

*І.М. Ольховий, канд. техн. наук, доцент
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності),
Х.І. Ліщинська, канд. техн. наук (НУ «Львівська політехніка»)*

ПРО НАПРУЖЕНИЙ СТАН ТА МІЦНІСТЬ ТОВСТОСТІННИХ ЦИЛІНДРИЧНИХ РЕЗЕРВУАРІВ ПРИ ДІЇ ГАЗОВОГО ТИСКУ І НАГРІВАННЯ

Досліджуються напруження в стінці товстостінного циліндричного резервуара під одночасною дією температурного навантаження стінки і газового тиску всередині резервуара. Проведено дослідження поля напружень, викликаних окремо газовим тиском і температурним перепадом при декількох законах зміни температури стінки. Показано, що при різних співвідношеннях величини цих напружень найбільші еквівалентні напруження можуть виникати як на внутрішніх так і зовнішніх поверхнях стінки резервуара. Наведено формули, які дозволяють виявити небезпечні точки при оцінюванні міцності за енергетичною теорією.

Ключові слова: напруження, товстостінний циліндричний резервуар, міцність, перепад температур.

Вступ. В багатьох областях промисловості, особливо в хімічній, широко застосовуються товстостінні циліндричні резервуари. Це колони синтезу, резервуари для зберігання газоподібних речовин під високим тиском і т. д. Такі резервуари часто працюють одночасно і при високих температурах і значних тисках. Тому неправильне або неточне визначення напружень в стінці резервуара і оцінка міцності стінки можуть призвести до її руйнування і зв'язаної з цим техногенної аварії або катастрофи (викид хімічних чи токсичних речовин і т. ін.).

Постановка проблеми. Для точнішого визначення напружень в стінці вказаних резервуарів і оцінки їх міцності необхідно одночасно враховувати напруження, що виникають в точках стінки резервуара як від силового (газовий тиск), так і температурного (перепад температур в стінці) навантаження. При цьому бажано враховувати вплив температури на зміну фізико-механічних характеристик (модуль пружності, коефіцієнт Пуассона, границя текучості) матеріалу резервуара.

Мета роботи. Робота присвячена дослідженню закону зміни напружень в стінці циліндричних товстостінних резервуарів та оцінка їх міцності при одночасній дії силового і температурного навантаження з можливим врахуванням температурної зміни механічних характеристик матеріалу резервуара.

Основний зміст. Якщо товстостінний ($\frac{\delta}{R_1} > 0,1$, де δ , R_1 – відповідно товщина стінки і внутрішній радіус) резервуар (рис. 1) піддається внутрішньому тиску p , то меридіональні $\sigma_r^{(p)}$, окружні $\sigma_\theta^{(p)}$ та осьові $\sigma_z^{(p)}$ напруження в довільній точці стінки резервуара, положення якої задається радіусом ρ , визначаються за формулами [1]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(p)} &= p \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 - \frac{R_2^2}{\rho^2} \right) \\ \sigma_\theta^{(p)} &= p \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \left(1 + \frac{R_2^2}{\rho^2} \right) \\ \sigma_z^{(p)} &= p \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \end{aligned} \right\} \quad (1)$$

Якщо ввести позначення $\frac{R_1}{R_2} = k$, $\frac{\rho}{R_2} = \xi$, то систему (1) можна записати у вигляді:

