

*В.І. Гудим*<sup>1,2</sup>, д-р техн. наук, професор, *Б.М. Юрків*<sup>3</sup>, канд. техн. наук, *О.Б. Назаровець*<sup>1</sup>  
(<sup>1</sup>Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, <sup>2</sup>Краківська політехніка, <sup>3</sup>ПАТ «Львівобленерго»)

### **МАТЕМАТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ НАГРІВАННЯ ПРОВІДНИКІВ ВНУТРІШНІХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ ЖИТЛОВИХ ТА ГРОМАДСЬКИХ БУДІВЕЛЬ**

Досліджуються процеси нагрівання мідних провідників електромереж житлових та громадських будівель при протіканні струмів різної величини шляхом математичного моделювання. Запропоновані моделі дають змогу розрахувати час нагрівання жил проводів до пожежонебезпечної температури залежно від значення струмів, а також встановити час нагрівання до допустимих тривалих та критичних температур для ізоляційних матеріалів з різними поперечними перерізами провідника. Встановлені результати можуть бути використані при виборі номінальних параметрів апаратів захисту внутрішніх електромереж.

**Ключові слова:** ізоляційні матеріали електропроводів, густина струму, математичні моделі, процеси нагрівання провідників.

*В.І. Гудым, Б.М. Юркив, О.Б. Назаровец*

### **МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ НАГРЕВА ПРОВОДНИКОВ ВНУТРЕННИХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ ЖИЛЫХ И ОБЩЕСТВЕННЫХ ЗДАНИЙ**

Исследуются процессы нагрева медных проводников электросетей жилых и общественных зданий при протекании токов различной величины путем математического моделирования. Предложенные модели позволяют рассчитать время нагрева жил проводов к пожароопасной температуры в зависимости от значения токов, а также установить время нагрева до допустимых длительных и критических температур для изоляционных материалов с различными поперечными сечениями проводника. Установленные результаты могут быть использованы при выборе номинальных параметров аппаратов защиты внутренних электросетей.

**Ключевые слова:** изоляционные материалы электропроводов, плотность тока, математические модели, процессы нагрева проводников.

*V.I. Hudym, B.M. Yurkiv, O.B. Nazarovets*

### **MATHEMATICAL MODELING OF HEATING PROCESSES IN CONDUCTORS OF INTERNAL ELECTRICAL NETWORKS IN HOUSING AND PUBLIC BUILDINGS**

The heating processes of copper conductors of electric power in residential and public buildings within the flow of currents of different sizes by mathematical modeling are investigated. The models which make possible to calculate the heating wires to fire temperature depending on the value of current and set the time of heating to acceptable lengthy and critical-temperature for insulating materials with different cross sections of the conductor are proposed. Installed results can be used in choosing the specified internal electric power protection devices.

**Keywords:** insulation materials of electrical wires, current density, mathematical models, processes of conductors heating.

**Вступ.** Згідно з масивом карток обліку пожеж в Україні за останні роки майже 80 % усіх пожеж виникали на території житлового сектору. Серед основних причин виникнення пожеж, майже 20 %, в залежності від року є порушення правил пожежної безпеки при влаштуванні та експлуатації електроустановок [1].

Разом з тим багато висновків про причетність елементів внутрішніх електричних мереж до виникнення пожеж є недостатньо обґрунтовані оскільки способи прокладання проводів є різними і не завжди нагріті провідники здатні запалити горючі елементи конструкцій навколо себе [2]. Нагріті електричним струмом провідники можуть викликати загоряння у тих випадках коли після нагрівання появиться полум'яне горіння, яке буде підтримуватись наявністю достатньої кількості окиснювача і горючого середовища.

У процесі експлуатації електричних мереж небезпечним є перегрівання проводів з горючою ізоляцією, що значно прискорює процес старіння ізоляції. Наприклад, термін служби ізоляції електродвигунів при температурі 100 °С становить 10–15 років, а підвищення температури до 150 °С скорочує цей термін до декількох місяців. Старіння ізоляції супроводжується зміною її захисних та механічних якостей. Вона стає крихкою, здатною ламатися та тріскатися, що може призвести до її пробою чи короткого замикання [3].

