УДК 614.8.086

Р.Я. Лозинський, *канд. техн. наук, доцент,* ***Д.В. Харишин***
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)

ОСОБЛИВОСТІ ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ КІНЦЕВИХ РІЗНИЦЬ ДЛЯ РОЗВ'ЯЗАННЯ ЗАДАЧІ НЕСТАЦІОНАРНОЇ ТЕПЛОПЕРЕДАЧІ В УМОВАХ РЕАЛЬНОЇ ПОЖЕЖІ

Розглянуто внутрішню бетонну стінку кімнати, в якій виникла пожежа та досліджено розподіл температурного поля по її товщині бетонної стінки за умов пожежі, яка протікає у стандартному температурному режимі. Використовуючи метод кінцевих різниць створена відповідна програма в середовищі програмування MathCad 14, яка дає змогу швидко і з високою точністю виконати відповідний розрахунок. Результати розрахунків представлені в таблиці, а також показані в графічних залежностях на рисунках.

Ключові слова: температурне поле, стандартний температурний режим, бетонна стінка, пожежа.

R.Y. Lozynskyi, D.V. Kharyshyn

FEATURES OF FINITE DIFFERENCES METHOD FOR SOLVING THE PROBLEM OF UNSTEADY HEAT TRANSFER IN REAL FIRE CONDITIONS

A concrete wall of the room engulfed in fire was explored. The distribution of temperature field in the concrete wall in case of fire with the standard temperature mode was investigated. Using the method of finite differences, a program, that allows performing the corresponding calculations quickly and accurately, was developed in the MathCad 14. The calculation results are presented in tables; graphical dependences are shown in the figures.

Key words: temperature field, the standard temperature mode, a concrete wall, fire.

Актуальність теми. Як відомо, однією з вимог, що висувається до будівельних конструкцій, є їх пожежостійкість та міцність. При проектуванні захисних конструкцій будівель доцільно знати розподіл температур всередині захисних стін у випадку виникнення пожежі. Такий розподіл дає змогу оцінити стійкість самої конструкції та пожежну безпеку сусідніх кімнат, що межують із кімнатою, в якій сталась пожежа. Тому проведення відповідних розрахунків залишається актуальним.

Мета роботи. Метод кінцевих різниць (метод сіток) для розв'язання задач нестаціонарної теплопровідності застосовується давно, однак застосування цього методу при складній теплопередачі недостатньо висвітлено. У цій роботі розглянуто застосування методу кінцевих різниць для розв'язання задачі складної нестаціонарної теплопередачі.

Постановка задачі. Розглянемо внутрішню стінку (перегородка) кімнати в якій виникла пожежа. Розіб'ємо перегородку на n шарів малої товщини. Фізичні параметри та температура кожного шару в заданий момент часу вважаються незмінними Також час горіння розіб'ємо на m рівних частин, в межах якого температуру та фізичні властивості перегородки вважаємо незмінними.

Таким чином, температура в стінці задається двома параметрами – положенням шару перегородки (індекс i) та моменту часу горіння (індекс k).

1.Розглянемо процес передачі тепла для зовнішнього шару стінки, що контактує з середовищем, де відбувається пожежа.

Кількість теплоти, що передана стінці шляхом конвекції, визначається за допомогою закону Ньютона-Ріхмана

$$Q_k = \alpha_1 (T_г - T_{0,k-1}) \Delta y \Delta z \Delta \tau \ , \quad (1)$$

де α_1- коефіцієнт теплообміну між продуктами горіння та поверхнею, що нагрівається який залежить від часу горіння, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$; $T_г$ – температура продуктів згоряння, яка залежить від часу горіння; $T_{0,k-1}$ – температура нагріваючої поверхні, яка нагрівається в момент часу τ_{k-1}; $\Delta\tau$ – елемент часу, с; $\Delta y \Delta z$ – елемент площі тепловіддачі.