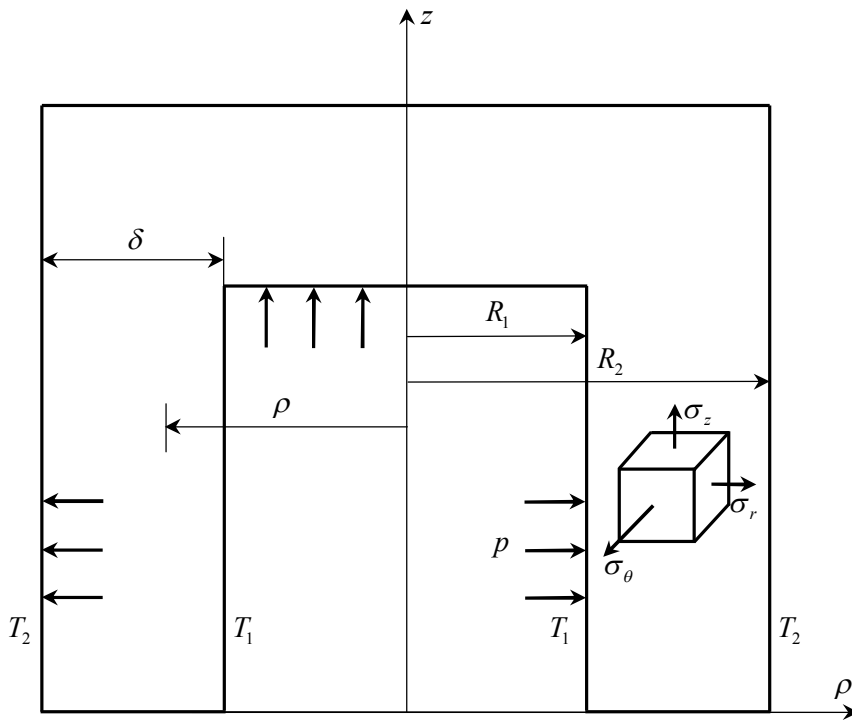


Рис. 1. Переріз стінки резервуара

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(p)} &= p \frac{k^2}{1-k^2} \left(1 - \frac{1}{\xi^2} \right) \\ \sigma_\theta^{(p)} &= p \frac{k^2}{1-k^2} \left(1 + \frac{1}{\xi^2} \right) \\ \sigma_z^{(p)} &= p \frac{k^2}{1-k^2} \end{aligned} \right\} \quad (2)$$

З виразів (2) видно, що напруження вздовж радіуса змінюються за гіперболічним законом.

Дослідимо температурні напруження $\sigma_r^{(t)}$, $\sigma_\theta^{(t)}$, $\sigma_z^{(t)}$ в стінці резервуара при нерівномірному нагріванні його стінки. Нехай температура на внутрішній стінці T_1 , а на зовнішній T_2 . Будемо вважати, що внутрішня поверхня нагріта до вищої температури, ніж зовнішня, тобто перепад температур $\Delta T = T_1 - T_2 > 0$. Зміну температури по товщині стінки $t(\rho)$ можна задати за лінійним або логарифмічним законами.

При лінійному законі зміни температури

$$t(\rho) = \Delta T \frac{R_2 - \rho}{R_2 - R_1} \quad (3)$$

напруження в стінці визначатимуться із співвідношень [1]:

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{3(1-\mu)(R_2 - R_1)\rho^2} \left[(\rho^3 - R_1^3) - (\rho^2 - R_1^2) \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2} \right] \\ \sigma_\theta^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{3(1-\mu)(R_2 - R_1)\rho^2} \left[(2\rho^3 + R_1^3) - (\rho^2 + R_1^2) \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2} \right] \\ \sigma_z^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{3(1-\mu)(R_2 - R_1)} \left(3\rho - 2 \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2} \right) \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

Напруження в точках внутрішньої стінки резервуара (при $\rho = R_1$)

$$\sigma_r^{(t)} = 0, \quad \sigma_\theta^{(t)} = \sigma_z^{(t)} = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{3(1-\mu)(R_2 - R_1)} \left(3R_1 - 2 \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2} \right).$$

В точках зовнішньої стінки (при $\rho = R_2$)

$$\sigma_r^{(t)} = 0, \quad \sigma_\theta^{(t)} = \sigma_z^{(t)} = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{3(1-\mu)(R_2 - R_1)} \left(3R_2 - \frac{R_2^3 - R_1^3}{R_2^2 - R_1^2} \right).$$

Логарифмічний закон зміни температури можна задати виразами

$$t(\rho) = \frac{\Delta T}{\ln \frac{R_2}{R_1}} \ln \frac{R_2}{\rho} \quad (5)$$

або

$$t(\rho) = \frac{T_2 \ln \frac{\rho}{R_1} - T_1 \ln \frac{\rho}{R_2}}{\ln \frac{R_2}{R_1}}.$$

(6)

Формули для температурних напружень при представленні (5) мають вигляд [2]

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu) \ln \frac{R_2}{R_1}} \left[\ln \frac{R_2}{\rho} - \frac{R_1^2}{\rho^2} \frac{R_2^2 - \rho^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right] \\ \sigma_\theta^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu) \ln \frac{R_2}{R_1}} \left[1 - \ln \frac{R_2}{\rho} - \frac{R_1^2}{\rho^2} \frac{R_2^2 + \rho^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right] \\ \sigma_z^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu) \ln \frac{R_2}{R_1}} \left(1 - 2 \ln \frac{R_2}{\rho} - 2 \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right) \end{aligned} \right\} \quad (7)$$

Напруження в точках внутрішньої стінки резервуара (при $\rho = R_1$)

$$\sigma_r^{(t)} = 0, \quad \sigma_\theta^{(t)} = \sigma_z^{(t)} = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu) \ln \frac{R_2}{R_1}} \left(1 - 2 \frac{R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right).$$

