Вісник ЛДУБЖД

Bulletin of Lviv State University of Life Safety

ISSN 2078-4643
https://journal.ldubgd.edu.ua/index.php/Visnuk/
УДК 614.841.34
DOI: 10.32447/20784643.20.2019.10

Р.М. Тацій, О.Ю. Пазен, С.Я. Вовк
Львівський державний університет безпеки життєдіяльності

ВИЗНАЧЕННЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ У СУЦІЛЬНОМУ КРУГЛОМУ ЦИЛІНДРІ ЗА УМОВ ПОЖЕЖІ

Запропонована робота присвячена застосуванню прямого методу до дослідження процесів теплообміну в суцільній однорідній циліндричній конструкції за умови наявності конвективного теплообміну з навколишнім середовищем, тобто виконуються крайові умови третього. Припускається, що закон зміни температури навколишнього середовища, яке омиває приповерхневий шар конструкції, є довільною функцією часу. Ця функція рівномірно розподілена по поверхні так, що ізотерми всередині конструкції являють собою коаксіальні циліндричні поверхні, тобто температурне поле всередині циліндра залежить лише від радіуса r та часу τ.

Розв’язування такої задачі проводиться шляхом застосування методу редукції, коли вихідна задача зображується у вигляді суми двох невідомих але взаємозв’язаних функцій. При цьому встановлено, що розв’язок відповідної квазістаціонарної задачі не залежить від радіуса r, та дорівнює закону зміни температури навколишнього середовища.

Надалі розв’язується відповідна неоднорідна задача, основним етапом якої є задача на власні значення, що отримана після застосування методу відокремлення змінних Фур’є. Стандартною процедурою отримано та розв’язано характеристичне рівняння для визначення власних значень і побудовано відповідні їх власні функції. Для побудови розв’язку неоднорідної задачі використано метод власних функцій Фур’є.

Встановлено, що коли у момент часу τ=0 початковий розподіл температурного поля конструкції та температура навколишнього середовища збігаються, розв’язок вихідної задачі значно спрощується.

Для ілюстрації запропонованого методу розв’язано модельний приклад про знаходження розподілу температурного поля у залізобетонній однорідній колоні круглого перерізу за умов впливу температурного режиму вуглеводневої пожежі. Результати обчислень представлені у вигляді графіка зміни температури залежно від часу. Чисельна реалізація методу проводилась за допомогою системи комп’ютерної алгебри Maple 13. Слід зауважити, що задля досягнення результату із заданою точністю було використано 30 перших коренів характеристичного рівняння.

Отримані у роботі результати мають безпосереднє застосування у ряді прикладних задач.

Ключові слова: суцільний круглий циліндр, прямий метод, теплообмін.

Постановка проблеми та аналіз літературних джерел. Дослідження процесів теплообміну в циліндричних тілах актуальні, оскільки вони являються елементами будівельних конструкцій (так, наприклад, колони круглого поперечного перерізу). Розв’язування математичних моделей таких процесів можна реалізувати різними методами, найбільш розповсюдженими з яких є метод Фур’є та методи інтегральних перетворень (наприклад, перетворення Лапласа). Вибір оптимального методу розв’язування конкретної задачі залежить від багатьох факторів. Якщо в крайових умовах температура навколишнього середовища є величиною сталою, то доцільно застосовувати метод відокремлення змінних Фур’є, оскільки він найшвидше приводить до цілі [1].

Якщо ж температура навколишнього середовища залежить від часу, то слід застосовувати метод перетворення Лапласа. Основним недоліком цього методу є знаходження оберненого перетворення, що само по собі є задачею складною, а інколи й проблематичною. Крім того, якщо згадана вище функція зміни температури навколишнього середовища не є оригіналом, то цей метод взагалі неможливо застосувати.

Згадані проблеми можна легко оминути, застосовуючи так званий *прямий метод*, що детально розроблений і описаний в роботах [2-5].

Інформація про авторів:

Тацій Роман Мар’янович, *завідувач кафедри прикладної математики і механіки, доктор фізико-математичних наук, професор, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності*
roman.tatsiy@gmail.com, +380679360562.

Пазен Олег Юрійович, *докторант денної форми навчання докторантури, кандидат технічних наук, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності*
opazen@gmail.com, +380977186404.

