

Б.В. Процюк, д-р фіз.-мат. наук, с.н.с.
(Ін-т прикладних проблем мех. і матем. ім. Я.С. Підстригача НАН України, м. Львів),
М.М. Семерак, д-р техн. наук, професор, **Р.Б. Веселівський**
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)
В.М. Синюта, канд. фіз.-мат. наук, доцент
(Львівський національний університет ім. І. Франка)

ДОСЛІДЖЕННЯ НЕСТАЦІОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В БАГАТОШАРОВІЙ ПЛОСКІЙ КОНСТРУКЦІЇ

Розглянуто задачу визначення нестационарного температурного поля багатошарової плоскої конструкції, що нагрівається шляхом конвекційного теплообміну з оточуючим середовищем, температура якого змінюється з часом за логарифмічним законом. Розв'язок відповідної задачі теплопровідності отримано з використанням методу функції Гріна. Проведено розрахунок температурного поля для тришарової огорожувальної конструкції. Отримані результати співставлено з експериментальними дослідженнями цієї конструкції.

Ключові слова: нестационарне температурне поле, багатошарова конструкція, конвекційний теплообмін

Постановка проблеми. Для забезпечення пожежної безпеки на тому чи іншому об'єкті і ефективного управління нею, необхідно, з точки зору сучасних наукових досліджень пізнати закономірності виникнення та розвитку пожежі.

Щоб проаналізувати процеси і явища, котрі виникають під час пожежі необхідно використовувати методи загальної фізики, хімії, теплофізики, термодинаміки, механіки твердих тіл, математики тощо. За допомогою комплексу цих наукових дисциплін можна вивчити і описати складні явища, які супроводжують виникнення і розвиток пожежі, тобто змоделювати процес, який там відбувається [6].

Сьогодення сучасного будівництва характеризується появою та застосуванням під час зведення будівель та споруд різного призначення нових огорожувальних конструкцій, таких як сендвіч-панелі. При цьому доводиться вирішувати задачі, пов'язані з визначенням межі вогнестійкості за ознакою втрати теплоізолювальної здатності таких конструкцій. Це призводить до необхідності розв'язування нестационарних задач теплопровідності багатошарових тіл.

У статті представлено результати теоретичних та експериментальних досліджень межі вогнестійкості за ознакою втрати теплоізолювальної здатності тришарової огорожувальної конструкції.

Дослідження температурного поля проводились для реального режиму пожежі, який створювала піч для теплофізичних випробувань малогабаритних фрагментів будівельних конструкцій [7], який був з відхиленням від стандартного температурного режиму пожежі [2].

Для визначення межі вогнестійкості за ознакою втрати теплоізолювальної здатності розрахунковим методом, був використаний температурний режим пожежі, який описується логарифмічним законом.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо стінку, яка складається з n плоско-паралельних шарів, між якими виконуються умови ідеального контакту. У початковий момент часу $\tau = 0$ температура стінки є сталою і дорівнює t_0 .

Одна із зовнішніх поверхонь нагрівається шляхом конвекційного теплообміну з навколишнім середовищем, температура якого змінюється за законом

$$t_c(\tau) = A \ln(B\tau + 1) + t^* \quad (1)$$

де значення величин A , B та t^* визначається шляхом логарифмічної апроксимації реальної температури пожежі. У випадку стандартного температурного режиму пожежі [2] $A = \frac{345}{\ln 10}$, $B = \frac{2}{15}$, $t^* = t_0$, і відповідно

$$t_c(\tau) = 345 \lg\left(\frac{2\tau}{15} + 1\right) + t_0. \quad (2)$$

Через протилежну поверхню відводиться конвекційний тепловий потік у середовище з температурою t_0 .