В точках зовнішньої стінки

$$\sigma_r^{(t)} = 0, \quad \sigma_\theta^{(t)} = \sigma_z^{(t)} = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu) \ln \frac{R_2}{R_1}} \left(1 - 2 \frac{R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right).$$

При зміні температури в стінці за законом (6) температурні напруження в ній задаються виразами

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu)(R_2^2 - R_1^2) \ln \frac{R_2}{R_1}} \left[R_1^2 \ln \frac{R_1}{\rho} - R_2^2 \ln \frac{R_2}{\rho} - \frac{R_1^2 R_2^2}{\rho^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right] \\ \sigma_\theta^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu)(R_2^2 - R_1^2) \ln \frac{R_2}{R_1}} \left[R_2^2 \left(1 - \ln \frac{R_2}{\rho}\right) - R_1^2 \left(1 - \ln \frac{R_1}{\rho}\right) - \frac{R_2^2 R_1^2}{\rho^2} \ln \frac{R_2}{R_1} \right] \\ \sigma_z^{(t)} &= \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu)(R_2^2 - R_1^2) \ln \frac{R_2}{R_1}} \left(R_2^2 \left(1 - 2 \ln \frac{R_2}{\rho}\right) - R_1^2 \left(1 - 2 \ln \frac{R_1}{\rho}\right) \right) \end{aligned} \right\} \quad (8)$$

Напруження на внутрішній стінці резервуара (при $\rho = R_1$)

$$\sigma_r^{(t)} = 0, \quad \sigma_\theta^{(t)} = \sigma_z^{(t)} = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu)} \left(\frac{1}{\ln \frac{R_2}{R_1}} - \frac{2R_2^2}{R_2^2 - R_1^2} \right).$$

В точках зовнішньої стінки

$$\sigma_r^{(t)} = 0, \quad \sigma_\theta^{(t)} = \sigma_z^{(t)} = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{2(1-\mu)} \left(\frac{1}{\ln \frac{R_2}{R_1}} - \frac{2R_1^2}{R_2^2 - R_1^2} \right).$$

Результати обчислення напружень $\sigma_r^{(p)}$, $\sigma_\theta^{(p)}$, $\sigma_z^{(p)}$, викликаних внутрішнім тиском (з точністю до величини тиску p , при $k = \frac{R_1}{R_2} = 0,5$) і напружень $\sigma_r^{(t)}$, $\sigma_\theta^{(t)}$, $\sigma_z^{(t)}$ від температурного перепаду ΔT (з точністю до множника $A = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{(1-\mu)}$), при $k = 0,5$ наведені у таблиці 1.

Таблиця 1

Значення напружень в стінці резервуара

Напруження		$\xi=0,5$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Від тиску p	$\sigma_r^{(p)}/p$	-1,00	-0,59	-0,35	-0,19	-0,08	0
	$\sigma_\theta^{(p)}/p$	1,67	1,26	1,02	0,85	0,70	0,67
	$\sigma_z^{(p)}/p$	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33	0,33
Від ΔT (лінійн. закон)	$\sigma_r^{(t)}/A$	0	-0,070	-0,082	-0,071	-0,041	0
	$\sigma_\theta^{(t)}/A$	-0,556	-0,286	-0,070	0,116	0,286	0,445
	$\sigma_z^{(t)}/A$	-0,556	-0,356	-0,156	0,044	0,244	0,445
Від ΔT (лога- риф. за- кон)	$\sigma_r^{(t)}/A$	0	-0,072	-0,084	-0,070	-0,037	0
	$\sigma_\theta^{(t)}/A$	-0,613	-0,278	-0,044	0,133	0,273	0,388
	$\sigma_z^{(t)}/A$	-0,613	-0,350	-0,128	0,066	0,236	0,388

В таблиці 2 наведені значення температурних напружень (з точністю до градієнта температури ΔT) для випадку сталюого резервуара $\alpha = 125 \cdot 10^{-7}$, $E = 2 \cdot 10^5$ МПа, $\mu = 0,3$

Таблиця 2

Температурні напруження в сталевому резервуарі

Напруження		$\xi=0,5$	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
Лінійний закон	$\sigma_r^{(t)}/\Delta T$	0	-0,250	-0,293	-0,253	-0,146	0
	$\sigma_\theta^{(t)}/\Delta T$	-1,985	1,021	-0,250	0,414	1,021	1,588
	$\sigma_z^{(t)}/\Delta T$	-1,965	-1,271	-0,557	-0,157	0,811	1,588
Логариф. закон	$\sigma_r^{(t)}/\Delta T$	0	-0,257	-0,300	-0,250	-0,132	0
	$\sigma_\theta^{(t)}/\Delta T$	-2,188	-1,028	-0,157	0,475	0,975	1,385
	$\sigma_z^{(t)}/\Delta T$	-2,188	-1,250	-0,457	0,236	0,843	1,385