Кількість теплоти, що передана тонким шаром (з індексом 0) зовнішньої бетонної стінки наступному за ним бетонному шару (з індексом 1) шляхом теплопровідності, може бути розрахована за законом Фур’є

$$Q_T = \lambda\left(T_{0,k-1}\right) \frac{T_{0,k-1} - T_{1,k-1}}{\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta \tau \ , \quad (2)$$

де $\lambda\left(T_{0,k-1}\right)$ – коефіцієнт теплопровідності зовнішнього шару стінки при температурі зовнішнього шару стінки в момент часу τ_{k-1}, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$; Δx – товщина шару стінки, м;

Зміна внутрішньої енергії тонкого шару товщиною Δx може бути розрахована за допомогою формули

$$\Delta U = C\left(T_{0,k-1}\right) \rho (T_{0,k} - T_{0,k-1}) \Delta x \Delta y \Delta z \quad (3)$$

де $C\left(T_{0,k-1}\right)$ – теплоємність зовнішнього шару стінки при температурі зовнішнього шару в момент часу τ_{k-1}, $\frac{\text{Дж}}{\text{м}^3 \cdot \text{К}}$; ρ – густина матеріалу стінки, $\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$.

Враховуючи, що $Q_k - Q_t = \Delta U$, отримаємо

$$\begin{aligned} \alpha_1 (T_г - T_{0,k-1}) \Delta y \Delta z \Delta \tau - \lambda\left(T_{0,k-1}\right) \frac{T_{0,k-1} - T_{1,k-1}}{\Delta x} \Delta y \Delta z \Delta \tau = \\ = C\left(T_{0,k-1}\right) \rho \left(T_{0,k} - T_{0,k-1}\right) \Delta x \Delta y \Delta z \ , \end{aligned} \quad (4)$$

Скоротимо рівняння (4) на $\Delta y \Delta z$ та розв’язуючи його відносно $T_{0,k}$, отримаємо

$$T_{0,k} = T_{0,k-1} + \frac{\alpha_1}{C(T_{0,k-1})} \left(\frac{\Delta \tau}{\Delta x}\right) (T_г - T_{0,k-1}) - \frac{\lambda(T_{0,k-1})}{C(T_{0,k-1}) \rho} \frac{\Delta \tau}{(\Delta x)^2} \left(T_{0,k-1} - T_{1,k-1}\right) , \quad (5)$$

2. Розглянемо процес передачі тепла всередині стінки між її шарами. Як було зазначено вище, ця задача належить до типу задач нестаціонарної теплопровідності. Диференціальне рівняння нестаціонарної теплопровідності має вигляд

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \left(\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2}\right) , \quad (6)$$

де $a = \frac{\lambda(T)}{C(T) * \rho}$ – коефіцієнт температуропровідності, $\frac{\text{м}^2}{\text{с}}$.

Оскільки стінка нагрівається по всій площі, то задачу можна розглядати як одновимірну

$$\frac{\partial T}{\partial \tau} = a \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} . \quad (7)$$

Запишемо це диференційне рівняння за допомогою методу кінцевих різниць. В межах і-го шару стінки температурна крива буде мати два нахили, і тому похідна по координаті буде мати два вирази

$$\left(\frac{\Delta \text{T}}{\Delta x}\right)_I = \frac{T_{i+1,k-1} - T_{i,k-1}}{\Delta x} \qquad \left(\frac{\Delta \text{T}}{\Delta x}\right)_{II} = \frac{T_{i,k-1} - T_{i-1,k-1}}{\Delta x} \ . \quad (8)$$

Для другої похідної по координаті отримаємо

$$\frac{\Delta^2 T}{\Delta x^2} = \frac{1}{\Delta x}\left(\left(\frac{\Delta \mathrm{T}}{\Delta x}\right)_I - \left(\frac{\Delta \mathrm{T}}{\Delta x}\right)_{II}\right) = \frac{1}{\Delta x^2}\left(T_{i+1,k-1} - 2T_{i,k-1} + T_{i-1,k-1}\right) \ . \qquad (9)$$