Найпоширенішими видами ізоляції для кабельно-провідникових виробів (КПВ) є полівінілхлорид (ПВХ) та гума. Значним недоліком ПВХ є низька теплостійкість (не вище 70 °С). При низьких температурах ПВХ втрачає міцність, а при високих різко погіршуються його діелектричні властивості, а температура плавлення в межах 150–220 °С [4].

**Постановка задачі.** У зв'язку із сказаним вище виникає задача дослідження процесів нагрівання мідних провідників внутрішніх електричних мереж, різного поперечного перерізу та прокладених різними способами на конструкціях будівель, електричним струмом різної густини, яка залежить від кількості одночасно приєднаних споживачів до усталеної температури, а також визначення часу за який, даною густиною струму провідник буде нагрітий до температури, яка може викликати займання ізоляційних матеріалів та будівельних конструкцій, які знаходяться у контакті з провідником. Це дасть змогу виявити мінімальний час нагрівання до критичної температури, а також варифікувати параметри апаратів захисту з метою недопущення перегрівання провідників понад температури, встановлені нормами.

**Розв'язання задачі.** З цією метою створено математичну модель теплового балансу, яка дає змогу здійснити такі розрахунки. Під час формування моделі прийнято допущення, що провідник нагрівається заданою густиною струму при цьому до уваги приймаються такі параметри, як питома теплоємність ( $c$ ),  $\frac{Дж}{кг \cdot К}$ ; питома густина ( $\gamma$ ),  $\frac{кг}{м^3}$ ; коефіцієнт тепловіддачі з поверхні ( $\alpha$ ),  $\frac{Вт}{м^2 \cdot К}$ ; радіус провідника ( $r$ ), мм; питомий опір ( $\rho$ ), Ом·м; температура навколишнього середовища ( $\theta_c$ ), °С; сила струму ( $I$ ), А та густина струму ( $j$ ),  $\frac{А}{мм^2}$ , яка буде змінюватись залежно від сили струму. Коефіцієнт тепловіддачі залежить від способу прокладання провідника, а у випадку його прокладання під штукатуркою чи за іншими оздоблювальними матеріалами, приймаємо його в межах 10–15 [5].

В реальних умовах провідник без струму має таку ж саму температуру, що й середовище у якому він знаходиться. При протіканні струму провідник відбирає тепло у такій кількості, яку відбирає матеріал провідника, отже рівняння теплового балансу запишемо у вигляді

$$C\gamma V d\theta = RI^2 dt - \alpha F(\theta - \theta_c) dt, \quad (1.1)$$

де  $\theta$  – температура провідника, °С;  $F$  – площа поверхні провідника,  $м^2$ ;  $R$  – опір провідника, Ом;  $V$  – об'єм провідника,  $м^3$ .

Похідну  $d\theta$  подаємо у вигляді  $d(\theta - \theta_c)$  з врахуванням чого рівняння (1.1) запишемо

$$C\gamma V d(\theta - \theta_c) = RI^2 dt - \alpha F(\theta - \theta_c) dt. \quad (1.2)$$

Якщо об'єм провідника круглого перерізу замінити через його геометричні виміри, тобто  $V = \pi r^2 l$  і виразивши рівняння (1.2) у вигляді похідної температури за часом, диференціальне рівняння остаточно запишеться

$$\frac{d(\theta - \theta_c)}{dt} + \frac{\alpha F}{C_{yr} \pi r^2 l} (\theta - \theta_c) = \frac{R I^2}{C_{yr} \pi r^2 l}. \quad (1.3)$$

Відомо, що опір провідника залежить від питомого опору матеріалу, поперечного перерізу і його довжини, отже можемо його записати  $R = \rho \frac{l}{S}$ .