Вовк Сергій Ярославович, *доцент кафедри наглядово-профілактичної діяльності та пожежної автоматики, кандидат технічних наук, Львівський державний університет безпеки життєдіяльності*
sergiy_vovk@ukr.net, +380976094067.

Постановка задачі та її математична модель. Розглядається необмежений циліндр радіусом $r = R$ та задано радіальний розподіл температурного поля у вигляді деякої константи t_0. Вважається, що ізотерми всередині циліндра являють собою коаксіальні циліндричні поверхні, тобто температурне поле всередині циліндра залежить лише від радіуса r та часу τ. Припускається також, що циліндр виготовлений з ізотропного матеріалу і наділений своїми коефіцієнтом теплопровідності λ, питомою теплоємністю c, та густиною ρ. На зовнішній поверхні циліндра ($r = R$) відбувається конвективний теплообмін з навколишнім середовищем (температура якого змінюється за деяким законом $\psi(\tau)$ та з коефіцієнтом теплообміну α), тобто виконуються крайові умови третього роду. Необхідно знайти розподіл нестаціонарного температурного поля $t(r,\tau)$.

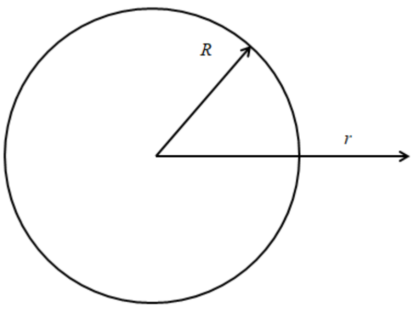

Рисунок 1 – Діаметральний переріз суцільної однорідної колони

Така постановка задачі зводиться до розв'язування диференціального рівняння теплопровідності [1]

$$c\rho\frac{\partial t(r,\tau)}{\partial\tau} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\frac{\partial t(r,\tau)}{\partial r}\right). \quad (1)$$

Оскільки, на поверхні циліндра існує конвективний теплообмін з навколишнім середовищем, то виконується крайова умова третього роду

$$-\lambda\frac{\partial t}{\partial r}(R,\tau) = \alpha\left(t(R,\tau) - \psi(\tau)\right). \quad (2)$$

Початкову умову запишемо у вигляді

$$t(r,0) = t_0 = const\,. \quad (3)$$

Розв'язок задачі (1)-(3) шукатимемо прямим методом, схема якого детально описана, наприклад, у роботах [2, 4]. Згідно з цим методом, шуканий розв'язок зображується у вигляді суми двох взаємозв'язаних функцій

$$t(r,\tau) = u(r,\tau) + v(r,\tau). \quad (4)$$

Будь яку з функцій $u(r,\tau)$ або $v(r,\tau)$ можна вибрати спеціальним чином, тоді інша визначатиметься однозначно.

Вибір функції $u(r,\tau)$ та мішана задача для $v(r,\tau)$. Визначимо функцію $u(r,\tau)$ як розв'язок крайової квазістаціонарної задачі [2]

$$\frac{1}{r}\left(r\lambda u'\right)' = 0\,, \quad (5)$$

$$-\lambda\frac{\partial u}{\partial r}(R,\tau) = \alpha\left(u(R,\tau) - \psi(\tau)\right). \quad (6)$$

Загальний розв'язок рівняння (5) має вигляд

$$u(r,\tau) = C_1 + C_2\ln(r)\,.$$

Оскільки цей розв'язок повинен бути обмежений при $r = 0$, то слід покласти $C_2 = 0$ і, отже залишиться лише

$$u(r,\tau) = C_1\,, \quad (7)$$

де C_1 – деяка стала по відношенню до змінної *r*. Для її визначення використаємо крайову умову (6)

$$-\lambda C_1' = \alpha\left(C_1 - \psi(\tau)\right) \Rightarrow 0 = \alpha\left(C_1 - \psi(\tau)\right). \quad (8)$$

Звідси випливає що $C_1 = \psi(\tau)$, а, отже, розв'язок задачі (5), (6) має вигляд

$$u(r,\tau) = \psi(\tau)$$

і не залежить від радіуса *r*.