Похідна за часом від температури для і-го шару стінки має вигляд

$$\frac{\Delta T}{\Delta \tau} = \frac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{\Delta \tau} \ . \qquad (10)$$

Враховуючи вирази (9) та (10), диференціальне одновимірне рівняння теплопровідності (7) буде мати вигляд

$$\frac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{\Delta \tau} = a\frac{2}{\Delta x^2}\left(T_{i+1,k-1} - 2T_{i,k-1} + T_{i-1,k-1}\right) \ . \qquad (11)$$

Рівняння (11) розв'язуємо стосовно температури $T_{i,k}$

$$T_{i,k} = T_{i,k-1} + \frac{T_{i,k} - T_{i,k-1}}{\Delta \tau} = \frac{\lambda\left(T_{i,k}\right)}{C\left(T_{i,k}\right)\rho}\frac{1}{\Delta x^2}\left(T_{i+1,k-1} - 2T_{i,k-1} + T_{i-1,k-1}\right) \ . \qquad (12)$$

3. Розглянемо передачу тепла в зовнішньому шарі стінки, що межує з навколишнім середовищем.

Кількість теплоти, переданої останньому шару стінки шляхом теплопровідності, визначається за законом Фур'є

$$Q_T = \lambda\left(T_{n,k-1}\right)\frac{T_{n-1,k-1} - T_{n,k-1}}{\Delta x}\Delta y \Delta z \Delta \tau \ , \qquad (13)$$

де $\lambda\left(T_{n,k-1}\right)$ – коефіцієнт теплопровідності зовнішнього шару стінки при температурі зовнішнього шару стінки в момент часу τ_{k-1}.

Кількість теплоти, яка віддана зовнішнім шаром навколишньому середовищу шляхом конвекції, може бути розрахована за законом Ньютона-Ріхмана

$$Q_k = \alpha_2(T_{n,k-1} - T_0)\Delta y \Delta \mathrm{z} \Delta \tau \ , \qquad (14)$$

де α_2 – коефіцієнт теплообміну між поверхнею стінки та навколишнім середовищем, який залежить від температури стінки та зовнішнього середовища, $\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2 \cdot \text{К}}$; $T_{0,}$ – температура зовнішнього середовища.

Зміна внутрішньої енергії зовнішнього шару стінки може бути розрахована за допомогою формули:

$$\Delta U = C\left(T_{n,k-1}\right)\rho(T_{n,k} - T_{n,k-1})\Delta x \Delta y \Delta z \ . \qquad (15)$$

де $C\left(T_{n,k-1}\right)$ – питома масова теплоємність зовнішнього шару стінки при температурі зовнішнього шару в момент часу τ_{k-1}; ρ – густина матеріалу стінки.

Враховуючи, що Q_t - Q_k=ΔU та виконавши скорочення на величину елемента площі $\Delta y \Delta z$, отримаємо

$$\begin{aligned}\lambda\left(T_{n,k-1}\right)\frac{T_{n-1,k-1} - T_{n,k-1}}{\Delta x}\Delta \tau - \alpha_2(T_{n,k-1} - T_{0,})\Delta \tau -= \\ = C\left(T_{n,k-1}\right)\rho\left(T_{n,k} - T_{n,k-1}\right)\Delta x \ .\end{aligned} \qquad (16)$$

Розв'язуємо рівняння (16) відносно температури $T_{n,k}$

$$T_{n,k} = T_{n,k-1} + \frac{\lambda(T_{n,k-1})}{C(T_{n,k-1})\rho}\frac{\Delta \tau}{(\Delta x)^2}\left(T_{n-1,k-1} - T_{n,k-1}\right) - \frac{\alpha_2}{C(T_{\mathrm{h},k-1})}\frac{\Delta \tau}{\Delta x}\left(T_{n,k-1} - T_0\right) \qquad (17)$$

Таким чином, використовуючи метод кінцевих різниць отримаємо три рівняння (5), (12), (17), за допомогою яких можна розрахувати температуру у стінці в будь-який момент часу. Для проведення відповідного розрахунку створена відповідна програма, яка дає змогу швидко і з високою точністю виконати розрахунок температур.