Підставимо вираз для опору провідника в рівняння (1.3) і врахувавши, що поперечний переріз провідника круглої форми записується у вигляді  $S = \pi r^2$ , а діюче значення струму провідника  $I$  виразимо через густину струму  $j = \frac{I}{S}$ ,

$$\frac{d(\theta - \theta_c)}{dt} + \frac{2\alpha}{C_{yr}} (\theta - \theta_c) = \frac{\rho j^2}{C_{yr}}, \quad (1.4)$$

де  $l$  – довжина провідника,  $m$ ;  $s$  – площа поперечного перерізу провідника,  $mm^2$ ;  $j$  – густина струму,  $A/mm^2$ .

Розв'язок рівняння (1.4) має вигляд

$$(\theta - \theta_c) = \frac{\rho r j^2}{2\alpha} + A e^{-\frac{2\alpha}{C_{yr}} t}. \quad (1.5)$$

Постійну інтегрування  $A$  визначимо з рівняння (1.5) враховуючи інерційність системи, тобто незмінність температури в момент раптової зміни струму у провіднику, яка відбувається в момент часу  $t = 0$ ,  $(\theta - \theta_c) = 0$ , отримаємо

$$A = -\frac{\rho r j^2}{2\alpha}. \quad (1.6)$$

Підставляючи сталу інтегрування  $A$  у вираз (1.5) та виконуючи незначні перетворення, отримаємо

$$(\theta - \theta_c)(t) = \frac{\rho r j^2}{2\alpha} \left(1 - e^{-\frac{2\alpha}{C_{yr}} t}\right), \quad (1.7)$$

остаточний розв'язок диференційного рівняння (1.5) запишемо у вигляді

$$(\theta)(t) = \theta_c + \frac{\rho r j^2}{2\alpha} \left(1 - e^{-\frac{2\alpha}{C_{yr}} t}\right). \quad (1.8)$$

Отриманий розв'язок диференційного рівняння (1.8) забезпечує розрахунок перехідних процесів зміни температури елементів електричних мереж від часу.

Для оцінки часу нагрівання провідника електричним струмом певної величини до заданої температури доцільно отримати вираз який виходить з розв'язку попереднього рівняння.

З цією метою запишемо рівняння у вигляді

$$e^{-\frac{2\alpha}{C_{yr}} t} = 1 - \frac{(\theta - \theta_c) 2\alpha}{\rho r j^2}. \quad (1.9)$$

Після логарифмування виразу (1.9) отримаємо

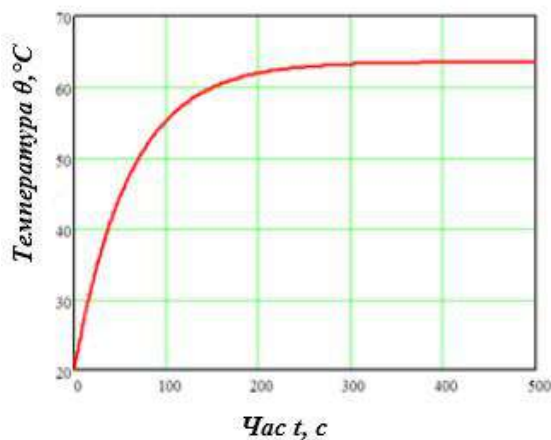
$$\frac{-2\alpha}{C_{yr}} t = \ln \left(1 - \frac{(\theta - \theta_c) 2\alpha}{\rho r j^2}\right). \quad (1.10)$$

Поділивши останнє рівняння на коефіцієнт при часі отримуємо час в залежності від густини струму та кінцевої температури провідника у вигляді

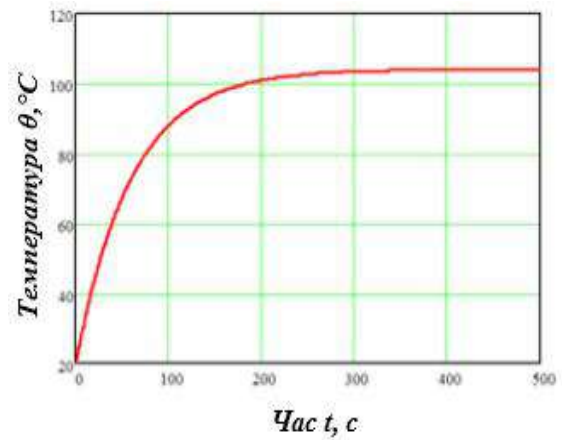
$$t = -\frac{C_{yr}}{2\alpha} \ln \left(1 - \frac{(\theta - \theta_c) 2\alpha}{\rho r j^2}\right). \quad (1.11)$$

Використавши моделі (1.8 та 1.11) виконано моделювання процесів нагрівання провідника струмом залежно від часу.