Задача для функції $v(r,\tau)$. Застосувавши формулу (4) до рівняння (1) одержимо

$$c\rho\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial\tau} + c\rho\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial\tau} = \\ = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial r}\right) + \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial r}\right). \quad (9)$$

Оскільки $u(r,\tau)$ – розв'язок задачі (5)-(6), то у (9) слід врахувати, що $\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\frac{\partial u_l(r,\tau)}{\partial r}\right) \equiv 0$ Отже приходимо до неоднорідного диференціального рівняння для визначення функції $v(r,\tau)$ [2]

$$c\rho\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial\tau} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial r}\right) - c\rho\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial\tau}. \quad (10)$$

Зауважмо, що функція $-c\rho\frac{\partial u(r,\tau)}{\partial\tau}$ у правій частині (10) є відомою, оскільки відома функція $u(r,\tau) = \psi(\tau)$ як розв'язок задачі (5), (6). Рівняння (10) набуде вигляду

$$c\rho\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial\tau} = \frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\lambda\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial r}\right) - c\rho\psi'(\tau).$$

Функція $u(r,\tau)$ справджує крайову умову (6), тому з формули (4) отримуємо крайову умову для функції $v(r,\tau)$

$$\alpha\left(v(R,\tau)\right) + \lambda\frac{\partial v}{\partial r}(R,\tau) = 0\,. \quad (11)$$

Початкова умова виглядатиме так:

$$v(r,0) = f(r) \equiv t_0 - u(r,0) = t_0 - \psi(0)\,. \quad (12)$$

Отже, оскільки відомий розв'язок $u(r,\tau)$ задачі (5), (6), функція $v(r,\tau)$ є розв'язком мішаної задачі (10)–(12).

Задачі на власні значення. Шукатимемо нетривіальні розв'язки однорідного диференціального рівняння

$$\frac{c\rho}{\lambda}\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial \tau}=\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}\left(r\frac{\partial v(r,\tau)}{\partial r}\right), \quad (13)$$

що задовольняє крайову умову (11) методом відокремлення змінних у вигляді [6]

$$v(r,\tau)=e^{-\omega\tau}\cdot y(r), \quad (14)$$

де $\omega>0$ – параметр, а $y(r)$ – невідома функція.

Підставляючи праву частину (14) у рівняння (13) та крайові умови (11) отримуємо диференціальне рівняння

$$-\frac{c\rho\omega}{\lambda}y(r)=\frac{1}{r}\left(ry'(r)\right)'\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\frac{1}{r}\left(ry'\right)'+\frac{\omega c\rho}{\lambda}R=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\left(ry'\right)'+\frac{\omega c\rho}{\lambda}rR=0,$$

або позначивши $\frac{\omega c\rho}{\lambda}=\beta^2$, диференціальне рівняння Бесселя з параметром β^2

$$\left(ry'\right)'+\beta^2 ry=0\,, \quad (15)$$

з крайовою умовою

$$\alpha y(R)+\lambda y'(R)=0. \quad (16)$$

Задача (15), (16) – класична задача на власні значення, де необхідно знайти значення параметра ω (власні значення ω_k) при яких існують відповідні їм нетривіальні розв'язки (власні функції) $y_k\left(r,\omega_k\right)$. Властивості власних значень та власних функцій такої задачі детально вивчено та описано, наприклад, у роботі [6].

Загальний розв'язок рівняння (15) має вигляд

$$y(r)=d\cdot J_0\left(\beta r\right)+k\cdot Y_0\left(\beta r\right),$$

де J_0 та Y_0 – функції Бесселя та Неймана нульового порядку відповідно. Оскільки $Y_0\left(\beta r\right)$ – необмежена при $r=0$, то слід покласти $k=0$ і, отже, отримуємо

$$y(r)=d\cdot J_0\left(\beta r\right). \quad (17)$$

Підставивши розв'язок (17) у крайові умови (16) отримаємо

$$\alpha y(R)+\lambda y'(R)=0\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\alpha dJ_0\left(\beta R\right)-\lambda d\beta J_1\left(\beta r\right)=0,$$

або скоротивши останнє на d

$$\alpha J_0\left(\beta R\right)-\lambda\beta J_1\left(\beta r\right)=0\,, \quad (18)$$

де J_1 – функція Бесселя першого роду першого порядку.

Рівняння (18) – характеристичне рівняння задачі на власні значення (15), (16).