Для визначення нестационарного температурного поля використовуємо рівняння теплопровідності

$$\frac{\partial^2 t_k(x, \tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{a_k} \frac{\partial t_k(x, \tau)}{\partial \tau} \quad (l_{k-1} < x < l_k, \tau > 0), \quad (3)$$

умови контакту

$$\begin{aligned} t_k(l_k, \tau) &= t_{k+1}(l_k, \tau), \\ \lambda_k \frac{\partial t_k(l_k, \tau)}{\partial x} &= \lambda_{k+1} \frac{\partial t_{k+1}(l_k, \tau)}{\partial x}, \end{aligned} \quad (4)$$

граничні умови

$$\begin{aligned} \frac{\partial t_1(0, \tau)}{\partial x} &= H_1(t_1(0, \tau) - t_c(\tau)), \\ \frac{\partial t_n(l_n, \tau)}{\partial x} &= H_n(t_0 - t_n(l_n, \tau)), \end{aligned} \quad (5)$$

та початкову умову

$$t_k(x, 0) = t_0. \quad (6)$$

Тут $l_k - l_{k-1}$ – товщина k -го шару ($l_0 = 0$); x – координата, $[x] = m$; τ – час, $[\tau] = c$; $t_k(x, \tau)$ – температура k -го шару, $[t_k] = ^\circ C$; λ_k – коефіцієнт теплопровідності k -го шару, $[\lambda_k] = \frac{Bm}{m \cdot ^\circ C}$; a_k – коефіцієнт температуропровідності k -го шару, $k = 1, 2, 3, \dots, n$; $H_1 = \frac{\alpha_1}{\lambda_1}$, $H_n = \frac{\alpha_n}{\lambda_n}$, α_1 та α_n – коефіцієнти тепловіддачі з поверхонь $x = 0$ та $x = l_n$ відповідно, $[\alpha_1] = [\alpha_n] = \frac{Bm}{m^2 \cdot ^\circ C}$; $t_c(\tau)$ – температура середовища на поверхні $x = 0$, яка задається формулою (1), $[t_c(\tau)] = ^\circ C$; $t_0 = const$, $[t_0] = ^\circ C$.

Розв'язок задачі (3)-(6) будемо шукати у вигляді

$$t_k(x, \tau) = T_k(x, \tau) + t_0. \quad (7)$$

де $T_k(x, \tau)$ задовільняє рівняння

$$\frac{\partial^2 T_k(x, \tau)}{\partial x^2} = \frac{1}{a_k} \frac{\partial T_k(x, \tau)}{\partial \tau}, \quad (8)$$

умови контакту

$$\begin{aligned} T_k(l_k, \tau) &= T_{k+1}(l_k, \tau), \\ \lambda_k \frac{\partial T_k(l_k, \tau)}{\partial x} &= \lambda_{k+1} \frac{\partial T_{k+1}(l_k, \tau)}{\partial x}, \end{aligned} \quad (9)$$

граничні умови

$$\begin{aligned}\frac{\partial T_1(0, \tau)}{\partial x} &= H_1(T_1(0, \tau) - T_c(\tau)), \\ \frac{\partial T_n(l_n, \tau)}{\partial x} &= -H_n T_n(l_n, \tau),\end{aligned}\quad (10)$$

початкову умову

$$T_k(x, 0) = 0. \quad (11)$$

Тут

$$T_c(\tau) = t_c(\tau) - t_0. \quad (12)$$

Розв'язок задачі (8)-(11) за допомогою побудованої функції Гріна [1] відповідної одновимірної нестационарної задачі теплопровідності подамо у вигляді

$$T_k(x, \tau) = \alpha_1 \int_0^\tau G_k(x, 0, \tau - \tau') T_c(\tau') d\tau', \quad (13)$$