Результати моделювання часу нагрівання жили провідника до допустимої тривалої температури залежно від значення струму, який протікає у провіднику, наведено на рис. 1, 2.



а)



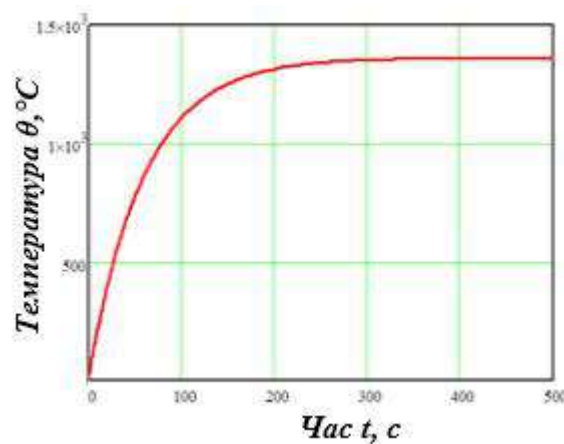
б)

**Рисунок 1** – Залежність температури від часу нагрівання жили струмами:  
а) значенням струму 18 А; б) значенням струму 25 А

Як видно з рисунка 1а, при протіканні через провідник струму 18 А, який є допустимим довготривалим для провідника з площею поперечного перерізу 1,5 мм<sup>2</sup>, усталене значення температури дорівнює  $\theta = 63,493^{\circ}\text{C}$ , а підвищення значення струму до 25 А (рис. 1б), призводить до підвищення температури жили на 40 °С, усталене значення температури зростає до  $\theta = 103,86^{\circ}\text{C}$  і стає близьким до температури плавлення ПВХ ізоляції.

У випадку підвищення значення струму до 100 А, тобто струму короткого замикання (рис.2), усталене значення температури провідника площею поперечного перерізу 1,5 мм<sup>2</sup> дорівнює  $\theta = 1362,4^{\circ}\text{C}$ , тобто перевищує температуру плавлення міді, яка становить 1083 °С.

Стала часу процесу нагрівання визначається коефіцієнтом  $\tau = \frac{C \cdot \gamma \cdot r}{2\alpha}$ , усталення температури провідника настає через 4,5 сталих часу, тобто приблизно через 300 с.