Власні функції $y_k\left(r,\omega_k\right)$, мають вигляд

$$y_k\left(r,\omega_k\right)=d\cdot J_0\left(\beta_k r\right).$$

Поклавши, наприклад, $d=1$, приймемо

$$y_k\left(r,\omega_k\right)=J_0\left(\beta_k r\right). \quad (19)$$

Розвинення в ряди Фур'є за власними функціями $y_k\left(r,\omega_k\right)$.

Розвинемо функцію $\psi'(\tau)$ за власними функціями $y_k\left(r,\omega_k\right)$, тобто

$$\psi'(\tau)=\sum_{k=1}^{\infty}\gamma_k(\tau)\cdot y_k\left(r,\omega_k\right)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow\psi'(\tau)=\sum_{k=1}^{\infty}\gamma_k(\tau)\cdot J_0\left(\beta_k r\right), \quad (20)$$

де $\gamma_k(\tau)$ – коефіцієнти Фур'є. Для їх знаходження домножимо обидві частини (20) на $rJ_0\left(\beta_k r\right)$ та проінтегруємо їх від 0 до R

$$\int_0^R\psi'(\tau)\cdot r\cdot J_0\left(\beta_k r\right)dr=\gamma_k(\tau)\cdot\int_0^R r\cdot J_0^2\left(\beta_k r\right)dr\,.$$

Звідси знаходимо, що

$$\gamma_k(\tau)=\frac{\int_0^R\psi'(\tau)\cdot r\cdot J_0\left(\beta_k r\right)dr}{\int_0^R r\cdot J_0^2\left(\beta_k r\right)dr}=\frac{\psi'(\tau)\cdot\int_0^R r\cdot J_0\left(\beta_k r\right)dr}{\int_0^R r\cdot J_0^2\left(\beta_k r\right)dr}.$$

Обчисливши відповідні інтеграли

$$\int_0^R r\cdot J_0\left(\beta_k r\right)dr=\frac{RJ_1\left(\beta_k R\right)}{\beta_k}\,,$$

$$\int_0^R r\cdot J_0^2\left(\beta_k r\right)dr=\frac{R^2(J_1^2\left(\beta_k R\right)+J_0^2\left(\beta_k R\right)}{2}\,,$$

отримуємо формулу для визначення коефіцієнтів $\gamma_k(\tau)$

$$\gamma_k(\tau)=\frac{\psi'(\tau)\cdot\frac{RJ_1\left(\beta_k R\right)}{\beta_k}}{\frac{R^2(J_1^2\left(\beta_k R\right)+J_0^2\left(\beta_k R\right)}{2}}=$$

$$=\frac{2\psi'(\tau)\cdot RJ_1\left(\beta_k R\right)}{\beta_k R^2(J_1^2\left(\beta_k R\right)+J_0^2\left(\beta_k R\right)} \quad (21)$$

Побудова розв'язку функції $v(r,\tau)$ Для розв'язання задачі (10)-(12) застосуємо метод власних функцій [7], який полягає в тому, що розв'язок цієї задачі шукаємо у вигляді

$$v(r,\tau)=\sum_{k=1}^{\infty}T_k(\tau)\cdot y_k\left(r,\omega_k\right), \quad (22)$$

де $T_k(\tau)$ – невідомі функції, які визначимо далі.

Підставивши (22) у (10), отримаємо рівність

$$c\rho\cdot\sum_{k=1}^{\infty}T_k'(\tau)\cdot y_k(r,\omega_k)=$$

$$=\frac{1}{r}\left(r\lambda\sum_{k=1}^{\infty}T_k(\tau)\cdot y_k'(r,\omega_k)\right)'-c\rho\psi'(\tau)\Rightarrow$$

$$\Rightarrow c\rho\cdot\sum_{k=1}^{\infty}T_k'(\tau)\cdot y_k(r,\omega_k)= \tag{23}$$

$$=\lambda\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{r}T_k(\tau)\cdot\left(ry_k'(r,\omega_k)\right)'-c\rho\psi'(\tau).$$

Враховуючи рівність (15)

$$\left(ry_k(r,\omega_k)'\right)'=-\frac{\omega_k c\rho}{\lambda}ry_k(r,\omega_k),$$