де

$$\begin{aligned}\Phi_1(x, \mu) &= \cos \frac{\mu x}{\sqrt{a_1}} + \frac{H_1 \sqrt{a_1}}{\mu} \sin \frac{\mu x}{\sqrt{a_1}} \\ G_k(x, 0, \tau) &= \frac{2a_1}{\lambda_1} \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Phi_k(x, \mu)}{N(\mu)} \Big|_{\mu=\mu_m} e^{-\mu_m^2 \tau},\end{aligned}\quad (14)$$

$$\Phi_k(x, \mu) = \Phi_{k-1}(l_{k-1}, \mu) \cos \frac{\mu(x - l_{k-1})}{\sqrt{a_k}} + \quad (15)$$

$$+ \frac{\lambda_{k-1} \sqrt{a_k}}{\lambda_k \mu} \frac{\partial \Phi_{k-1}(l_{k-1}, \mu)}{\partial x} \sin \frac{\mu(x - l_{k-1})}{\sqrt{a_k}},$$

$$\begin{aligned}N(\mu) &= \frac{1}{\mu^2} \left\{ (\mu^2 + a_1 H_1^2) l_1 + \sum_{k=2}^n \frac{\lambda_k a_1}{a_k \lambda_1} [\mu^2 (\Phi_{k-1}(l_{k-1}, \mu))^2 + \right. \\ &\quad \left. + a_k \left(\frac{\lambda_{k-1}}{\lambda_k} \frac{\partial \Phi_{k-1}(l_{k-1}, \mu)}{\partial x} \right)^2 \right] (l_k - l_{k-1}) + a_1 H_1 + \quad (16)\end{aligned}$$

$$+ \frac{\lambda_n a_1}{\lambda_1} \left[\mu^2 (\Phi_{n-1}(l_{n-1}, \mu))^2 + a_n \left(\frac{\lambda_{n-1}}{\lambda_n} \frac{\partial \Phi_{n-1}(l_{n-1}, \mu)}{\partial x} \right)^2 \right] \frac{1}{\mu^2 + a_n H_n^2} \Big\},$$

μ_m – корені трансцендентного рівняння

$$\frac{\partial \Phi_n(l_n, \mu)}{\partial x} + H_n \Phi_n(l_n, \mu) = 0. \quad (17)$$

Підставивши (12) і (14) в (13), з урахуванням (1) одержимо

$$\begin{aligned}T_k(x, \tau) &= 2H_1 a_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Phi_k(x, \mu_m)}{N(\mu_m)} \int_0^\tau e^{-\mu_m^2(\tau - \tau')} \times \\ &\quad \times [A \ln(B\tau' + 1) + t^* - t_0] d\tau'.\end{aligned}\quad (18)$$

Використовуючи у інтегралі від першого доданка формули (18) заміну $\tau' = \tau(1 - \nu)$ та інтегрування частинами, одержимо

$$\int_0^\tau e^{-\mu_m^2(\tau - \tau')} A \ln(B\tau' + 1) d\tau' = \frac{A}{\mu_m^2} \left(\ln(B\tau + 1) - B\tau \int_0^1 \frac{e^{-\mu_m^2 \tau \nu}}{B\tau(1 - \nu) + 1} d\nu \right). \quad (19)$$

В [1] було показано, що

$$2a_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Phi_k(x, \mu_m)}{\mu_m^2 N(\mu_m)} = \frac{1}{\beta} \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_n} + H_n(f_n(l_n) - f_k(x)) \right], \quad (20)$$

де

$$\beta = H_1 \frac{\lambda_1}{\lambda_n} + H_n [1 + H_1 f_n(l_n)],$$

$$f_k(x) = x + \sum_{i=1}^{k-1} \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_{i+1}} - \frac{\lambda_1}{\lambda_i} \right) (x - l_i).$$

З урахуванням (19), (20) та співвідношення

$$\int_0^{\tau} e^{-\mu_m^2(\tau-\tau')} (t^* - t_0) d\tau' = (t^* - t_0) \frac{1}{\mu_m^2} (1 - e^{-\mu_m^2 \tau}). \quad (21)$$

формула (18) набуде вигляду

$$\begin{aligned} T_k(x, \tau) = & \frac{H_1}{\beta} \left[\frac{\lambda_1}{\lambda_n} + H_n (f_n(l_n) - f_k(x)) \right] \times \\ & \times \left[A \ln(B\tau + 1) + t^* - t_0 \right] - 2H_1 a_1 \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\Phi_k(x, \mu_m)}{\mu_m^2 N(\mu_m)} \times \\ & \times \left\{ (t^* - t_0) e^{-\mu_m^2 \tau} + AB\tau \int_0^1 \frac{e^{-\mu_m^2 \tau v}}{B\tau(1-v) + 1} dv \right\}. \end{aligned} \quad (22)$$

Підставивши (22) в (7) одержимо розв'язок задачі теплопровідності (3)-(6).