Розрахунок на міцність товстостінного резервуара, що перебуває одночасно під внутрішнім тиском p і температурним полем з перепадом температур ΔT можна виконати таким чином. Використавши епюри напружень $\sigma_r^{(p)}$, $\sigma_\theta^{(p)}$, $\sigma_z^{(p)}$, викликаних тиском p і епюри напружень $\sigma_r^{(t)}$, $\sigma_\theta^{(t)}$, $\sigma_z^{(t)}$ від температурного перепаду ΔT , встановлюють небезпечні точки стінки резервуара та визначають в них сумарні напруження

$$\sigma_r = \sigma_r^{(p)} + \sigma_r^{(t)}, \quad \sigma_\theta = \sigma_\theta^{(p)} + \sigma_\theta^{(t)}, \quad \sigma_z = \sigma_z^{(p)} + \sigma_z^{(t)}.$$

Після цього слід визначити в цих точках еквівалентні напруження за прийнятою теорією міцності. Якщо за таку теорію прийняти енергетичну теорію, то умова міцності набирає вигляду [3]

$$\sigma_{екв} = \sqrt{\frac{1}{2} \left[(\sigma_r - \sigma_\theta)^2 + (\sigma_\theta - \sigma_z)^2 + (\sigma_z - \sigma_r)^2 \right]} \leq [\sigma] \quad (9)$$

Як видно з таблиці 1, для випадку циліндричного резервуара, що нагрівається всередині ($\Delta T = T_1 - T_2 > 0$) і знаходиться під внутрішнім тиском p (рис.1) сумарні напруження σ_r , σ_θ , σ_z на внутрішніх волокнах будуть меншими, а на зовнішніх – більшими від напружень $\sigma_r^{(p)}$, $\sigma_\theta^{(p)}$, $\sigma_z^{(p)}$, викликаних виключно внутрішнім тиском p . Залежно від величини температурного перепаду ΔT найбільш напруженими при цьому можуть бути або внутрішні, або зовнішні волокна. Якщо такими будуть внутрішні волокна, то перевірку міцності потрібно виконувати для цих волокон, врахувавши при визначенні еквівалентного напруження лише напруження від тиску $\sigma_r^{(p)}$, $\sigma_\theta^{(p)}$, $\sigma_z^{(p)}$. Якщо ж найбільші сумарні напруження виникають на зовнішніх волокнах резервуара, то потрібно перевірити, чи еквівалентне напруження, обчислене при сумісній дії тиску і температури, буде більшим від відповідного напруження, викликаного лише тиском. Якщо так, то розрахунок на міцність необхідно виконувати за сумарними напруженнями, а якщо – ні, то за напруженнями лише від внутрішнього тиску.

Зауважимо, що після врахування того факту, що напруження σ_r , σ_θ , σ_z є головними напруженнями і що в точках внутрішньої і зовнішньої стінки резервуара $\sigma_r = 0$, $\sigma_\theta = \sigma_z$, умова міцності в цих точках набирає вигляду

$$\sigma_{екв} = \sigma_\theta \leq [\sigma]. \quad (10)$$

Для випадку зміни температури за логарифмічним законом вирази для сумарних напружень σ_r , σ_θ , σ_z при одночасній дії внутрішнього тиску і температури можна представити у вигляді

$$\left. \begin{aligned} \sigma_r &= -\left(p + \frac{\beta}{2}\right) \frac{1 - m^2 k^2}{m^2 (1 + k^2)} + \frac{\beta \ln(mk)}{2 \ln k} \\ \sigma_\theta &= \left(p + \frac{\beta}{2}\right) \frac{1 - m^2 k^2}{m^2 (1 + k^2)} + \frac{\beta (1 - \ln(mk))}{2 \ln k} \\ \sigma_z &= \left(p + \frac{\beta}{2}\right) \frac{1}{m^2 (1 + k^2)} + \frac{\beta (1 - 2 \ln(mk))}{2 \ln k} \end{aligned} \right\}. \quad (11)$$

де $\beta = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{(1 - \mu)} = A \cdot \Delta T$, $m = \frac{\rho}{R_1} = \frac{\xi}{k}$, $k = \frac{R_1}{R_2}$.