отримаємо

$$c\rho\cdot\sum_{k=1}^{\infty}T_k'(\tau)\cdot y_k(r,\omega_k)=\lambda\sum_{k=1}^{\infty}\frac{1}{r}T_k(\tau)\cdot\left(-\frac{\omega_k c\rho}{\lambda}ry_k(r,\omega_k)\right)-c\rho\psi'(\tau)\Rightarrow$$
$$\Rightarrow\sum_{k=1}^{\infty}T_k'(\tau)\cdot y_k(r,\omega_k)=-\sum_{k=1}^{\infty}T_k(\tau)\cdot\omega_k y_k(r,\omega_k)-\psi'(\tau), \tag{24}$$

а з урахуванням розвинення (20)

$$\sum_{k=1}^{\infty}\left(T_k'(\tau)+T_k(\tau)\omega_k+\gamma_k(\tau)\right)\cdot y_k(r,\omega_k)=0. \tag{25}$$

Прирівнюючи коефіцієнти Фур'є ряду (25) до нуля, прийдемо до нескінченної сукупності диференціальних рівнянь

$$T_k'(\tau)+\omega_k T_k(\tau)+\gamma_k(\tau)=0,\quad k=1,2,3,.... \tag{26}$$

Загальний розв'язок диференціального рівняння (26) при кожному k має вигляд

$$T_k(\tau)=C_k\cdot e^{-\omega_k\tau}-\int_0^{\tau}e^{-\omega_k(\tau-s)}\cdot\gamma_k(s)ds, \tag{27}$$

де C_k – невідомі сталі.

Для їх визначення зауважимо, що функцію $f(r)$ з початкової умови (12) також можна розвинути в ряд Фур'є за власними функціями крайової задачі (10)-(12), тобто

$$v(r,0)=f(r)=\sum_{k=1}^{\infty}f_k y_k(r,\omega_k), \tag{28}$$

де f_k – відповідні коефіцієнти Фур'є.

З формули (27) випливає, що при $\tau=0$

$$T_k(0)=C_k, \tag{29}$$

а на основі зображення (22) маємо

$$v(r,0)=\sum_{k=1}^{\infty}T_k(0)\cdot y_k(r,\omega_k). \tag{30}$$

Порівнюючи (28), (29) і (30), приходимо до висновку, що $C_k=f_k$.

Отже, остаточно отримуємо розв'язок мішаної задачі (10)-(12) у вигляді ряду

$$v(r,\tau)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[f_k\cdot e^{-\omega_k\tau}-\int_0^{\tau}e^{-\omega_k(\tau-s)}\gamma_k(s)ds\right]\cdot y_k(r,\omega_k), \tag{31}$$

Коефіцієнти Фур'є f_k розвинення (28) обчислюються за формулою

$$f_k=\frac{\int_0^R f(r)\cdot r\cdot J_0(\beta_k r)dr}{\int_0^R r\cdot J_0^2(\beta_k r)dr}=\frac{2(t_0-\psi(0))\cdot RJ_1(\beta_k R)}{\beta_k R^2(J_1^2(\beta_k R)+J_0^2(\beta_k R)} \tag{32}$$

Враховуючи формули (21) та (32) отримуємо остаточний результат у вигляді

$$v(r,\tau)=\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{2J_0(\beta_k r)J_1(\beta_k R)}{\beta_k R(J_1^2(\beta_k R)+J_0^2(\beta_k R)}\left((t_0-\psi(0))\cdot e^{-\omega_k\tau}-\int_0^{\tau}e^{-\omega_k(\tau-s)}\psi'(s)ds\right)\right], \tag{33}$$

Слід зауважити, що якщо $t_0\equiv\psi(0)$ то формула (33) значно спроститься (що зустрічається у значній кількості прикладних задач):

$$v(r,\tau)=-\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{2J_0(\beta_k r)J_1(\beta_k R)\int_0^{\tau}e^{-\omega_k(\tau-s)}\psi'(s)ds}{\beta_k R(J_1^2(\beta_k R)+J_0^2(\beta_k R)}\right],$$

На основі зображення (4), отримаємо розв'язок задачі (1)-(3)

$$t(r,\tau)=\psi(\tau)+$$
$$+\sum_{k=1}^{\infty}\left[\frac{2J_0(\beta_k r)J_1(\beta_k R)}{\beta_k R(J_1^2(\beta_k R)+J_0^2(\beta_k R)}\left((t_0-\psi(0))\cdot e^{-\omega_k\tau}-\int_0^{\tau}e^{-\omega_k(\tau-s)}\psi'(s)ds\right)\right]$$

