УДК 539.3

І. М. Ольховий, *канд. техн. наук, доцент*
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності),
Х. І. Ліщинська, *канд. техн. наук (НУ «Львівська політехніка»)*

ДОСЛІДЖЕННЯ МІЦНОСТІ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕЗЕРВУАРІВ, ОПЕРТИХ ПО ТВІРНИХ І НАВАНТАЖЕНИХ РІДИНОЮ І ГАЗОВИМ ТИСКОМ

Розглядається питання міцності горизонтальних тонкостінних циліндричних резервуарів, частково або повністю заповнених рідиною і додатково навантажених газовим тиском, опертих вздовж симетрично розташованих твірних. Показано, що значення напружень в стінці резервуара залежить як від величини тиску, так і значною мірою від величини окружного згинального моменту. Приведено вирази для цього моменту і подано результати обчислень його величини при декількох значеннях параметрів, що характеризують висоту заповнення резервуара і положення місць його закріплення, які дозволяють вказати небезпечні перерізи в стінках резервуарів.

Ключові слова: напруження, міцність, тонкостінний циліндричний резервуар, згинальний момент, поздовжня сила.

Вступ. В хімічній, нафтовій і інших галузях народного господарства та на транспорті широко використовуються циліндричні горизонтальні тонкостінні резервуари, що опираються по двох симетричних твірних. Це перш за все цистерни для перевезення нафти, бензину чи інших рідких хімічних речовин, або резервуари для збереження таких речовин. Часто в таких резервуарах виникає додатковий газовий тиск внаслідок того, що клапанні пристрої, які призначені для його регулювання, погано відрегульовані або вийшли з ладу. При одночасній дії на, як правило тонку, стінку резервуара тиску рідини, якою резервуар заповнений частково або повністю, і газового тиску в ній можуть виникати напруження, неточне визначення яких може стати причиною руйнування резервуара і пов’язаною з цим пожежною або техногенною небезпекою.

Постановка проблеми. Для уникнення вказаних вище небезпек потрібно точно визначати небезпечні перерізи стінки резервуара і напруження в них при різних висотах його заповнення рідиною, різних місцях його закріплення та при можливих значеннях газового тиску. Величини цих напружень значною мірою залежать від величини меридіональних згинальних моментів в стінці резервуара.

Мета роботи: отримати і дослідити вираз для меридіонального згинального моменту, що виникає в стінці горизонтального циліндричного тонкостінного резервуара частково або повністю заповненого рідиною, опертого вздовж паралельних симетричних твірних, та сумарні напруження, які виникають в стінці при одночасній дії газового тиску.

Основний зміст. Розглядається тонкостінний циліндричний резервуар радіуса R з товщиною стінки δ, опертий по твірних по всій довжині на дві симетричні відносно вертикальної осі y опори (рис. 1 а). Резервуар заповнений до певної висоти рідиною з густиною ρ і газовим тиском величиною q.

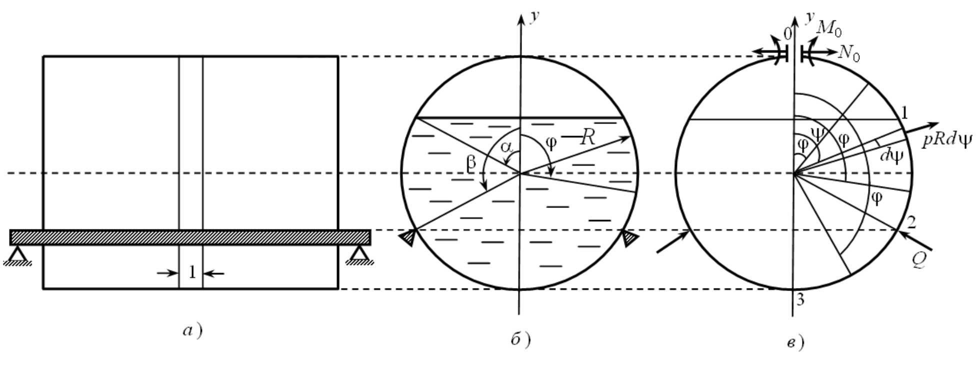

Рис.1. *Схеми закріплення і заповнення резервуара*

Висота заповнення резервуара задається кутом α $(0 \le \alpha \le \pi)$ (рис. 1 б), а положення опор – кутом β $(\frac{\pi}{2} < \beta \le \pi)$. Положення довільної точки перерізу задається кутом φ $(0 \le \varphi \le \pi)$. Функцію тиску рідини на стінку резервуара в цьому випадку можна представити у вигляді

