

*П.М. Гащук, д-р техн. наук, професор  
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)*

## ОСОБЛИВОСТІ ПЕРЕБІГУ УЗАГАЛЬНЕНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЗЧІПНИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ КОЛЕСА ПОЖЕЖНОГО АВТОМОБІЛЯ

Йдеться про ідентифікацію зчіпних властивостей коліс пожежного автомобіля у разі дії на нього бічних сил. Проаналізовано суть явища збочення колеса й розглянуто поняття фрикційної характеристики взаємодії колеса з дорогою. Доведено можливість аналітичного відтворення загальної фрикційної характеристики на підставі окремої характеристики подовжнього проковзування у разі існування зчіпної ізотропності. Наводяться результати аналізу особливостей перебігу різних реальних характеристик збоченого руху колеса.

**Ключові слова:** автомобільна машина, еластичне колесо, зчіпні властивості, збочення колеса, коло зчеплення, характеристика фрикційної взаємодії.

**Вступ.** З нагромадженням вивіданих у Природі в процесі пізнавальної активності Людини досвідних понять (дослідних знань) час від часу нагально постає потреба їх систематизації. Наведення системного ладу – шлях до надійного орієнтування серед безлічі важливих явищ у нашому нами досліджуваному оточенні.

Зрештою, наука – це певний бік духовного життя людства, в ході якого частка душі вкладається не тільки в процес пізнання істини, а ще й ніби у саму істину. Тому можна говорити, що слова (назви, терміни), поняття, означення, співвідношення – це те, що «приписала» Природі безпосередньо Людина (про Бога, звісно, не забуваймо). Тож наведення системного ладу у зазначеному сенсі – це агностично нескінченний процес усунування суб'єктивного шуму чи сміття.

Особливо важко піддаються систематизації явища, пов'язані із взаємодією коліс мобільної машини (зокрема пожежної автоцистерни) з долівкою (дорогою) та зумовленим нею проявом тягово-швидкісних та енергоощадних властивостей цієї машини [1–3]. Недарма суцільним потоком надходять у сферу теорії все нові й нові уточнення щодо тлумачення явища кочення колеса, серед яких є корисні, а є й хибні.

Практично завжди діють на колесо бічні сили. Вони виникають унаслідок прояву інерційних чинників у разі криволінійного руху пожежного автомобіля чи руху на поперечних схилах дороги, від дії бічного вітру, у разі повертання керованих коліс, через прояв розвалу й збігання коліс, унаслідок динамічної дії рідини в автоцистерні тощо. Навіть намагаючись рухатись прямолінійно хорошою дорогою, водій не полишає кермо у спокої. Неперервні дії водія на кермо зумовлені як його намаганням усунути дрібні збурення від незначних нерівностей дороги чи малих поривів вітру (реакційна активність), так і внутрішньо притаманною ергатичним системам суто власною (спонтанною) активністю, коли людина малими впливами на органи керування машиною, що рухається ніби усталено, неперервно «спілкується» з машиною та довкіллям, «позначає» себе в машині. Амплітуда коливань таких впливів на кермо тим вища, чим більшою є загроза порушення прийняттого для водія стану комфорту. Подібно діє цирковий канатоходець, що постійними коливальними рухами рук чи відповідного спорядження (жердини-балансира) намагається підтримувати свою (динамічну) рівновагу.

Наслідком дії бічних сил є так зване збочення колеса [4–6]. Але зазвичай адекватно оперують тільки «малими» збоченнями [7]. Мета роботи – з'ясувати можливості відтворення так званої характеристики фрикційної взаємодії (чи просто фрикційної характеристики) еластичного колісного біжника з долівкою у разі дії на колесо одночасно подовжньої і бічної сил, що провокують великі кути збочення.

**Явище збочення колеса:** збочення проявляє навіть жорстке колесо. Хай орієнтацію жорсткого плаского колеса визначають система координат  $Oxyz$  і орти  $i, j, k$  (рис. 1). Орти  $i, k$  лежать в площині колеса, орт  $i$  паралельний до горизонтальної долівки  $Oxy$ , а орт  $j$  лежить на осі обертання колеса. Колесо відхилене від вертикальної осі  $Oz$  на кут  $\gamma$ . Його

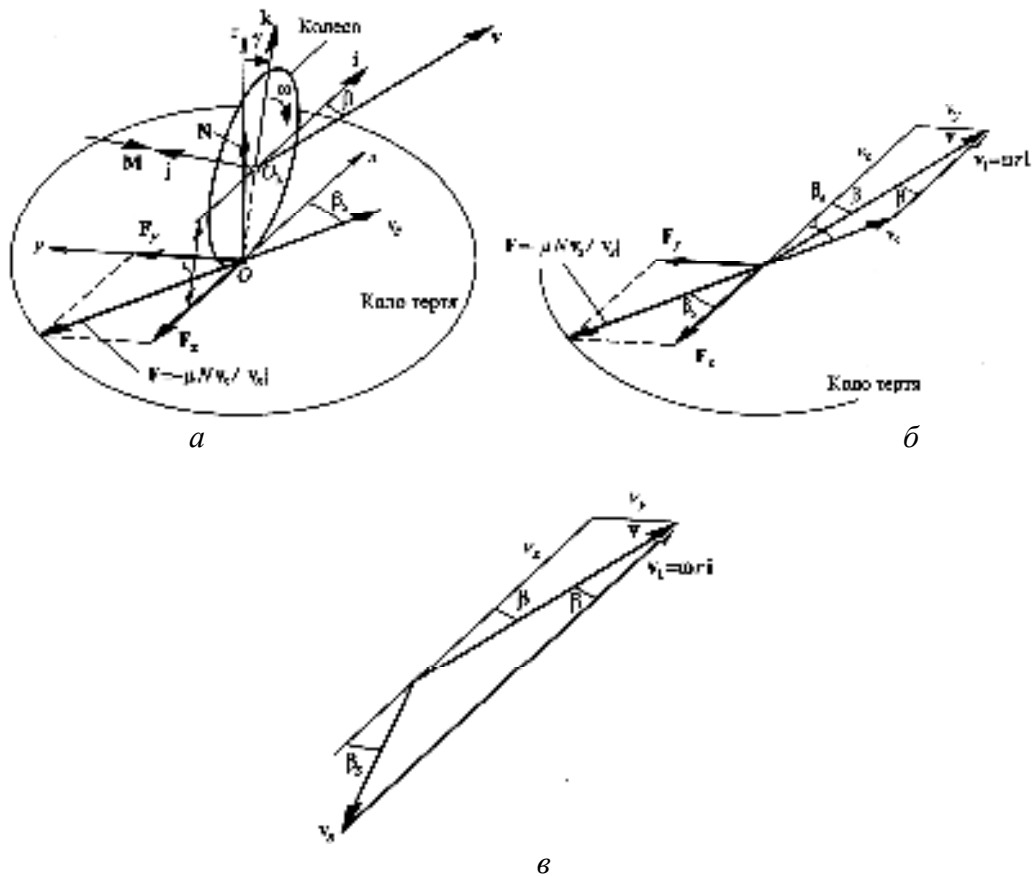


Рис. 1. Схема пересування жорсткого колеса з проковзуванням

центр  $O_k$  рухається зі швидкістю  $\mathbf{v}$  під деяким кутом  $\beta$  відносно площини обертання. Саме цей рух є сенс назвати збоченням (а не ковзанням убік), а кут  $\beta$  – кутом збочення. Орт  $\mathbf{i}$  скерований так, аби величина:

$$\cos \beta = \frac{\mathbf{i} \cdot \mathbf{v}}{|\mathbf{v}|} \quad (1)$$

була додатною.