Як приклад розглянемо розв'язок такої задачі: одна з поверхонь бетонної стінки товщиною δ = 15см, в умовах пожежі обігрівається продуктами горіння, температура яких змінюється з часом за формулою $T_г = 280 \log(8\tau/60+1)$, де τ – час в секундах. Температура стінки до пожежі та навколишнього середовища T_0 = 15 ºC. Необхідно розрахувати температурне поле за товщиною стінки протягом однієї години. Встановити, чи досягне температура прогріву арматури допустимого значення $T_{доп.}$ = 520 ºC, якщо вона захищена шаром бетону товщиною 2 см.

Для розв'язання цієї задачі скористаємося такими даними: залежність коефіцієнта теплопровідності бетону від температури задана функцією $\lambda(T) = 1{,}05 - 5{,}8 * 10^{-4} *T$ Вт/м ºC, густина бетону ρ=1900 кг/м^3; залежність питомої масової теплоємності бетону від температури, $C(T) = 770+0{,}63\ T$ Дж/кг ^{0}C; залежність коефіцієнта теплообміну між продуктами горіння та поверхнею, яка нагрівається : $\alpha_1\ (T_2) = 11{,}63\ \exp(0{,}0023\ T_2)$. Коефіцієнт теплообміну між необігрітою поверхнею стінки та зовнішнім середовищем $\alpha_2\ (T) = 4{,}05(T–T_0)^{0{,}333}$.

Для проведення відповідного розрахунку використані наведені вище формули та створена відповідна програма в середовищі програмування MathCad 14, яка дає змогу швидко і з високою точністю виконати відповідний розрахунок.

Як відомо, чим менший крок сканування, тим вища точність розрахунку. Тому крок зміни часу вибрано 10 с (інтервал зміни часу 360), а крок зміни товщини стінки 0,5 см (інтервал зміни товщини 30). Повний результат розрахунку температурного поля в стінці з інтервалом часу в 10 секунд та інтервалом товщини стінки 0,005 м надто громіздкий. Однак його скорочений варіант наведений в таблиці 1 та на відповідних графіках (рисунки 1-4).

Таблиця 1

Залежність температури бетонної стінки (^{0}C) при пожежі від її товщини та часу

τ, год / δ, см	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9	1,0
0	15	115	262	344	408	459	501	537	567	593	616
2	15	40	96	152	203	248	278	322	353	381	406
4	15	18	36	64	96	127	157	186	212	237	259
6	15	15	19	29	46	64	83	104	123	143	161
8	15	15	15	18	24	34	45	58	71	85	99
10	15	15	15	15	18	22	27	34	42	51	61
12	15	15	15	15	16	17	19	23	27	33	39
14	15	15	15	15	15	16	17	19	21	25	29
15	15	15	15	15	15	15	16	18	20	23	27