$$p = p(\varphi) = \rho g R(\cos\alpha - \cos\varphi) \tag{1}$$

Окружні і меридіональні напруження від газового тиску $q = const$ є однаковим в усіх перерізах стінки резервуара і визначаються за формулами безмоментної теорії

$$\sigma_\theta^q = \frac{qR}{\delta},\ \sigma_m^q = \frac{qR}{2\delta}$$

Вирази для визначення відповідних найбільших напружень в перерізах стінки резервуара, викликаних тиском рідини $p(\varphi)$, можна записати у вигляді

$$\sigma_\theta^p = \frac{p(\varphi)\cdot R}{\delta},\quad \sigma_m^p = \frac{p(\varphi)\cdot R}{2\delta} + \frac{M(\varphi)}{W}, \tag{2}$$

де: $W = \frac{1\cdot\delta^2}{6}$ – момент опору перерізу виділеного з резервуара пояса одиничної ширини; $M(\varphi)$ – погонний меридіональний згинальний момент в виділеному поясі. Він виникає внаслідок дії змінного по висоті тиску рідини та сил реакцій, які виникають в місцях опор резервуара.

Сумарні напруження в стінці резервуара

$$\sigma_\vartheta = \frac{R}{\delta}\left[q + p(\varphi)\right],\quad \sigma_m = \frac{R}{2\delta}\left[q + p(\varphi)\right] + \frac{M(\varphi)}{W}.$$

Згинальний момент $M(\varphi)$ в певних випадках може досягати великих значень і нехтування ним при визначенні напружень може призвести до суттєвих помилок у оцінці міцності стінок резервуарів.

Для встановлення небезпечного перерізу стінки резервуара і визначення величини $\max M(\varphi)$ потрібно отримати вираз для функції $M(\varphi)$ у виділеному поясі. Пояс, як замкнуте кільце, є три рази статично невизначною стержневою системою. Для розкриття цієї невизначності можна використати метод сил [2], умовно розрізавши пояс у верхній точці (при $\varphi = 0$) (рис1 в). В місці перерізу виникатимуть невідомі згинальний момент M_0 і поздовжня сила N_0. Поперечна сила Q_0=0 внаслідок симетрії навантаження резервуара.

При переміщенні вздовж виділеного пояса (при зміні кута φ) вирази для $M(\varphi)$ і $N(\varphi)$ змінюватимуться, оскільки змінюватиметься навантаження. Вони будуть різними на трьох ділянках пояса (рис1 в): M_{01}, N_{01} – на ділянці 0-1 $(0 \le \varphi < \alpha)$, де відсутня рідина; M_{12}, N_{12} – на ділянці 1-2 $(\alpha \le \varphi < \beta)$ - до опор пояса; M_{23}, N_{23} на ділянці 2-3 $(\beta \le \varphi \le \pi)$ - від опор пояса до нижньої точки 3.

Вирази для згинальних моментів на вказаних ділянках можна представити у вигляді [1]:

$$\left.\begin{aligned} M_{01} &= M_0 + N_0 R(1-\cos\varphi) \\ M_{12} &= M_0 + N_0 R(1-\cos\varphi) + M_p = M_{01} + M_p \\ M_{23} &= M_{12} + M_Q = M_{01} + M_p + M_Q \end{aligned}\right\}, \tag{3}$$

де

$$M_p = \int_\alpha^\varphi dM_p,$$

причому (рис.1 в)

$$dM_p = p\cdot Rd\psi \cdot R\sin(\varphi-\psi) = \rho g R^3(\cos\alpha-\cos\psi)\sin(\varphi-\psi).$$

Після інтегрування і перетворень дістаємо

$$M_p = \rho g R^3\left[\cos\alpha-\frac{1}{2}\cos\varphi-\frac{\varphi-\alpha}{2}\sin\varphi-\frac{1}{2}\cos\alpha\cdot\cos(\varphi-\alpha)\right] \tag{4}$$

Вираз для згинальних моментів від опорних реакцій $Q=\dfrac{F}{2\cos(\pi-\beta)}=-\dfrac{F}{2\cos\beta}$ можна записати у вигляді (рис.1 в)

$$M_Q = -Q\cdot R\sin(\varphi-\beta) = \frac{F\cdot R}{2\cos\beta}\sin(\varphi-\beta),$$

де $F=\rho g R^2\left(\pi-\alpha+\dfrac{1}{2}\sin 2\alpha\right)$ – вага рідини в виділеному поясі одиничної ширини.