Швидкість  $\mathbf{v}_s$  точки  $O$  колеса в контактї з долівкою визначається за формулою

$$\mathbf{v}_s = \mathbf{v} - \mathbf{v}_t = \mathbf{v} - \omega r \mathbf{i}.$$

Звісно, коли вектори  $\mathbf{v}$  і  $\mathbf{i}$  непаралельні, швидкість  $\mathbf{v}_s$  не може дорівнювати нулю, колесо має ковзати. Це твердження може втратити чинність хіба що за певних умов у разі еластичного колеса. Силу тертя між бїжником і долівкою визначатимемо традиційно найпростїше:

$$\mathbf{F} = -\mu N \frac{\mathbf{v}_s}{|\mathbf{v}_s|} \quad (2)$$

( $N$  — нормальна реакція долівки). Нехай колесо гальмує унаслідок дії на нього гальмівного моменту  $M$ , скерованого протилежно до орта  $\mathbf{j}$ . Цей момент ініціює гальмівну силу з модулем  $F_x = M/r$ , якщо існують відповідні зчїпні умови.

Звісно, якщо колесо хоч як слабко ковзатиме, на нього обов'язково діятиме сила тертя ковзання (2), див. рис. 1а.

Чинними є співвідношення (див. рис. 1б)

$$v_t = \omega r, \quad v_x = v_s \cos \beta_s + \omega r = v \cos \beta, \quad v_y = v_s \sin \beta_s = v \sin \beta,$$

$$\frac{F_y}{F_x} = \frac{\sqrt{(\mu N)^2 - F_x^2}}{F_x} = \frac{F_y}{\sqrt{(\mu N)^2 - F_y^2}} = \tan \beta_s,$$

де  $\beta_s$  — кут ковзання колеса. Усуваючи величини  $v_s$  і  $\beta_s$ , дійдемо співвідношення

$$\omega r = v \left( \cos \beta - \sin \beta \frac{F_x}{\sqrt{(\mu N)^2 - F_x^2}} \right). \quad (3)$$

Вираз у дужках обертається на нуль, коли:

$$F_x = \mu N \cos \beta.$$

Отож співвідношення (3) визначає усталене значення швидкості  $\omega$  обертання пригальмованого колеса у разі заданих  $v$ ,  $\beta$ ,  $N$ ,  $\mu$ ,  $F_x < \mu N \cos \beta$ . Коли набуває чинності рівність  $F_x = \mu N \cos \beta$ , колесо швидко заблоковується ( $\omega = 0$ ) і стають чинними рівності:

$$\beta_s = \beta, \quad \mathbf{v} = \mathbf{v}_s, \quad \mathbf{F} = -\mu N \frac{\mathbf{v}}{|\mathbf{v}|}.$$

Формально оцінювати ступінь подовжного проковзування колеса зі збоченням можна за допомогою коефіцієнта подовжного проковзування, визначуваного як:

$$s = s_x = \frac{v_x - v_t}{v_x} = \frac{v_x - \omega r}{v_x}.$$

В такому разі рух колеса зі збоченням характеризуватиме пара параметрів ( $\beta$ ,  $s$ ). Разом з тим, можна означити й коефіцієнт поперечного проковзування у вигляді

$$s_y = \frac{v_y}{v_x} = \tan \beta$$

і рух колеса зі збоченням характеризувати парою параметрів ( $s_x$ ,  $s_y$ ).

В тяговому режимі швидкість ковзання  $\mathbf{v}_s$  колеса (див. рис. 1б) скерована так, що коефіцієнт подовжного ковзання доречно визначати за формулою:

$$s = s_x = \frac{v_t - v_x}{v_t} = \frac{\omega r - v_t}{v_t}.$$

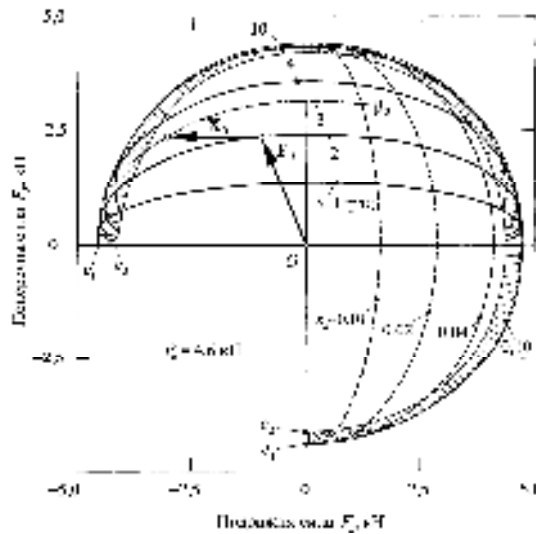
Отже збочення жорсткого колеса — це явище, в якому поєднуються і кочення, і бічне (можливо, разом з подовжнім) ковзання колеса.

**1. Концепція еластичності колеса.** У разі еластичного колеса явище збочення є набагато цікавішим: кочення еластичного колеса (чи у тяговому, чи у тяжному, чи у гальмівному режимі) супроводжується ще й так званим пружним (деформаційним) проковзуванням, яке експериментально вперше виявили Р. Шустер та П. Вайкслер [8]. Тільки за наявності деформації колесо здатне «спиратись» на долівку у горизонтальному (а не тільки у вертикальному) напрямі, реалізувати горизонтальні сили. Можна казати, що еластичні колеса тільки в тому разі здатні сприймати бічну силу, що діє на автомобіль, коли вони котяться під відповідним кутом (!). Звісно, явище «збочення» в жодному разі не можна ототожнювати із простим бічним ковзанням.