Модельний приклад. Розглянемо задачу про нагрівання суцільної однорідної колони (круглого поперечного перерізу). Для конкретності вважатимемо, що ця колона виготовлена із залізобетону з такими геометричними та теплофізичними характеристиками: радіус колони – $R=0{,}15\,м$, коефіцієнт теплопровідності – $\lambda=1{,}55\frac{\text{Вт}}{\text{м}\cdot{}^{o}\text{C}}$, питома теплоємність – $c=770\frac{\text{Дж}}{\text{кг}\cdot{}^{o}\text{C}}$, густина – $\rho=2200\frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$. У початковий момент часу температура конструкції та навколишнього середовища становить 20 ^{0}C. Навколо конструкції розпочинається пожежа, температура якої змінюється за температурним режимом вуглеводневої пожежі $\psi(\tau)=1080\left(1-0{,}325e^{-0{,}167\tau}-0{,}675e^{-2{,}5\tau}\right)+20$ [8]. Температура середовища всередині колони є незмінною, та становить 20 ^{0}C. Коефіцієнти теплообміну між поверхнею колони та середовищем пожежі становить $\alpha=50\frac{\text{Вт}}{\text{м}^2\cdot{}^{o}\text{C}}$

Результати розрахунків наведено на рис 2.

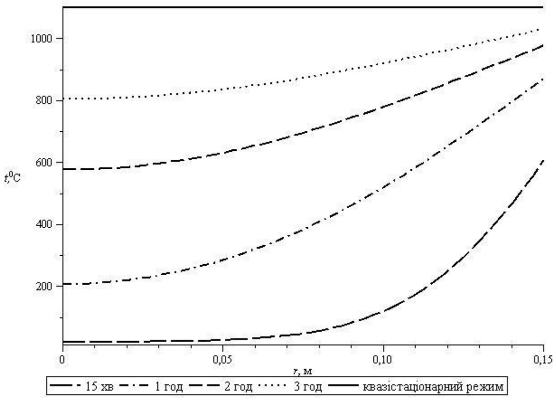

Рисунок 2 – Нагрівання суцільної однорідної колони

Висновки. Вперше застосовано прямий метод до розв'язування поставленої задачі. Отримані результати мають безпосереднє застосування у ряді прикладних задач. Поставлена задача (1)–(3) описує процеси теплообміну (як нагрівання так і охолодження) у суцільній однорідній циліндричній конструкції з урахуванням крайових умов третього роду. Зміна крайової умови на будь які інші (наприклад першого роду) абсолютно не впливає на схему розв'язування поставленої задачі.

Список літератури:

1. Лыков А.В. Теория теплопроводности. М. : Высшая школа, 1967. 600 с.

2. Pazen O. Yu.,Tatsii R. M. Direct (classical) method of calculation of the temperature field in a hollow multilayer cylinder, *Journal of Engineering Physics and Thermophysics*, Volume 91, Issue 6, pp. 1373-1384, 2017. DOI 10.1007/s10891-018-1871-3.

3. Тацій Р. М., Пазен О.Ю., Шипот Л.С. Визначення нестаціонарного температурного поля в системі двох циліндричних тіл за умов пожежі. *Збірник наукових праць Пожежна безпека.* Львів. 2019. № 34. С. 84-90. DOI: 10.32447/20786662.34.2019.14

4. Таций Р. М., Стасюк М.Ф., Власий О.О. Пазен О.Ю. A direct method of temperature field research in a multilayer pipe in the event of fire. *Вестник Кокшетауского технического института КТИКЧС МВД Республики Казахстан* . Кокшетау. 2018. № 31. С. 53-63.

5. Tatsii R. Stasiuk M. Pazen O. Vovk S. Modeling of boundary-value problems of heat conduction for multilayered hollow cylinder, *International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology*, pp. 21-25, 2018. DOI: 10.1109/INFOCOMMST.2018.8632131.

6. Арсенин В. Я. *Методы математической физики.* Москва: Наука, 1974.

7. Тихонов А. Н., Самарский А. А. *Уравнения математической физики*. Москва: Наука, 1977.