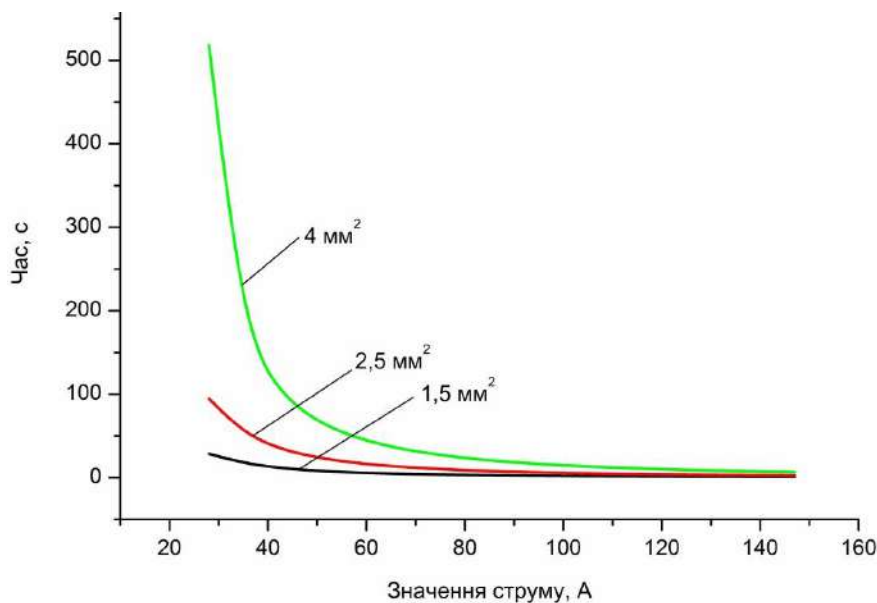


**Рисунок 2** – Залежність температури від часу нагрівання жили струмом 100 А.

З метою вибору вставок апаратів захисту елементів електричних мереж від струмового перевантаження та часу їх спрацювання залежно від густини струму, необхідний розрахунок залежності часу нагрівання провідника до допустимої температури, яка ще не викличе загоряння. Для цього було використано вираз (1.11) з такими прийнятими умовами: допустима температура нагрівання жил, згідно з ПУЕ  $\theta = 65^{\circ}\text{C}$ ; температуру навколишнього середовища, приймаємо  $\theta_{\text{с}} = 20^{\circ}\text{C}$ ; коефіцієнт тепловіддачі, який залежить від способу прокладання провідника,  $\alpha = 10 + 15 \frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{K}}$ ; питома густина міді,  $\gamma = 8950 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$ ;  $r$  – радіус провід-

ника, мм; питома теплоємність міді,  $C = 389 \frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot\text{К}}$ ;  $j$  – густина струму, яка залежить від рівня струмового навантаження,  $\frac{\text{А}}{\text{мм}^2}$ ; питомий опір міді,  $\rho = 1,75 \cdot 10^{-8} \text{ Ом}\cdot\text{м}$ ; для різних поперечних перерізів провідників.

Розрахункові залежності часу нагрівання від значення струму для провідників з різними поперечними перерізами наведені у вигляді графіка на рис.3.



**Рисунок 3** – Залежність часу нагрівання жили провідника від значення струму

Із отриманої залежності випливає, що у провіднику з площею поперечного перерізу  $1,5 \text{ мм}^2$  при значенні струму 28 А нагрівання до допустимої температури відбувається за  $t = 28,638 \text{ с}$ , при значенні струму 56 А за  $t = 6,541 \text{ с}$ , а при значенні струму 100 А за  $t = 2,096 \text{ с}$ ; для провідника з площею поперечного перерізу  $2,5 \text{ мм}^2$  при значенні струму 28 А нагрівання до допустимої температури відбувається за  $t = 94,692 \text{ с}$ , при значенні струму 56 А за  $t = 18,779 \text{ с}$  і при значенні струму 100 А за  $t = 5,084 \text{ с}$ , провідник з площею поперечного перерізу  $4 \text{ мм}^2$  при значенні струму 28 А нагріється до допустимої температури за  $t = 517,972 \text{ с}$ , при значенні струму 56 А за  $t = 51,51 \text{ с}$ , а при значенні струму 100 А за  $t = 14,869 \text{ с}$ . Згідно з нормативними документами, допустимі тривалі струми для КПВ із гумовою та полівінілхлоридною ізоляцією з площею поперечного перерізу 1,5; 2,5 та  $4 \text{ мм}^2$  – становить 18; 25; та 32 А відповідно [6].

### Висновки

Як показує статистичний аналіз 80 % усіх пожеж виникає у житловому секторі, а серед основних причин виникнення (20 %), пожежі від електроустановок. Тому запобігання виникненню пожеж від внутрішніх електромереж у житлових та громадських будівлях є актуальною задачею.

У зв'язку з тим, що у реальних умовах виконати дослідження теплових режимів реальних внутрішніх електромереж є надзвичайно складно, тому у роботі розроблено математичну модель, яка забезпечує дослідження динамічних процесів нагрівання провідників з точністю до 12 %, залежно від прийнятих допущень.

Шляхом математичного моделювання встановлено, що допустимим струмом 18 А провід з площею поперечного перерізу  $1,5 \text{ мм}^2$  нагрівається до  $63,493 \text{ }^\circ\text{C}$ , яка є близькою до гранично допустимої за умови, що температура навколишнього середовища дорівнює  $20 \text{ }^\circ\text{C}$ . Проте виникають ситуації коли температура зовнішнього середовища перевищує  $20 \text{ }^\circ\text{C}$  і може досягати навіть  $30 \text{ }^\circ\text{C}$ , тому струм 18 А, якому відповідає густина струму  $12 \text{ А/мм}^2$ , можна вважати завищеним.