Для експериментальних і теоретичних досліджень взято огорожувальну конструкцію – сендвіч-панель, яка складається з двох листів оцинкованої сталі та наповнювача з пресованої мінеральної вати, габаритні розміри 1200x1050x101 мм. Конструкція дослідного фрагмента огорожувальної конструкції представлена на рис. 1. Дані для розрахунку температурного поля, та закон зміни температури під час експериментальної пожежі у печі представлено у табл. 1.

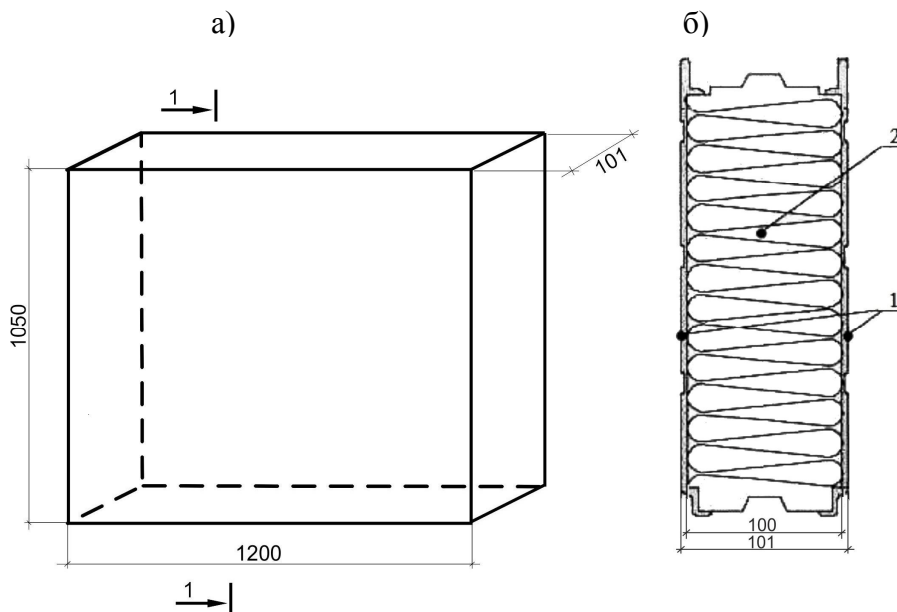


Рис. 1. Дослідний зразок огорожувальної конструкції
а) габаритні розміри; б) розріз;
1 – листова сталь (товщ. 0,5 мм); 2 – мінеральна вата

Експериментальні дослідження проводились відповідно до [2,3,4].

Таблиця 1

Вихідні дані для розрахунку температурного поля

	Мінеральна вата	Листова сталь
Коефіцієнт теплопровідності $[\lambda] = \frac{Вт}{м \cdot ^\circ C}$	0,1	58
Коефіцієнт температуропровідності $[a_k] = \frac{м^2}{с}$	$0,893 \cdot 10^{-6}$	$15,82 \cdot 10^{-6}$
Питома теплоємність $[c_p] = \frac{Дж}{кг \cdot ^\circ C}$	840	470
Густина $[\rho] = \frac{кг}{м^3}$	200	7800
Закон зміни температури в печі	$t_c(\tau) = 183,68 \ln\left(\frac{\tau}{300} + 1\right) + 227,71$	
Коефіцієнт тепловіддачі на обігріваній поверхні $[\alpha_1] = \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ C}$	60	
Коефіцієнт тепловіддачі на необігріваній поверхні $[\alpha_n] = \frac{Вт}{м^2 \cdot ^\circ C}$	6	

Порівняльний аналіз температур, отриманих аналітичним та експериментальним (середнє арифметичне значення двох зразків-близнюків) методами, проведено згідно з [5] за їх зміною по товщині конструкції до досягнення критичної температури прогріву, яка становила $189^\circ C$. В таблиці 2 наведено розбіжність P (у %) розрахункових та експериментальних товщин прогріву дослідного зразка у фіксовані моменти часу ($\tau, хв$), де $P = \frac{|\Delta h|}{h_1} 100\%$, $\Delta h = h_1 - h_2$, а h_1, h_2 – товщини прогріву отримані експериментальним та аналітичним методами відповідно.