З врахуванням цього отримуємо

$$M_Q = \frac{\rho g R^3}{2\cos\beta}\sin(\varphi-\beta)\left(\pi-\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right) \tag{5}$$

Для визначення внутрішніх сил M_0, N_0 можна використати теорему Кастильяно [2]. Якщо при цьому знехтувати малою роботою деформації поздовжніх сил N, то для визначення величин M_0, N_0 отримуємо систему рівнянь

$$\left.\begin{aligned}\frac{\partial U}{\partial M_0}=\varphi_0=\int\frac{M}{EI}\cdot\frac{\partial M}{\partial M_0}ds\\ \frac{\partial U}{\partial N_0}=\Delta_0=\int\frac{M}{EI}\cdot\frac{\partial M}{\partial N_0}ds\end{aligned}\right\}, \tag{6}$$

де: E, I відповідно модуль пружності матеріалу резервуара і момент інерції виділеного поясу; φ_0, Δ_0 - кут повороту і осьове переміщення в точці 0.

Оскільки навантаження на виділений пояс симетричне відносно осі y, то $\varphi_0=\Delta_0=0$. Окрім цього, з виразів (3) видно, що

$$\frac{\partial M}{\partial M_0}=1,\ \frac{\partial M}{\partial N_0}=R(1-\cos\varphi).$$

Підстановка цих значень в систему (6) приводить до системи рівнянь

$$\left.\begin{aligned}&\int_0^\alpha M_{01}d\varphi+\int_\alpha^\beta M_{12}d\varphi+\int_\beta^\pi M_{23}d\varphi=0\\ &\int_0^\alpha M_{01}(1-\cos\varphi)d\varphi+\int_\alpha^\beta M_{12}(1-\cos\varphi)d\varphi+\int_\beta^\pi M_{23}(1-\cos\varphi)d\varphi=0\end{aligned}\right\} \tag{7}$$

Врахувавши в останніх рівняннях співвідношення (3) і взявши до уваги вирази (4) і (5), ці рівняння можна записати у вигляді

$$
\left.\begin{aligned}
&\int_0^{\pi}\left[M_0+N_0R\left(1-\cos\varphi\right)\right]d\varphi+\rho gR^3\int_{\alpha}^{\pi}\left[\cos\alpha-\frac{1}{2}\cos\varphi-\frac{\varphi-\alpha}{2}\sin\varphi-\frac{1}{2}\cos\alpha\cdot\cos\left(\varphi-\alpha\right)\right]d\varphi+\\
&+\frac{\rho gR^2}{2\cos\beta}\int_{\beta}^{\pi}\left[\sin\left(\varphi-\beta\right)\left(\pi-\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)\right]d\varphi=0\\
&\int_0^{\pi}\left[M_0+N_0R\left(1-\cos\varphi\right)\right]\left(1-\cos\varphi\right)d\varphi+\\
&+\rho gR^3\int_{\alpha}^{\pi}\left[\cos\alpha-\frac{1}{2}\cos\varphi-\frac{\varphi-\alpha}{2}\sin\varphi-\frac{1}{2}\cos\alpha\cdot\cos\left(\varphi-\alpha\right)\right]\left(1-\cos\varphi\right)d\varphi+\\
&+\frac{\rho gR^2}{2\cos\beta}\int_{\beta}^{\pi}\left[\sin\left(\varphi-\beta\right)\left(\pi-\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)\right]\left(1-\cos\varphi\right)d\varphi=0
\end{aligned}\right\}\quad(8)
$$