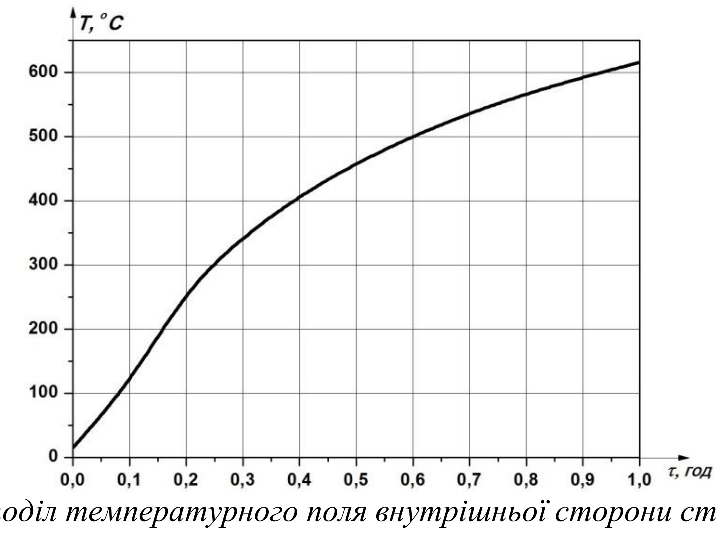

***Рисунок 1** – Розподіл температурного поля внутрішньої сторони стінки в умовах реальної пожежі протягом 1 години*

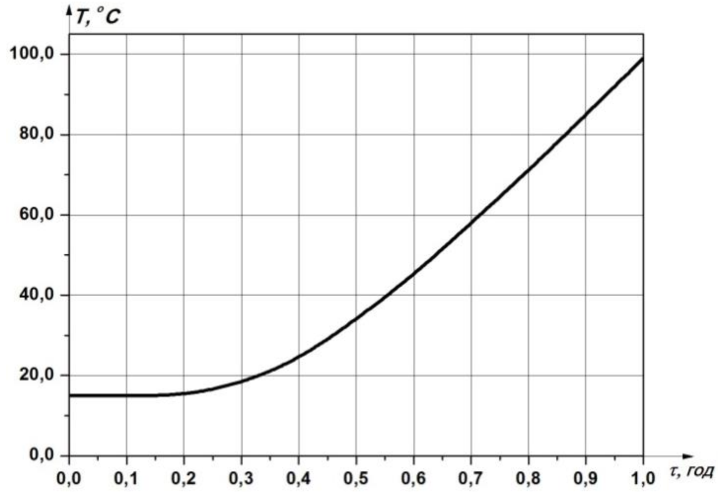

Рисунок 2 – Розподіл температурного поля всередині бетонної стінки в умовах реальної пожежі протягом 1 год

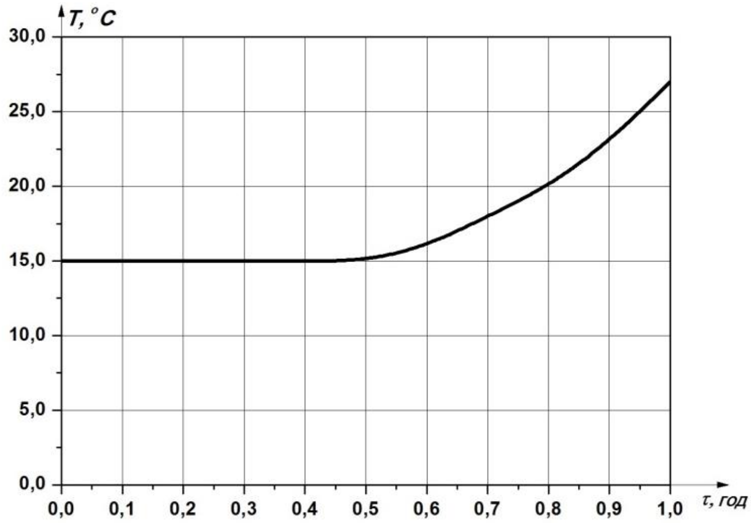

***Рисунок 3** – Розподіл температурного поля зовнішньої сторони бетонної стінки в умовах реальної пожежі протягом 1 год*