Силу, що діє на шину, зазвичай розкладають на три складові: нормальну  $Z$ , поперечну  $Y$ , подовжню  $X$ . Напрямок поперечної сили паралельний до проекції осі обертання колеса на долівку. Нормальна сила — це сила, перпендикулярна до долівки, а подовжня створює з нормальною і поперечною взаємно ортогональну систему. Відповідними цим силам на долівці в сліді колеса є сили  $F_x$ ,  $F_y$ ,  $F_z$ . Колесо розглядають як квазістаціонарний об'єкт (інерці-

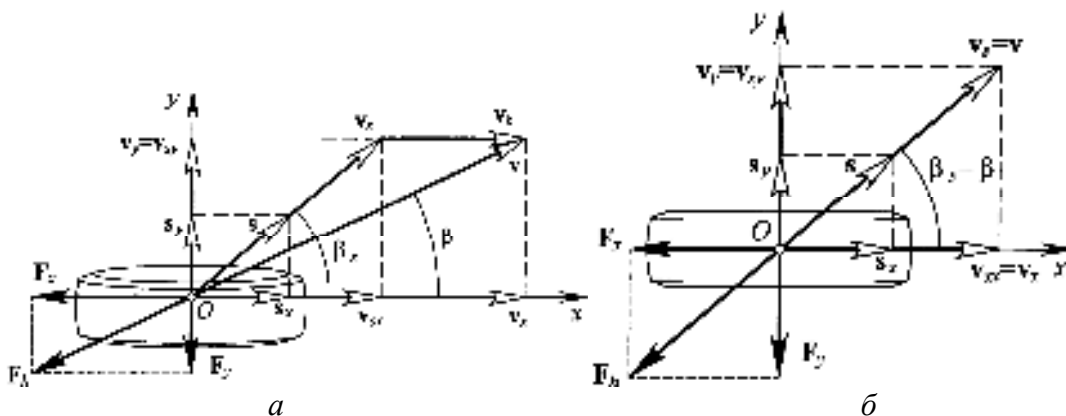
єю його нехтують). А тому сили гальмування та пришвидшення автомобіля можна оцінювати через подовжні сили  $X$  чи  $F_x$ .

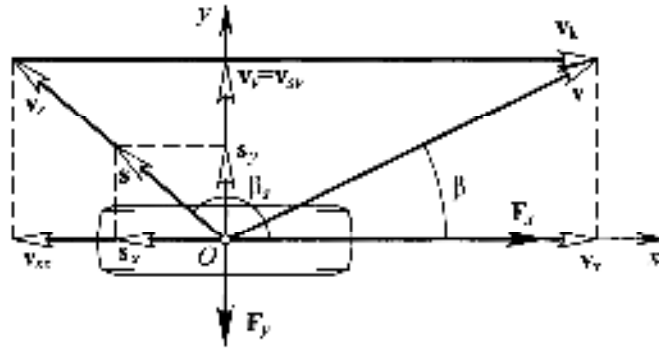
На рис. 2 наведено один з можливих різновидів характеристик збоченого руху колеса при не дуже великих значеннях кута збочення  $\beta$  та коефіцієнта  $s_x$  подовжнього ковзання. Характеристика вельми точно «лягає» в коло тертя. Лінії  $e_1$  і  $e_2$  відображають відповідно режим втілення максимального зчеплення коченням і режим ковзання колеса в заблокованому стані. Цікаво, що за незмінної поперечної сили зростання подовжньої на деяку величину  $X_0$  обов'язково призведе до збільшення кута  $\beta$  збочення до деякого значення  $\beta_0$ . У наведеному на рис. 2 прикладі у разі реалізації сили  $F_0$  і русі зі збоченням  $\beta = 2$  град додаткова гальмівна сила  $X_0$  спричиняє більший кут збочення  $\beta_0 = 3$  град.



**Рис. 2.** Взаємозв'язок між подовжньою і поперечною силами у разі збоченого руху колеса

**2. Співвідношення, що характеризують збочений рух колеса.** Розглядатимемо збочений рух колеса, покладаючись на схеми, наведені на рис. 3:  $v$  та  $v_x$  й  $v_y$  – швидкість пересування центра колеса та її подовжня й поперечна складові;  $v_s$  та  $v_{sx}$  й  $v_{sy}$  – швидкість ковзання колеса та її подовжня й поперечна складові;  $s$ ,  $s_x$ ,  $s_y$  – відповідно загальний, подовжній, поперечний коефіцієнти-вектори ковзання;  $v_k = v_{kx}$  – швидкість чистого кочення колеса;  $F_x$  й  $F_y$  та  $F_h$  – подовжня й поперечна сили, що діють на колесо з боку долівки, та їх рівнодійна;  $\beta_s$  та  $\beta$  – кут ковзання та кут збочення колеса. Хай спочатку йдеться про гальмування колеса.





6

Рис. 3. Схеми збоченого руху колеса при гальмуванні (а, б) і розгоні (в) автомобіля

Чинними є такі співвідношення:

$$v_k = \omega_y r_k; \mathbf{v} = \mathbf{v}_s + \mathbf{v}_k, \mathbf{v} = \mathbf{v}_x + \mathbf{v}_y, v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2};$$

$$\mathbf{v}_{sy} = \mathbf{v}_y, v_{sy} = v_y, \mathbf{v}_s = \mathbf{v}_{sx} + \mathbf{v}_{sy}, v_s = \sqrt{v_{sx}^2 + v_{sy}^2};$$

$$\mathbf{s}_x = \frac{\mathbf{v}_{sx}}{v_x}, s_x = \frac{v_{sx}}{v_x} = \frac{v_x - v_k}{v_x} = \frac{v_x - \omega_y r_k}{v_x} = 1 - \frac{\omega_y r_k}{v_x};$$

$$\mathbf{s}_y = \frac{\mathbf{v}_{sy}}{v_x} = \frac{\mathbf{v}_y}{v_x}, s_y = \frac{v_{sy}}{v_x} = \frac{v_y}{v_x} = \tan \beta; \mathbf{s} = \mathbf{s}_x + \mathbf{s}_y = \frac{\mathbf{v}_s}{v_x}, s = \sqrt{s_x^2 + s_y^2} = \frac{v_s}{v_x};$$

$$s_x \tan \beta_s = \tan \beta; \mathbf{F}_h = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y, F_h^2 = F_x^2 + F_y^2;$$

$$F_x = F_h \cos \beta_s = F_h \frac{s_x}{s} = \varphi F_z \frac{s_x}{s} = \varphi_x F_z, F_y = F_h \sin \beta_s = F_h \frac{s_y}{s} = \varphi F_z \frac{s_y}{s} = \varphi_y F_z;$$

$$\varphi_x = \frac{F_x}{F_z} = \varphi \cos \beta_s = \varphi \frac{s_x}{s}, \varphi_y = \frac{F_y}{F_z} = \varphi \sin \beta_s = \varphi \frac{s_y}{s}, \frac{\varphi_y}{\varphi_x} = \tan \beta_s = \varphi \frac{\tan \beta}{s_x}, \varphi = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}, \quad (4)$$

де  $\omega_y$  — швидкість обертання колеса,  $r_k$  — радіус кочення колеса,  $\varphi$  ( $\varphi_x$  і  $\varphi_y$ ) — коефіцієнт дотичної сили (його подовжня і поперечна складові),  $F_z$  — нормальна реакція дороги. Тут прийнято, що силова взаємодія колеса з долівкою здійснюється ізотропно (і визначається колом тертя, колом Камма [7]), а тому сили тертя спрямовані проти відповідних швидкостей ковзання.