Якщо струм тимчасового перевантаження досягає 25 А, то гранично допустима температура нагрівання провідника 1,5 мм<sup>2</sup> настає за 46,042 с, тому необхідно використати захисну апаратуру, яка б при підвищенні температури до 70 °С, що відповідає 54,3 с вимкнула подачу напруги.

У випадку підвищення струму до 100 А, тобто струму короткого замикання гранично допустима температура настає за 2,094 с, тому захисний апарат повинен спрацювати за 2,28 с.

Запропонована математична модель дає змогу розрахувати час нагрівання провідника до гранично допустимої температури залежно від значення струму у провіднику, а також дозволяє вибирати на основі розрахунків апарати захисту.

### Список літератури

1. Офіційний сайт Українського науково-дослідного інституту цивільного захисту: <http://www.undicz.mns.gov.ua/content/>. [Електронний ресурс] / Розділ Статистика / Аналіз масиву карток обліку пожеж, режим доступу до посилання: <http://www.undicz.mns.gov.ua/content/amkop.html>.
2. Гудим В.І. Аналіз стану та причини виникнення пожеж електричного походження у побутовому секторі / В.І. Гудим, П.Г. Столярчук, Ю.І. Рудик // Пожежна безпека: Зб. наук. пр. №5 – Львів: СПОЛОМ, 2004 – с.116-121.
3. Рожков А.П. Пожежна безпека / Рожков А.П. – К. :Вид-во:Пожінформтехніка, 1999. – 256 с. (част. 2)
4. Химический энциклопедический словарь [Гл. ред. И. Л. Кнунянц]. — М.: Советская энциклопедия, 1983. — 792 с.
5. Семерак М.М. Дослідження режимів нагрівання провідників електричним струмом / М.М. Семерак, В.І. Гудим, О.М. Коваль // Пожежна безпека: Зб.наук.пр. — Львів: ЛДУБЖД, 2006. – №8. – С.73-79.
6. Правила улаштування електроустановок. – Х.: Видавництво «Індустрія», 2014. – 736 с.

### References

1. Oficijnyj sajт Ukrajins`kogo naukovo-doslidnogo insty`tutu cy`vil`nogo zaxy`stu: <http://www.undicz.mns.gov.ua/content/>. [Elektronnyj resurs] / Rozdil Staty`sty`ka / Anaziz masy`vu kartok obliku pozhezh, rezhy`m dostupu do posy`lannya: <http://www.undicz.mns.gov.ua/content/amkop.html>
2. Gudy`m V.I. Analiz stanu ta pry`chy`ny` vy`ny`knennya pozhezh elektry`chnogo pochodzhennya u pobutovomu sektori / V.I. Gudy`m, P.G. Stolyarchuk, Yu.I. Rudy`k // Pozhezhna bezpeka: Zb. nauk. pr., 5 – L`viv: SPOLOM, 2004 – s.116-121.
3. Rozhkov A.P. Pozhezhna bezpeka / Rozhkov A.P. – K. :Vy`d-vo: Pozhinformtexnika, 1999. – 256 s. (chast. 2)
4. Xu`my`chesky`j ency`klopedy`chesky`j slovar` [Gl. red. Y`. L. Knunyancz]. — M.: Sovetskaya ency`klopedy`ya, 1983. — 792 s.
5. Semerak M.M. Doslidzhennya rezhy`miv nagrivannya providny`kiv elektry`chny`m strumom / M.M. Semerak, V.I. Gudy`m, O.M. Koval` // Pozhezhna bezpeka: Zb.nauk.pr. – L`viv: LDUBZhd, 2006. – 8. – S.73-79.
6. Pravy`la ulashtuvannya elektroustanovok. – X.: Vy`davny`cztvo «Industriya», 2014. – 736 s.