Після інтегрування і перетворень система рівнянь (8) зводиться до вигляду

$$
M_0+R\cdot N_0=-\frac{\rho gR^3}{\pi}\left[\left(\pi-\alpha\right)\cos\alpha-\frac{\pi-\alpha}{2}-\frac{1}{2}\sin\alpha\left(2-\cos\alpha\right)\right]+
+\frac{\rho gR^3}{2\pi\cos\beta}\left(1+\cos\beta\right)\left(\pi-\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right),
$$

$$
M_0+\frac{3}{2}R\cdot N_0=-\frac{\rho gR^3}{\pi}\left[\left(\pi-\alpha\right)\cos\alpha-\frac{3}{8}\left(\pi-\alpha\right)-\frac{1}{8}\sin\alpha\left(8-\cos\alpha\right)+\frac{\left(\pi-\alpha\right)}{4}\right]+
+\frac{\rho gR^3}{2\pi\cos\beta}\left(1+\cos\beta+\frac{\left(\pi-\beta\right)}{2}\sin\beta\right)\left(\pi-\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right).
$$

Розв’язок цієї системи:

$$
M_0=\frac{\rho gR^3}{\pi}\left[\frac{5}{4}\sin\alpha\cos\alpha+\left(\pi-\alpha\right)\left(\frac{3}{4}-\cos\alpha+\frac{1}{2}\cos^2\alpha\right)-\sin\alpha\right]+
+\frac{\rho gR^3}{2\pi\cos\beta}\left(\pi-\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)\left[1+\cos\beta-\left(\pi-\beta\right)\sin\beta\right],
$$

$$
N_0=-\frac{\rho gR^2}{4\pi}\left[3\sin\alpha\cos\alpha+\left(\pi-\alpha\right)\left(1+2\cos^2\alpha\right)\right]+\frac{\rho gR^2}{2\pi\cos\beta}\left(\pi-\alpha+\frac{1}{2}\sin 2\alpha\right)\left(\pi-\beta\right)\sin\beta.
$$

При відомих виразах для згинального моменту M_0 та поздовжньої сили N_0 в перерізі 0, значення згинальних моментів $M\left(\varphi\right)$ в довільних точках ділянок перерізу поясу резервуара визначаються за формулою

$$
M\left(\varphi\right)=\left.(M_0+N_0R)\right|_{0\le\varphi\le\alpha}+\left.M_p\right|_{\alpha<\varphi\le\beta}+\left.M_Q\right|_{\beta<\varphi\le\pi}\qquad(9)
$$

де значення моментів M_p і M_Q задаються виразами (4) і (5).

Для окремого випадку повністю заповненого резервуара $\left(\alpha=0^o\right)$ вирази для внутрішніх сил із формули (9) мають вигляд

$$
\left.
\begin{aligned}
&M_0 = \rho g R^3 \left\{ \frac{1}{4} + \frac{1}{2\cos\beta}\left[1+\cos\beta\right] - \left(\pi-\beta\right)\sin\beta \right\} \\
&N_0 R\left(1-\cos\varphi\right) = \rho g R^3 \left\{ -\frac{3}{4} + \frac{\left(\pi-\beta\right) tg\beta}{2}\left(1-\cos\varphi\right) \right\} \\
&M_p = \rho g R^3 \left[1-\cos\varphi + \frac{\varphi}{2}\sin\varphi \right] \\
&M_Q = -\rho g R^3 \left[\frac{\pi}{2\cos\beta}\sin\left(\varphi-\beta\right) \right]
\end{aligned}
\right\} \qquad (10)
$$

Для частково заповненого резервуара (при $\alpha = 60^o$) ці вирази можна записати у вигляді

$$
\left.
\begin{aligned}
&M_0 = \frac{\rho g R^3}{\pi} \left\{ 0,46 + \frac{1,26}{\cos\beta}\left[1+\cos\beta\right] - \left(\pi-\beta\right)\sin\beta \right\} \\
&N_0 R\left(1-\cos\varphi\right) = \frac{\rho g R^3}{\pi} \left\{ -1,11 + \frac{1,26\left(\pi-\beta\right)\sin\beta}{\cos\beta} \right\}\left(1-\cos\varphi\right) \\
&M_p = \rho g R^3 \left[\frac{1}{2} - \frac{1}{2}\cos\varphi + \frac{\varphi-60^o}{2}\sin\varphi - \frac{1}{4}\cos\left(\varphi-60^o\right) \right] \\
&M_Q = -\rho g R^3 \left[\frac{1,26}{\cos\beta}\sin\left(\varphi-\beta\right) \right]
\end{aligned}
\right\} \qquad (11)
$$