При  $s < 1$  (див. рис. 3а та (4)) справджується рівність  $s_x \tan \beta_s = \tan \beta$ , і у разі  $s_x = 1 - \beta_s = \beta$  (див. рис. 3б). Отож поки загальмоване колесо ще не заблоковане ( $\omega_y > 0$ ,  $s < 1$ ), вектор сили  $\mathbf{F}_h$  не колінеарний до вектора швидкості  $\mathbf{v}$ , а от при заблокованому колесі ( $\omega_y = 0$ ,  $s_x = 1$ ) вектори  $\mathbf{F}_h$  і  $\mathbf{v}$  стають колінеарними (у разі ізотропного тертя). У разі  $v_k = \omega_y r_k < 0$ ,  $0 \leq \beta_s < \beta$  (колесо гальмує з протиобертанням:  $\omega_y < 0$ )  $s_x > 1$ .

У разі ж розгону колеса з проковзуванням (рис. 3в) потрібно керуватись виразами

$$\mathbf{s}_x = \frac{\mathbf{v}_{sx}}{v_k}, s_x = \frac{v_{sx}}{v_k} = \frac{v_k - v_x}{v_k} = \frac{\omega_y r_k - v_x}{\omega_y r_k} = 1 - \frac{v_x}{\omega_y r_k}, v_y = v_{sx} \tan(\pi - \beta_s) = v_x \tan \beta$$

чи

$$-s_x \tan \beta_s = \tan \beta, \text{ коли } s_x \neq 1.$$

Якщо  $s_x = 1$ , то  $v_x = 0$ ,  $\beta = \pi/2$ .

Явище збочення описують ще у формі залежностей між бічною силою  $F_y$  і кутом збочення  $\beta$  через так званий коефіцієнт опору збоченню  $k_\beta$  (з урахуванням різних впливових чинників):

$$F_y = k_\beta \beta.$$

Ця формула разом з (4) дає змогу висувати зв'язок:

$$\varphi_y = \frac{F_y}{F_z} = \frac{k_\beta \beta}{F_z}.$$

В цьому разі може йтися лише про малі кути збочення. Тож  $\beta \approx \tan \beta$ , і останнє співвідношення на підставі рівності  $\varphi_y = \varphi s_y / s$  (див. (4)) можна перетворити на співвідношення

$$\varphi = \varphi_y \frac{s}{s_y} = \frac{k_\beta \beta}{F_z} \frac{s}{s_y} \approx \frac{k_\beta \tan \beta}{F_z} \frac{s}{s_y} = \frac{k_\beta s}{F_z}$$

При відтворенні траєкторій збоченого руху колеса дуже важить на тому, щоб об'єктивно розрізняти власне еластичне збочення колеса від його простого поперечного ковзання. Збочення інколи називають дрейфом, керуючись тим, що за певних обставин машина ніби пливе вбік (одне зі значень англійського drift – дрейф). Дрейфт може бути вражаючим для стороннього спостерігача, коли машина ефектно, але без вмотивованої доцільності ковзає вбік в повороті, а може перебігати швидко і виглядати скромно, коли спортивний автомобіль кидають у дрейфт до зовнішнього краю траси з одночасним бічним ковзанням всіх чотирьох коліс, щоби ефективно – з найвищим зчепленням коліс з дорогою – подолати крутий поворот.

**3. Характеристика колеса.** Характеристику горизонтальних силових чинників можна подавати у формі різних систем графіків (залежностей), в одних з яких певні величини правлять за незалежні змінні, а в інших — за сталі параметри (рис. 4). Зокрема, за незалежну змінну можна брати як коефіцієнт подовжнього ковзання  $s_x$ , так і кут збочення  $\beta$ . Ті ж величини  $s_x$  чи  $\beta$  можуть правити за параметри. Інформацію про прояв силових чинників можна згорнути також у графіки  $g(\varphi_x, \varphi_y) = 0$  ( $\varphi_y = \varphi_y(\varphi_x)$ ); тут обвідна (подібна на частину еліпса крива) вирізняє множини точок, відповідних найбільшим значенням величини  $\varphi = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}$  за різних значень параметрів  $s_x$  і  $\beta$  (принагідно згадаймо рис. 2).

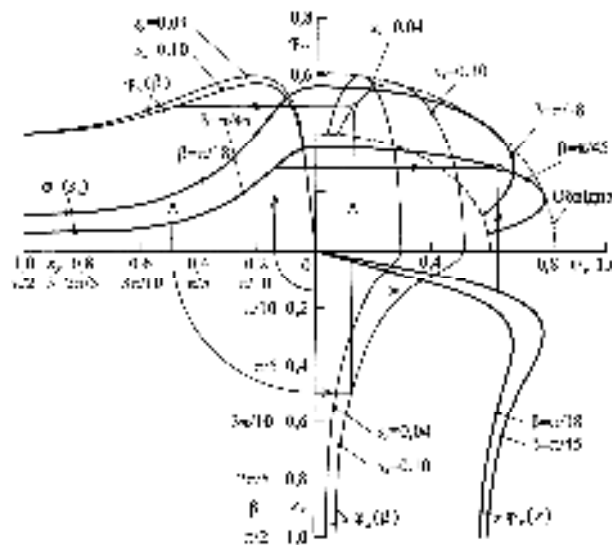


Рис. 4. По-різному параметризовані характеристики зчеплення колеса з дорогою

Типову форму графічного зображення характеристики зчпних властивостей еластичного колеса на підставі дослідної (експериментально добутої) інформації унаочнює рис. 5 (за М. Мічке [5]: колесо – з пневматичною шиною 205/60 R 15, тиск повітря в шині –  $p_w = 0,2$  МПа, радіальне навантаження на колесо – 4000 Н, дорога – суха в хорошому стані; характеристика відображена множиною суцільних та штрихових ліній). Звісно, характеристика колеса може містити й додаткову інформацію допоміжного аналітичного сенсу, відображену, зокрема, на рис. 5 точковими екстремальними та штрих-пунктирними лініями, про які йтиметься згодом.

Ще одна подібна характеристика зображена на рис. 6: лінія  $e'$  ліворуч проходить через точки локальних максимумів залежностей  $\varphi_x = \varphi_x(s_x)$ , і праворуч на цьому рисунку їй відповідає лінія  $e$ ; на рис. 6 праворуч обвідна  $ob$ , огинаючи систему залежностей  $g(\varphi_x, \varphi_y) = 0$ , об'єднує точки найбільших значень величини  $\varphi = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2}$ , і ліворуч їй відповідає лінія  $ob'$ . Отож, значення ковзання  $s_x$ , при яких досягаються максимальні значення величини  $\varphi_x$  і максимальні значення величини  $\varphi$  розбігаються зі збільшенням  $\beta$ . Додатково на множині належних залежностям  $\varphi_y = \varphi_y(s_x)$  точок нанесено лінії  $e''$  та  $ob''$ , відповідні парам ліній  $e$ ,  $e'$  та  $ob$ ,  $ob'$ .