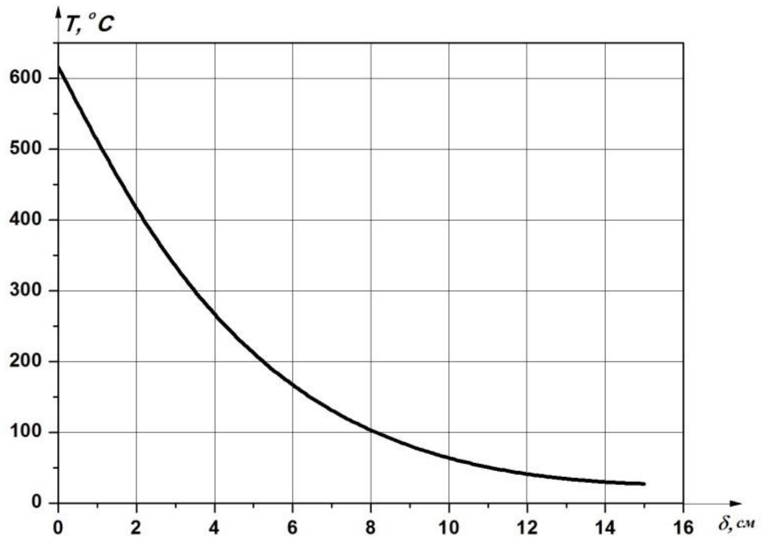

***Рисунок 4** – Графік розподілу температурного поля в бетонній стінці через 1 годину після виникнення пожежі*

Як бачимо з результатів проведених розрахунків (таблиця 1), а також з приведеного графіка (рисунок 4), в умовах пожежі протягом однієї години температура арматури в бетонній стінці буде меншою за допустимою, отже можна зробити позитивний висновок щодо її стійкості.

Окрім цього, як видно з наведеного графіка температура зовнішньої сторони стінки є незначаною (рисунок 3).

Таким чином, бетонна стінка з вказаними параметрами відповідає вимогам пожежостійкості та міцності.

Висновки

Використовуючи запропоновану методику можна дослідити температурне поле в плоскій будівельній конструкції, яке змінюється з часом. При цьому враховуються теплофізичні характеристики, матеріалу з якого виготовлена стінка.

Список літератури:

1. Астапенко В. М., Кошмаров Ю. А., Молчадський И. С. Термогазодинамика пожаров в помещениях: – М.: Стройиздат, 1988. – 488 с.
2. Самарский А. А., Вабищевич П. Н. Вычислительная теплопередача: – М.: Едиториал УРСС, 2003. – 784 с.
3. Величко Л. Д., Лозинський Р. Я., Семерак М. М Термодинаміка та теплопередача в пожежній справі.: – Львів: Видавництво «СПОЛОМ», 2011. – 504 с.
4. Романенко П. Н., Бубырь Н. Ф., Башкирцев М. П. Теплопередача в пожарном деле. – М.: ВШ МВД СССР, 1969. – 425 с.
5. Глущенко Л. Ф., Маторин А. С., Лисицкий Н. Ф. Теплотехника в строительстве и строительном производстве. – К.: Висшая школа, 1991. – 295 с.

References:

1. Astapenko V. M., Koshmarov Y. A., Molchads'kiy I. S. Termogazodinamika pozharov v pomeshcheniyakh: – M.:Stroyizdat, 1988. – 488 s.
2. Samarskiy A. A., Vabishchevich P. N. Vychislitel'naya teploperedacha: – M.: Yeditorial URSS, 2003. – 784 s.
3. Velichko L. D., Lozins'kiy R. YA., Semerak M. M Termodinamíka ta teploperedacha v pozhezhníy spraví.: – L'vív: Vidavnitstvo «SPOLOM», 2011. – 504 s.
4. Romanenko P. N., Bubyr' N. F., Bashkirtsev M. P. Teploperedacha v pozharnom dele. – M.: VSH MVD SSSR, 1969. – 425 s.
5. Glushchenko L. F., Matorin A. S., Lisitskiy N. F. Teplotekhnika v stroitel'stve i stroitel'nom proizvodstve. – K.: Visshaya shkola, 1991. – 295 s.

❖❖❖