Таблиця 2

Порівняння значень товщини прогріву отриманих аналітично і вимірених експериментально

Час нагріву конструкції ($\tau, хв$)	Розбіжність розрахункових та експериментальних товщини прогріву ($P, \%$)
10	8
20	4,5
30	4
40	6,5
50	5,6
60	5,4
70	4,8
80	3,5
90	2,3
100	2,7
110	3,2
120	2,2
130	2,1
140	2
150	2

На рис. 2 співставлено зміну температури по товщині конструкції на 150 хв за результатами теоретичних та експериментальних досліджень.

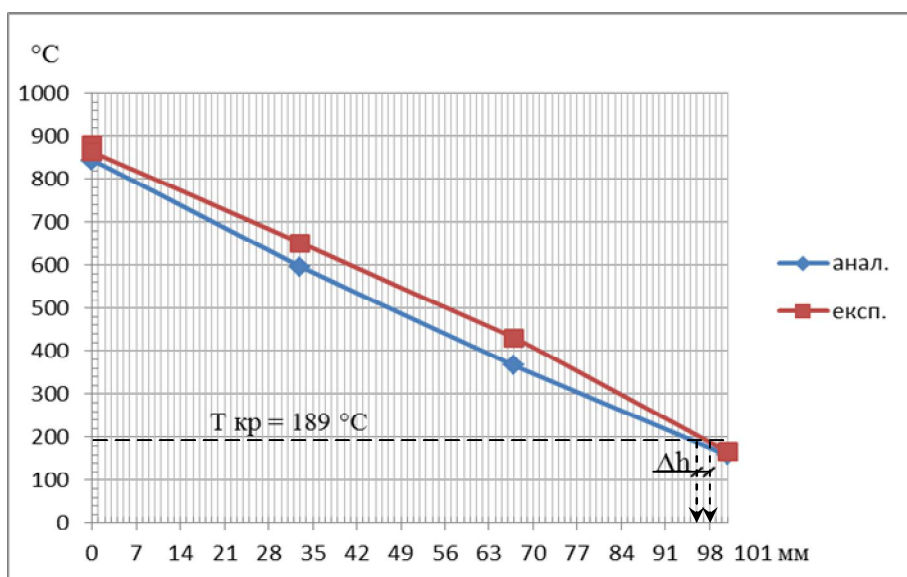


Рис. 2. Розподіл температури по товщині конструкції

З таблиці 2 видно, що максимальна розбіжність між значеннями товщин прогріву, отриманих аналітичним та експериментальним методами, не перевищує 8 %, а на 150-ій хв становить 2 %.

Якщо порівняти значення розподілу температури по товщині досліджуваного зразка огорожувальної конструкції, то можна стверджувати, що аналітичний метод розрахунку дає значення близькі до експериментальних.

Висновки:

1. Отримано методом функції Гріна аналітичний розв'язок нестационарної задачі теплопровідності для багатошарових конструкцій (плоскопаралельних шарів), нагрів яких здійснюється шляхом конвекційного теплообміну з навколишнім середовищем, температура якого змінюється з часом за логарифмічним законом (стандартний температурний режим або температурний режим, який створює піч для випробувань).

2. За одержаним розв'язком проведено розрахунок нестационарного температурного поля досліджуваної конструкції, з якого, зокрема, впливає, що межа вогнестійкості за ознакою втрати тепло ізолювальної здатності становить 150 хв.