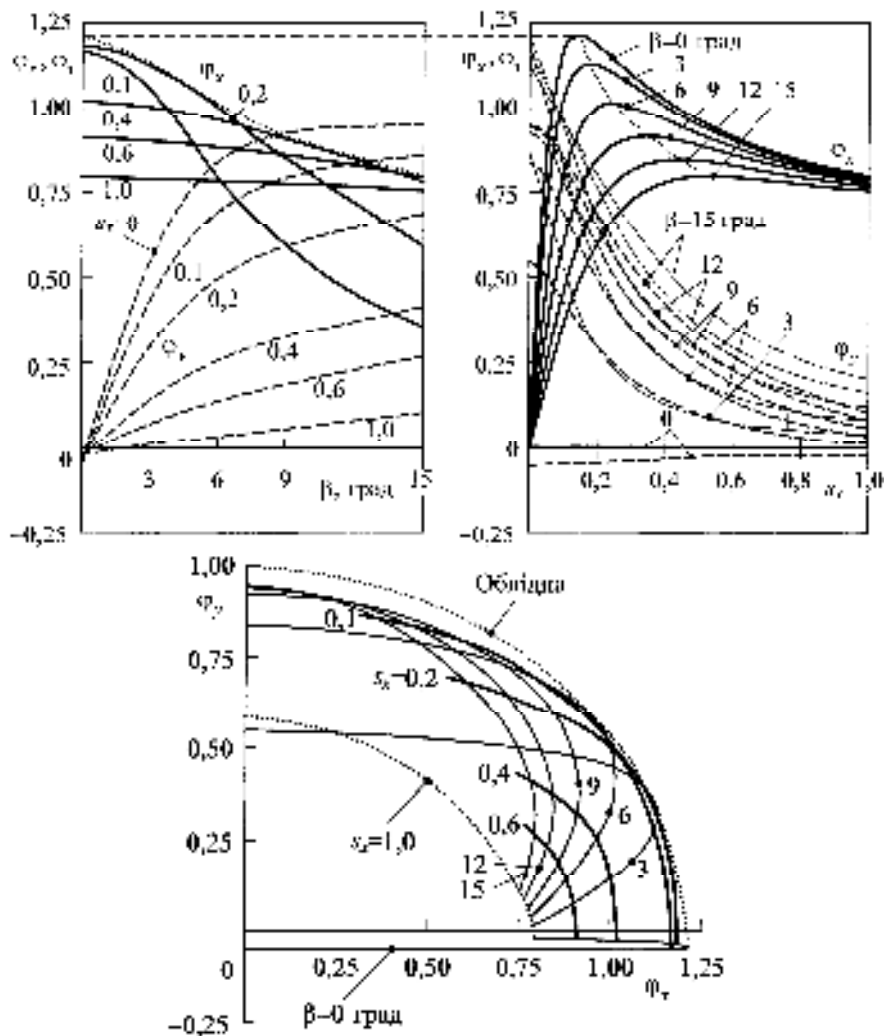


Рис. 5. Типові форми характеристик зчпних властивостей колеса

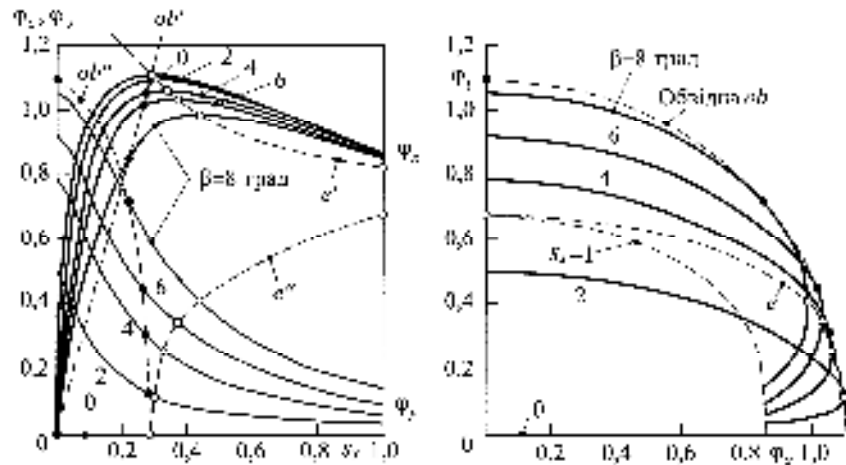


Рис. 6. Доповнені характеристики зчпних властивостей колеса

**4. Побудова характеристики колеса аналітичними засобами у разі ізотропного зчеплення.** Наведену на рис. 3 залежність  $\varphi_x = \varphi_x(s_x)$  тлумачитимемо загально – як залежність  $\varphi = \varphi(s)$ . В такому разі, не залучаючи додаткової інформації, можна однозначно побудувати характеристику зчпних властивостей колеса у разі збоченого його гальмування. Справді: візьмімо  $\beta$  за параметр і певному його значенню поставмо у відповідність низку значень  $s_x$ ; керуючись формулою  $s_x \tan \beta_s = \tan \beta$  (див. (4)), можна визначити відповідну низку значень величини  $\beta_s$ , а далі – відповідну низку значень величини:

$$s = \frac{s_x}{\cos \beta_s} = \frac{\tan \beta}{\sin \beta_s};$$

за заданим графіком  $\varphi = \varphi(s)$  вдасться знайти низку відповідних значень величини  $\varphi$ , а далі аналітично — величин:

$$\varphi_x = \varphi \cos \beta_s = \varphi \frac{s_x}{s} \text{ та } \varphi_y = \varphi \sin \beta_s;$$

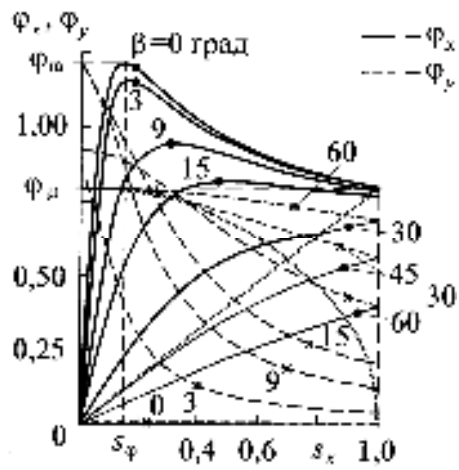
отож залишається побудувати пару залежностей:

$$\varphi_x = \varphi_x(s_x, \beta = \text{const}) \text{ та } \varphi_y = \varphi_y(s_x, \beta = \text{const}),$$