8. EN 1991-1-2 (2002) (English): Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-2: General actions – Actions on structures exposed to fire [Authority: The European Union Per Regulation 305/2011, Directive 98/34/EC, Directive 2004/18/EC].

Reference:

1. Lykov, A.V. Teoriia teploprovodnosti [The theory of heat conduction]. Mockow : Vysshaia shkola, 1967. USSS.

2. Pazen O. Yu., Tatsii R. M. Direct (classical) method of calculation of the temperature field in a hollow multilayer cylinder. *Journal of Engineering Physics and Thermophysics.* 2018. vol. 91, no. 6. pp. 1373-1384. DOI 10.1007/s10891-018-1871-3.

3. Tatsii R. M., Pazen O.Yu., Shypot L.S. Vizualizatsiya nestatsionarnogo temperaturnogo polya v sistemakh dvudol'nykh i umnykh lyudey [Determination of the non-stationary temperature field in the system of two cylindrical shell under the fire conditions]. *Zbírnik naukovikh prats' Pozhezhna bezpeka.* L'vív. 2019. № 34. S. 84-90. DOI:10.32447/20786662.34.2019.14

4. Tatsii R. M., Stasiuk M.F., Vlasii O.O. Pazen O.Yu. A direct method of temperature field research in a multilayer pipe in the event of fire. *Vestnik Kokshetauskogo tekhnicheskogo instituta KTIKCHS MVD Respubliki Kazakhstan.* Kokshetau. 2018. № 31. S. 53-63.

5. Tatsii R. Stasiuk M. Pazen O. Vovk S. Modeling of boundary-value problems of heat conduction for multilayered hollow cylinder, *International Scientific-Practical Conference Problems of Infocommunications. Science and Technology*, pp. 21-25, 2018. DOI: 10.1109/INFOCOMMST.2018.8632131.

6. Arsenin, V.Ya. Metody matematicheskoii fizyky [Methods of Mathematical physics]. Moscow : Nauka, 1974. USSR.

7. Tihonov, A.N. and Samarskii, A.A. Uravnenie matematicheskoii fizyky [Mathematical physics equation]. Moscow : Nauka, 1977. USSR.

8. EN 1991-1-2 (2002) (English): Eurocode 1: Actions on structures – Part 1-2: General actions – Actions on structures exposed to fire [Authority: The European Union Per Regulation 305/2011, Directive 98/34/EC, Directive 2004/18/EC].

R.M. Tatsii, O.Y. Pazen, S.Ya. Vovk

DETERMINATION OF TEMPERATURE FIELD IN A SOLID CIRCULAR CYLINDER IN THE FIRE

The proposed work is devoted to the application of the direct method to the study of heat transfer processes in a solid homogeneous cylindrical structure in the presence of convective heat exchange with the environment, that is, the boundary conditions of the third. It is assumed that the law of change of ambient temperature, which washes the surface layer of the structure, is an arbitrary function of time. This function is uniformly distributed over the surface such that the isotherms inside the structure are coaxial cylindrical surfaces, that is, the temperature field inside the cylinder depends only on the radius r and the time τ.

This problem is solved by applying the reduction method, when the original problem is represented by the sum of two unknown but related functions. It is found that the solution of the corresponding quasi-stationary problem does not depend on the radius r and is equal to the law of change of the ambient temperature.

In the following, the corresponding inhomogeneous problem is solved, the main stage of which is the eigenvalue problem obtained after applying the Fourier variable method. As a standard procedure, a characteristic equation is obtained and the eigenvalues are determined and their own functions are constructed. The Fourier method was used to construct a nonuniform problem solution.

It is found that when at the time $\tau = 0$ the initial distribution of the structural temperature field and the ambient temperature coincide, the solution of the original problem is greatly simplified.

To illustrate the proposed method, a model example of finding the distribution of the temperature field in a reinforced concrete homogeneous column of a circular cross section under the conditions of the temperature of the hydrocarbon fire is solved. The results of the calculations are presented as a graph of temperature change as a function of time. The numerical implementation of the method was performed using the Maple 13. computer algebra system. It should be noted that the first 30 roots of the characteristic equation were used to achieve the result with the given accuracy.

The results obtained are directly applicable in a number of applications.

Keywords: solid round cylinder, direct method, heat transfer.

***Науково-методична стаття**