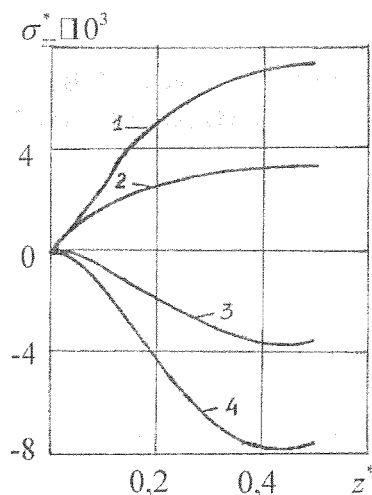


Рис.3 Зміна температурних напружень σ_{zz}^* по товщині конструкції

За формулою (13) проведено розрахунки температурних напружень, які графічно зображені на рис.3, де для $F_0=0,002$ маємо: при $\rho^*=1$ (крива 1), $\rho^*=1,5$ (крива 4), а для $F_0=0,0003$ – при $\rho^*=1$ (крива 2), $\rho^*=1,5$ (крива 3). Із аналізу графіків видно, що напруження σ_{zz}^* від моменту нагріву зростають з глибиною до деякого значення, а потім зменшуються, причому в області нагріву вони є розтягуючими, а за її границями – стискаючими. Одержані результати дають можливість підібрати з наявних конструкційних матеріалів для огорожуючих конструкцій такі, які забезпечать найкращу термоміцність будівельної споруди в цілому. Результати можна також використати для дослідження термонапруженого стану кам'янолитих і скляних конструкцій в процесі їх виготовлення.

ЛІТЕРАТУРА

1. ДСТУ Б. В. 1.1.-4-98 Будівельні конструкції. Методи випробувань на вогнестійкість. Загальні вимоги.
2. Лыков А.В. Теория теплопроводности. – М.: Высшая школа, 1967. – 599 с.
3. Паркус Г.Г. Неустановившиеся температурные напряжения. – М.: Физматгиз, 1963. – 252 с.
4. Диткин В.А., Прудников А.П., Справочник по операционному исчислению. – М.: Высшая школа, 1965, - 465 с.
5. Семерак М.М., Юрченко П.Е. Температурное поле и напряжения, возникающие в матрице при прессовании стеклянных изделий/ Сборник научных трудов. Обобщенные функции в термоупругости. Киев.: Наукова думка, 1980, с. 129-136.