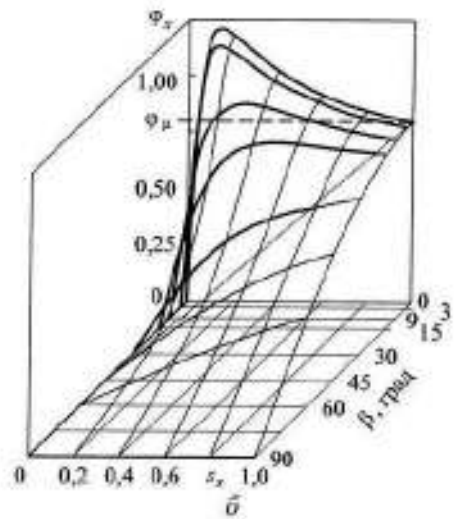
рис. 7 (чи на площині, чи в просторі); такі графіки можна побудувати, звісно, для всіх інших можливих значень  $\beta$ . Точкові лінії на рис. 7а, б, в — це межі тих областей, де  $\varphi = \varphi_\mu$  (колесо вимушене ковзати); тут власне покладено, що у разі  $s > 1$  завжди  $\varphi = \varphi_\mu$ , і точкові лінії відповідають лінійному співвідношенню  $\varphi_x = \varphi_\mu s_x$ . У разі  $s_x = 0$ ,  $\beta \neq 0$  слід брати  $\beta_s = \pi/2$ .

На рис. 7г, д) побудовано ще графіки  $\varphi_x = \varphi_x(\varphi_y, s_x = \text{const})$ ,  $\varphi_x = \varphi_x(\varphi_y, \beta = \text{const})$ . Привертає увагу те, що ці графіки частково належать колу  $\varphi = \sqrt{\varphi_x^2 + \varphi_y^2} = \varphi_\mu = \text{const}$ . Приміром, залежність  $\varphi_x = \varphi_x(\varphi_y, s_x = 0,2)$  відображається лінією 1–2–...–5–6–7, ділянка 5–6–7 якої належна колу  $\varphi = \varphi_\mu = \text{const}$ ; такі ділянки існують при всіх значеннях  $s_x$ ; у разі  $s_x = 1$  вся залежність  $\varphi_x = \varphi_x(\varphi_y)$  належна колу  $\varphi = \varphi_\mu = \text{const}$ . Подібно, залежність  $\varphi_x = \varphi_x(\varphi_y, \beta = 30 \text{ град})$ , відображується лінією 1–2–...–6–7, має ділянку 6–7, що належить колу  $\varphi = \varphi_\mu = \text{const}$ ; натомість, у разі  $\beta = 3$  чи 9 град такого штибу ділянок немає; у разі  $\beta = 0$  град залежність  $\varphi_x = \varphi_x(\varphi_y)$  цілком лежить на осі ординат.

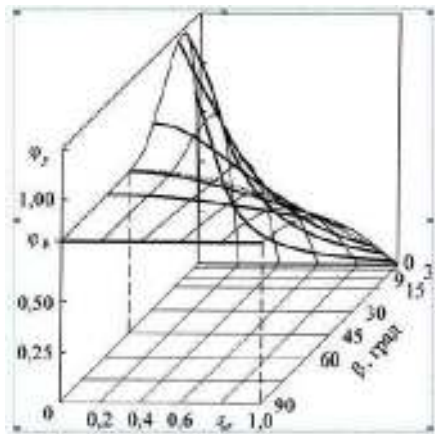




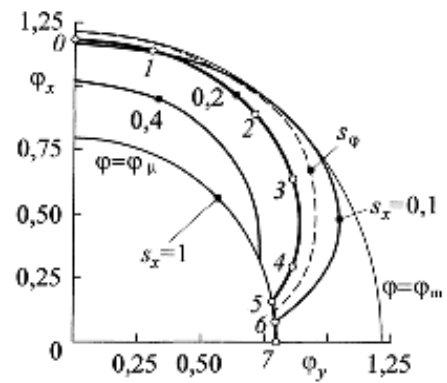
а



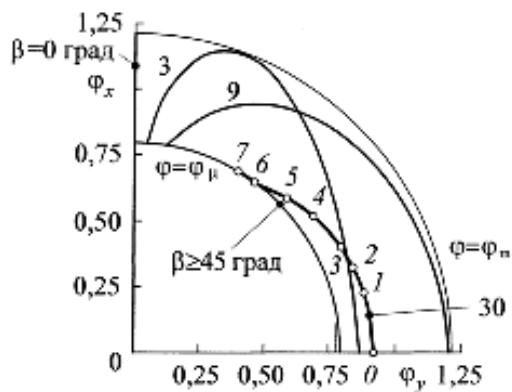
б



в



г



д

**Рис. 7.** Характеристики ізотропного зчеплення

Якщо б первинна (основна) залежність  $\varphi = \varphi(s)$  була задана аналітично, то в аналітичній формі можна було б подати й пару загальних співвідношень  $\varphi_x = \varphi_x(s_x, \beta)$ ,  $\varphi_y = \varphi_y(s_x, \beta)$ . Справді, керуючись наведеними щойно формулами, можна побудувати вирази

$$\beta_s = \arctan \frac{\tan \beta}{s_x}, \quad s = \frac{\tan \beta}{\sin \arctan \frac{\tan \beta}{s_x}},$$

а вже далі висувати аналітичні співвідношення

$$\varphi_x = \varphi(s) \frac{s_x}{s} = s_x \frac{\sin \arctan(\tan \beta / s_x)}{\tan \beta} \varphi \left( \frac{\tan \beta}{\sin \arctan(\tan \beta / s_x)} \right),$$

$$\varphi_y = \varphi(s) \sin \beta_s = \sin \arctan(\tan \beta / s_x) \varphi \left( \frac{\tan \beta}{\sin \arctan(\tan \beta / s_x)} \right).$$

Згадаймо також (4):

$$\frac{\varphi_y}{\varphi_x} = \frac{\tan \beta}{s_x}. \quad (5)$$

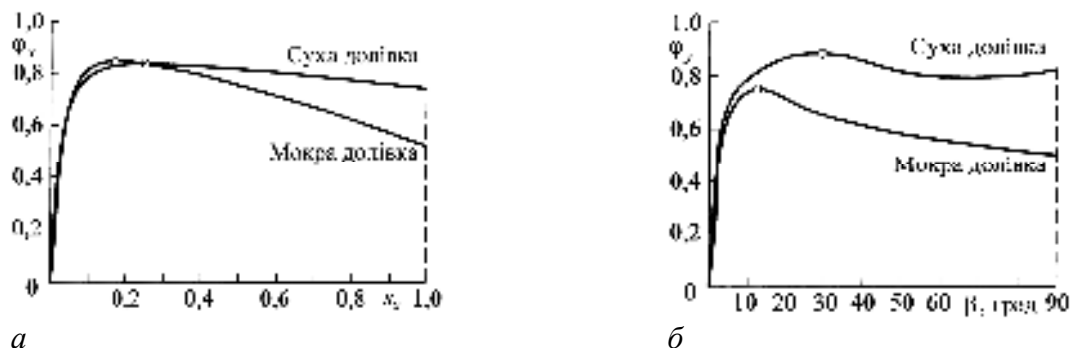
У разі малих значень  $\beta$

$$\frac{\varphi_y}{\varphi_x} \approx \frac{\beta}{s_x} \quad (\beta - \text{в радіанах}).$$