Можна показати, що для випадку $\Delta T = T_1 - T_2 \leq \Delta T_{cp}$, де

$$\Delta T_{cp} = -\frac{\left(\sqrt{\frac{4(1 - k^4)}{3k^4} + 1} - 1\right) \ln k}{12 \left(\frac{1 - k^2}{k^2} + 2 \ln k\right)},$$

перевірку резервуара на міцність можна виконувати для внутрішніх волокон (при $\rho = R_1$), використавши умову міцності (10) і врахувавши лише напруження $\sigma_r^{(p)}$, $\sigma_\theta^{(p)}$, $\sigma_z^{(p)}$ від внутрішнього тиску p . В цьому випадку умова міцності (10) матиме вигляд

$$\sqrt{3} \cdot p \frac{k}{1 - k^2} \leq [\sigma] \quad (11)$$

Якщо ж $\Delta T = T_1 - T_2 > \Delta T_{cp}$, то найбільш напруженими будуть зовнішні волокна стінки резервуара, в яких сумуються напруження $\sigma_r^{(p)}$, $\sigma_\theta^{(p)}$, $\sigma_z^{(p)}$ від тиску p з напруженнями $\sigma_r^{(t)}$, $\sigma_\theta^{(t)}$, $\sigma_z^{(t)}$ від температурного перепаду ΔT . Умова міцності (10) в цьому випадку набирає вигляду

$$\sqrt{3p^2 + \frac{3}{2} p \cdot \beta \left(\frac{1 - k^2}{k^2 \ln k} + 2\right) + \left(\frac{1 - k^2}{k^2 \ln k} + 2\right)^2 \cdot \frac{\beta^2}{4}} \leq [\sigma] \quad (12)$$

Зауважимо, що при визначенні коефіцієнта $\beta = \frac{E\alpha \cdot \Delta T}{1 - \mu}$, у випадку високих значень

температур T_1 , T_2 , необхідно враховувати, що модуль пружності E і коефіцієнт Пуасона μ залежать від температури та змінюються вздовж радіуса циліндра. Проте при практичних розрахунках можна використовувати середні для стінки резервуара значення E і μ , визначені із таблиць для середніх значень температур $T_c = 0,5(T_1 + T_2)$. Окрім цього, при визначенні до-

пустимого напруження $[\sigma] = \frac{\sigma_T}{k_T}$ необхідно вибрати те значення границі текучості σ_T , яку

має матеріал резервуара при середній температурі T_c .

Висновки. Дослідження напруженого стану в стінці товстостінного циліндричного резервуара, що знаходиться під одночасною дією внутрішнього тиску p і градієнта температур ΔT показало, що при різних співвідношеннях цих величин найбільші еквівалентні напруження можуть виникати в точках як внутрішньої, так і зовнішньої стінки резервуара. Наведено формули для визначення положення небезпечних точок при розрахунках на міцність за енергетичною теорією.

Список літератури

1. **Канторович З.Б.** Основы расчета химических машин и аппаратов / З.Б.Канторович. – М.: Машгиз, 1952. – 562 с.
2. **Писаренко Г.С.** Справочник по сопротивлению материалов / Г.С. Писаренко., А.П.Яковлев, В.В.Матвеев. – К.: Наукова думка, 1975. – 704 с.
3. **Феодосьев В.И.** Сопротивление материалов / В.И. Феодосьев. – М.: Наука, 1964. – 540 с.

И.М. Ольховый, Х.И. Лищинская

О НАПРЯЖЕННОМ СОСТОЯНИИ И ПРОЧНОСТИ ТОЛСТОСТЕННЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ РЕЗЕРВУАРОВ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ГАЗОВОГО ДАВЛЕНИЯ И НАГРЕВА

Исследуются напряжения в стенке толстостенного цилиндрического резервуара при одновременном действии температурной нагрузки стенки и внутреннего газового давления. Показано, что при разных значениях величины давления и градиента температур наибольшие эквивалентные напряжения могут возникать как в точках внутренней, так и внешней поверхностей резервуара. Приведены формулы, позволяющие определять положение этих опасных точек.

Ключевые слова: напряжение, резервуар, газовое давление, температура

I.M. Olkhovy, K.I. Lischynska

WORK STRAIN AND DURABILITY OF HEAVY-WALL STANDPIPES UNDER GASEOUS PRESSURE AND HEATING

Strains in heavy-walls of a standpipe under simultaneous temperature load on the wall and gaseous pressure inside standpipe are examined. Research was done on stress fields caused separately by gaseous pressure and temperature difference under several laws of walls temperature variation. It is showed that under different relation of strain values the most equivalent strains may occur both on inner and outer standpipe wall surfaces.

Formulas which allow to determine location of dangerous points while assessing durability according to energetical wear theory are provided.

Key words: strain, heavy-wall standpipe, durability, temperature difference.