Використавши вирази (9) – (11) обчислено значення згинальних моментів $M\left(\varphi\right)$ для двох випадків заповнення і опирання резервуара:

1) для повністю заповненого резервуара $\left(\alpha = 0^o\right)$, опертого в перерізах, що характеризуються кутами $\beta = 120^o, 150^o, 180^o$;

2) для частково заповненого резервуара (при $\alpha = 60^o$), опертого в перерізі, що характеризується кутом $\beta = 150^o$,

Дані обчислень наведено в таблиці 1.

Таблиця 1

Значення згинальних моментів в перерізах резервуара

α^o	β^o	φ^o	0	20	40	60	80	100	**120**	130	140	**150**	160	**180**
0	120	$\frac{M\left(\varphi\right)}{\rho g R^3}$	0,66	0,68	0,73	0,78	0,80	0,74	0,58	-0,10	-0,68	-1,49	-2,16	-3,38
	150		0,32	0,39	0,57	0,83	1,01	1,30	1,38	1,36	1,28	1,17	0,45	-1,04
	180		0,25	0,33	0,53	0,83	1,11	1,40	1,53	1,53	1,44	1,37	1,21	0,75
60	150		0,21	0,18	0,09	-0,03	0,16	0,39	0,57	0,63	0,65	0,65	0,34	-0,35

Висновки. Приведено вирази для меридіональних згинальних моментів в стінці горизонтальних тонкостінних циліндричних резервуарів, які повністю або частково заповнені рідиною, що опираються вздовж симетричних паралельних твірних. Показані залежності цих моментів, а значить і меридіональних напружень від висоти заповнення і положення опор резервуара. які дають змогу отримати уточнені значення для напружень в стінці резервуара. Це дає можливість точніше оцінювати міцність вказаного типу резервуарів.

Література:

1. Канторович З.Б. Основы расчета химических машин и аппаратов. – М.: Машгиз, 1952. –572с.

2. Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. Справочник по сопротивлению материалов / Писаренко Г.С., Яковлев А.П., Матвеев В.В. – Наукова думка, 1975. – 704с.

И.М. Ольховый, Х.И. Лищинская

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ, ОПЕРТЫХ ВДОЛЬ ОБРАЗУЮЩИХ И НАГРУЖЕННЫХ ЖИДКОСТЬЮ И ГАЗОВЫМ ДАВЛЕНИЕМ

Рассматривается вопрос прочности горизонтальных тонкостенных цилиндрических резервуаров, частично или полностью заполненных жидкостью и дополнительно нагруженных газовым давлением, опертых вдоль симметрично расположенных образующих.

Показано, что величина напряжения в стенке резервуара зависит как от величины давления, так и в значительной степени от величины меридионального изгибающего момента. Приведено выражение для определения этого момента и его численные значения при нескольких значениях параметров, характеризующих высоту заполнения резервуара и положения места его крепления, позволяющие указывать опасные сечения стенок резервуара.

Ключевые слова: напряжение, прочность, тонкостенный цилиндрический резервуар, изгибающий момент.

I.M. Olkhovy, K.I. Lishchynska

STRENGTH EXAMINATION OF HORIZONTAL CYLINDRICAL TANKS, LEANED LENGTHWISE OF GENERATRICES AND LOADED WITH FLUID AND GAS PRESSURE

The question of strength of horizontal thin-wall cylindrical tanks, partly or completely filled with fluid and additionally loaded with gas pressure is considered. Tanks are rested lengthwise of symmetrically located generatrices.

It is shown, that tension magnitude in a tank wall depends on pressure magnitude, and substantially on circular flexion moment magnitude. Expressions for definition of this moment and calculation results of its values at several values of the parameters, that describe height of tank filling and place position of its bracing are presented. These expressions enable to specify dangerous sectional views of tank walls.

Key words: tension, strength, the thin-wall cylindrical tank, a moment of flexion, lengthwise force.

❖ ❖ ❖