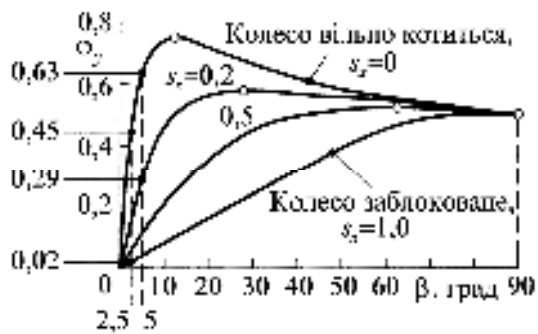
Останні два вирази можна тлумачити як ознаки ізотропності зчеплення колеса з долівкою. Якщо наведені на рис. 5 залежності  $\varphi_x = \varphi_x(s_x, \beta)$  (середнє зображення) вважати істинними, то у разі ізотропності залежності  $\varphi_y = \varphi_y(s_x, \beta)$  мали б зображати відповідно до (5) штрихпунктирні лінії, а не штрихові.

Викладена інформація про ізотропні зчпні властивості приваблива тим, що дозволяє наочно простежити всі найзагальніші особливості перебігу характеристичних залежностей  $\varphi_x = \varphi_x(s_x, \beta)$ ,  $\varphi_y = \varphi_y(s_x, \beta)$ . Зробити це на підставі суто експериментальної інформації принципово важче.

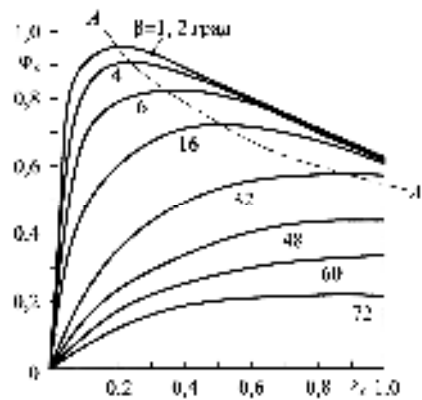
**4. Приклади характеристик колеса, що охоплюють великі кути збочення.** Приклад реальних залежностей коефіцієнта  $\varphi_x$  подовжньої (гальмівної) сили від коефіцієнта  $s_x$  подовжнього ковзання за відсутності бічної сили ( $\beta = 0$ ) та коефіцієнта  $\varphi_y$  поперечної (бічної) сили від кута збочення  $\beta$  колеса за відсутності подовжньої сили ( $s_x = 0$ ) наведено на рис. 8 (за В. Бергманом; навантаження на колесо –  $Z = 6,2$  кН, тиск повітря в шині –  $p_w = 165,5$  кПа). Характеризують зчпні властивості одночасно у двох напрямках графіки, наведені на рис. 9, ..., 11. Випробування проводились на пласкострічковому біговому стенді; стенд давав змогу заблокувати колесо навіть у разі досягнення кута збочення-ковзання  $\pi/2$ .



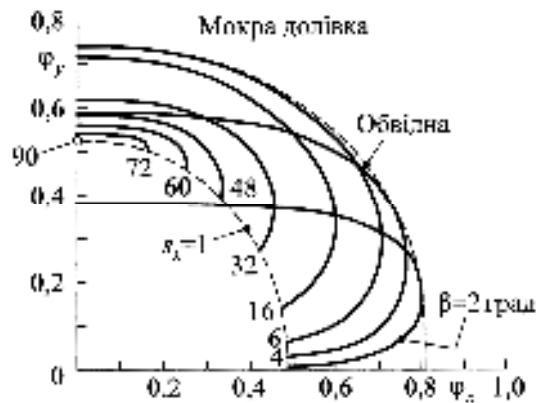
**Рис. 8.** Залежності коефіцієнта гальмівної сили від коефіцієнта подовжнього ковзання за відсутності бічної сили (а) та коефіцієнта поперечної сили від кута збочення колес за відсутності подовжньої сили (б)



**Рис. 9.** Узагальнена характеристика зчїпних властивостей колеса у формї системи залежностей коефіцієнта бїчної сили від кута збочення за низки сталих значень коефіцієнта ковзання



**Рис. 10.** Узагальнена характеристика зчїпних властивостей колеса у формї системи залежностей коефіцієнта подовжньої сили від коефіцієнта ковзання за низки сталих значень кута збочення



**Рис. 11.** Характеристика зчїпних властивостей колеса у формї системи залежностей коефіцієнта бїчної сили від коефіцієнта подовжньої сили за низки сталих значень кута збочення

Рис. 9 відображає характеристику зчїпних властивостей колеса у формї системи залежностей  $\phi_y = \phi_y(\beta, s_x = \text{const})$  коефіцієнта бїчної сили  $\phi_y$  від кута збочення  $\beta$  за низки сталих значень коефіцієнта ковзання  $s_x$ . Серед цих залежностей є такі, що відповідають режимові вільного кочення колеса ( $s_x = 0$ ) та заблокованому стану колеса ( $s_x = 1$ ). Цікаво, що всі наведені криві при  $\beta \rightarrow 90$  град збігаються в одній точці, яка відповідає чистому ковзанню колеса (таке саме довелося бачити на прикладі ізотропного зчеплення). Отож у разі  $\beta = 90$  град вільне чи частково пригальмоване колесо сприймає таку саму бїчну силу, що й цілком загальмоване (заблоковане) колесо. Натомість за невеликих кутів збочення коефіцієнт бокової сили у разі заблокованого колеса в декілька разів менший, ніж у разі вільного кочення еластичного колеса.

Звісно, суттєве зменшення бїчної сили при загальмовуванні колеса може суттєво ж позначитися на керованості і стійкості руху автомобіля [9]. Припустімо таке: автомобіль пересувається криволїнійно в плані так, що передні і задні колеса рухаються зі збоченнями відповідно 5,0 і 2,5 град; передні колеса ковзають у режимі  $s_x = 0,2$ , а задні перебувають у заблокованому стані ( $s_x = 1$ ). Відповідно до рис. 9 унаслідок ковзання коефіцієнт бїчної сили на передніх колесах зменшується від значення 0,63 до значення 0,29, а на задніх – від значення 0,45 до значення 0,02. Отож, коефіцієнт бїчної сили при гальмуванні автомобіля зі збоченням на задніх колесах стає в 14,5 разів меншим, ніж на передніх.