3. Проведені експериментальні дослідження розподілу температури по товщині тришарової огорожувальної конструкції. Встановлено, що для заданої конструкції межа вогнестійкості становить 150 хв.

4. Аналіз зміни температури по товщині конструкції показав, що за 150 хв нагріву, величина критичної температури на необігріваній поверхні, яка для дослідного зразка становила $T_{кр} = 189^{\circ}\text{C}$, не досягається. Розбіжність експериментальних та розрахункових значень не перевищує 8%, що є допустимим.

Список літератури

1. **Процюк Б.В.** Метод функції Гріна в одновимірних нестационарних задачах теплопровідності багатошарових пластин / Б.В. Процюк, В.М. Синюта // Вісник Львівського університету, сер. Мех.-матем. – 1998 – Вип.51– С.76-84.

2. **ДСТУ Б.В.1.1-4-98** Захист від пожежі. Будівельні конструкції. Метод випробування на вогнестійкість. Загальні вимоги. –Київ: Держбуд України, 1999. –21с.

3. Експериментальне дослідження вогнестійкості двошарових огорожувальних конструкцій з конструктивно-теплоізоляційного пінобетону / Б.Г. Демчина, А.П. Половко, Р.Б. Веселівський, О.П. Борис // Зб. наук. праць 6-ї наук.-техн. конф.: Науково-технічні проблеми сучасного залізобетону: Випуск 74. Книга 1. – К.: ДП НДІБК, 2011. – С. 262-269.

4. Експериментальне дослідження вогнестійкості багатошарових огорожувальних конструкцій / А.П. Половко, Р.Б. Веселівський, О.О. Василенко, Ю.Є Шелюх // Пожежна безпека. : Зб. наук. праць. Львів – 2011. № 19. – С. 118-123.

5. Половко А.П. Вогнестійкість енергоефективних стінових огорожувальних конструкцій житлових та громадських будівель: дис. ... канд. техн. наук А.П. Половко. – Львів, 2009, –193 с.

6. Величко Л.Д. Термодинаміка та теплопередача в пожежній справі [Текст]: [навчальний посібник] / Величко Л.Д., Лозинський Р.Я., Семерак М.М.; ЛДУ БЖД. Львів: Вид-во «СПОЛОМ», 2011. – 504 с.

7. Піч для теплофізичних випробувань малогабаритних фрагментів будівельних конструкцій та окремих вузлів їх стикових з'єднань. Пат. 17160 Україна, МПК(2006) F23M5/00. / Б.Г. Демчина, А.П. Половко., В.С. Фіцик, А. Б. Пелех; опубл. 15.09.2006р. Бюл. №9.

Б.В. Процюк, М.М. Семерак, Р.Б. Веселівський, В.М. Сынюта

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В МНОГОСЛОЙНОЙ ПЛОСКОЙ КОНСТРУКЦИИ

Рассмотрено задачу определения нестационарного температурного поля в многослойной плоской конструкции, что нагревается путем конвективного теплообмена с окружающей средой, температура которой изменяется во времени за логарифмическим законом. Решение соответствующей задачи теплопроводности получено с использованием метода функции Грина. Выполнен расчет температурного поля для трёхслойной ограждающей конструкции. Полученные результаты сопоставлены экспериментальными исследованиями донной конструкции.

Ключевые слова: нестационарное температурное поле, многослойная конструкция, конвекционный теплообмен

B.V. Protsyuk, M.M. Semerak, R.B. Veselivsky, V.M. Sunyuta

INVESTIGATION OF TRANSIENT TEMPERATURE FIELD IN MULTILAYERED PLANAR STRUCTURE

The article deals with the problem of determining transient temperature field of multilayer planar structures heated by convective heat exchange with the environment temperature of which varies within time by logarithmic law. Solution of the heat conduction problem is obtained by using the method of Green's function. By this method the calculation of temperature field for three layer building envelope is computed. The obtained results are compared with experimental studies of the structure.

Key words: transient temperature field, multilayered structure, convection heat transfer