Відображені на рис. 10 та 11 характеристики змістовно доповнюють характеристику, що відображена на попередньому рис. 9 (на рис. 10  $A-A$  – лінія локально максимальних значень коефіцієнта  $\varphi_y$ ; на рис. 11 обвідна об'єднує точки максимальних значень величини  $\varphi$ ). Очевидно, що у разі  $\beta = 90$  град колесо цілком губить здатність творити гальмівну (подовжню) силу.

Добута інформація є надзвичайно корисною у разі аналітичного дослідження стійкості руху автомобіля (див. приміром [6, 9]). У різній мірі вона доповнює здобутки у рамках дослідження динаміки подовжнього руху автомобіля (див. приміром [5, 10]). На неї можна спертися у разі створення теоретичних засад синтезу моделей фрикційної взаємодії твердих і еластичних тіл (див. приміром [5, 11, 12]).

**Резюме.** Механізм взаємодії колеса автомобільної (зокрема, автомобільної пожежної) машини з дорогою у разі прояву збочення вельми складний (як і взагалі складним є явище сухого тертя у фізиці). Збочення властиве навіть жорсткому колесу, хоча зазвичай його приписують суто еластичному. Важливо, що найбільшим зчеплення шини з дорогою (і з цього можна мати користь) є у разі деякого ненульового кута збочення колеса, хоча далі зі збільшенням цього кута воно швидко спадає. Іншими словами, бічна сила набуває максимального значення при деякому куті збочення  $\beta = \beta_\varphi$  (на сухій твердій долівці  $\beta_\varphi = 12...20$  град); у разі  $\beta < \beta_\varphi$  відбувається локальне проковзування у тим ширшій зоні контакту колеса з долівкою, чим більшим є  $\beta$ ; коли  $\beta > \beta_\varphi$ , превалює упорядковане ковзання колеса убік.

Проте, спостережувана складність взаємодії колеса з долівкою в жодному разі не править за доказ того, що бажання охопити це явище змістовною теорією є утопічним. Виявляється, існують цілком реальні можливості відтворення так званої характеристики фрикційної взаємодії еластичного біжника з долівкою у разі дії на колесо одночасно і подовжньої, і бічної сил, що провокують хай які великі кути збочення. На прикладі ізотропного зчеплення доведено навіть можливість суто аналітичного розгортання характеристики подовжнього зчеплення у характеристику фрикційної взаємодії у разі довільно збоченого руху колеса. З певними удосконаленнями описаний підхід можна поширити й на неізотропні випадки зчіпної взаємодії колеса з дорогою.

#### Література:

1. Сахно В. П. Автомобілі: тягово-швидкісні властивості та паливна економічність / В. П. Сахно, Г. Б. Безбородова, М. М. Маяк, С. М. Шарай. — К: В-во «КВІЦ», 2004. — 174 с.
2. Фуфаев Н. А. Простейшие теории качения колеса / Н. А. Фуфаев. — Горький: ГГУ им. Н. И. Лобачевского, 1984. — 27 с.
3. Melzer K.-J. Power Requirement for Wheels Operation in Sand / K.-J. Melzer // Journal of Terramechanics. — 1976. — Vol. 13. — No. 2. — P. 75 — 85.
4. Jazar R. N. Vehicle Dynamics: Theory and Application / R. N. Jazar. — New York : Springer Science+Business Media, LLC, 2008. — 1015 p.
5. Mischke M. Dynamik der Kraftfahrzeuge / M. Mischke, H. Wallentowitz. — Berlin: Springer, 2010. — 709 s.
6. Pacejka H.-B. Tyre and Vehicle Dynamics / Hans B. Pacejka. — Amsterdam — Boston — Heidelberg — London — New York — Oxford — Paris — San Diego — San Francisco — Singapore — Sydney — Tokyo : Butterworth-Heinemann is an imprint of Elsevier, 2006. — 657 с.
7. Гащук П. М. Теорія автомобіля: Колесо / П. М. Гащук, Т. Г. Миськів. — Львів : Українські технології, 2010. — 254 с.
8. Schuster R. Der Kraftschluss zwischen Rad und Fahrbahn / R. Schuster, P. Weichsler // Automobiltechnische Zeitschrift. — 1935. — N 20. — H 25.
9. Andrzejewski R. Nonlinear dynamics of a wheeled vehicle / R. Andrzejewski, J. Awrejcewicz. — New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005. — 328 p.
10. Clover C. L. Longitudinal tire dynamics / C. L. Clover, J. Bernard // Vehicle System Dynamics. — 1998. — № 19 (4). — P. 231—259.

**11. Karnopp D.** Computer simulation of slip-stick friction in mechanical dynamic systems / D. Karnopp // Transactions of the ASME. Journal of Dynamic Systems. Measurement and Control. — 1985. — № 107 (1). — P. 100—103.

**12. Grzesikiewicz W.** Modelowanie stycznego oddziaływania koła na podłoże w ruchu nieustalonym / W. Grzesikiewicz // Konstrukcja, badania, eksploatacja, technologia pojazdów samochodowych i silników spalinowych. — Polska academia nauk. Oddział w Krakowie. — Teza komisji naukowo-problemowej motoryzacji. — Kraków, 1999. — Zeszyt Nr 18. — S. 87—92.

*П.Н. Гащук*

### **ОСОБЕННОСТИ ПРОТЕКАНИЯ ОБОБЩЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ СЦЕПНЫХ СВОЙСТВ КОЛЕСА ПОЖАРНОГО АВТОМОБИЛЯ**

Речь идет об идентификации сцепных свойств колес пожарного автомобиля в случае действия на него боковых сил. Проанализирована сущность явления увода колеса и рассмотрено понятие фрикционной характеристики взаимодействия колеса с дорогой. Доказана возможность аналитического воспроизведения общей фрикционной характеристики на основании частной характеристики продольного проскальзывания в случае существования сцепной изотропности. Приводятся результаты анализа особенностей протекания разных реальных характеристик движения колеса с уводом.

**Ключевые слова:** пожарный автомобиль, эластичное колесо, сцепные свойства, увод колеса, круг сцепления, характеристика фрикционного взаимодействия.

*P.M. Hashchuk*

### **COURSE FEATURES OF THE GENERALIZED CHARACTERISTIC OF FRICTION COUPLING PROPERTIES OF A FIRE ENGINE WHEEL**

The article deals with identification of friction wheel properties of a fire engine vehicle in case of an interaction of lateral forces. The phenomenon of withdrawal of a wheel is analysed and the concept of the frictional characteristic of a wheel interaction with a road is considered. The possibility of analytical reproduction of the general frictional characteristic on the basis of separate characteristic of longitudinal sliding is proved if coupling isotropy exists. Analysis course feature results of different real peculiarities of wheel withdrawal movement are presented.

**Key words:** fire engine, elastic wheel, friction coupling properties, wheel withdrawal, coupling circle, frictional interaction characteristic.

