

2. Указ Президента України від 20.10.2005 № 1497/2005 "Про першочергові завдання щодо впровадження новітніх інформаційних технологій" // Урядовий кур'єр. - 2005.- № 11(207).

3. Луганский А.М., Орлов П.И. Поиски новой информационно-библиотечно-образовательной парадигмы.//Материалы Международной конференции "Образование и виртуальность - 2001". - Ялта, 2001.

4. Фомин В.И., Членов А.Н., Буцынская Т.А. Разработка контрольно-обучающих программ по дисциплине «Производственная и пожарная автоматика» // Материалы пятнадцатой научно-технической конференции "Системы безопасности" - СБ-2006. – М.: Академия ГПС МЧС России, 2006. – С. 258-260.

5. Центр технологій дистанційного навчання ХНУРЕ – Харківський національний університет радіоелектроніки: <http://ctde.kture.kharkov.ua/>

6. MA / Postgraduate Diploma in Health Care Ethics and Law by distance learning. www.law.manchester.ac.uk/postgraduate/admissions/mabydl.htm

7. MSc Child Forensic Studies: Psychology and Law www.port.ac.uk/courses/coursetypes/postgraduate/MScChildForensicStudiesPsychologyAndLaw/

8. De Montfort University. Business Law by Distance Learning" [//programs.gradschools.com/distance/law_masters.html](http://programs.gradschools.com/distance/law_masters.html)

9. Crown College. Online degrees for criminal justice, paralegal studies, business administration, public administration, and computer science. www.crowncollege.edu/cloudroom/online_comparisons.php

10. General Bar Examination Statistics www.nwculaw.edu/testimonials_statistics.shtml

11. Collaborative Learning Project. www.collaborativelearning.org/

12. Online Collaboration Learning in Higher Education. [//clp.cqu.edu.au/](http://clp.cqu.edu.au/)

13. The Cooperative Learning Center at the University of Minnesota. www.cooperation.org/

14. Cooperative Learning. [//edtech.kennesaw.edu/intech/cooperativelearning.htm](http://edtech.kennesaw.edu/intech/cooperativelearning.htm)

15. Active and Cooperative Learning. [www.ncsu.edu/felder-public/Cooperative Learning.html](http://www.ncsu.edu/felder-public/CooperativeLearning.html)

16. A Free, Open Source Course Management System for Online Learning – Moodle: <http://moodle.org/>

17. Виртуальний Університет на базі ЛДУ БЖД <http://ubgd.lviv.ua>.

УДК 539.3

О.М. Римар, к. т. н., доц. (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)

ПЕРЕВІРКА ТОЧНОСТІ НОВОГО РОЗВ'ЯЗКУ ПРОСТОРОВОЇ ЗАДАЧІ ТЕОРІЇ ПРУЖНОСТІ ПРО КОНТАКТ ДВОХ ТІЛ ПОДВІЙНОЇ КРИВИЗНИ

Здійснена перевірка точності визначення параметрів напруженого стану пружних тіл, які працюють в умовах контактного навантаження, для нового розв'язку просторової задачі порівнянням із результатами відомого розв'язку задачі Герца та відомих експериментальних досліджень

Вступ. Відомий розв'язок задачі Герца [1], [2] є основою розрахунку на міцність та довговічність деталей машин та споруд, які працюють в умовах контактного навантаження.

Формули теорії Герца до цього часу застосовуються для оптимізації геометричних параметрів деталей та вузлів механізмів, у тому числі деталей пожежної та рятувальної техніки. Відомий розв'язок має суттєві недоліки, або, як прийнято їх називати, особливості (наприклад, визначення наближення для лінійного контакту двох циліндричних тіл), а також недоліки, розкриті нами в роботах [3], [4]. Найважливішими та суттєвими з точки зору практичного застосування відомого розв'язку, як єдиної універсальної теорії для визначення параметрів напруженого стану контактуючих деталей, є два недоліки:

- невиконання граничних умов для точок на безмежності за вимогами краєвої задачі Неймана та вимогами статички про "закріплення" точок контактуючих тіл на безмежності;
- неможливість його повного та ефективного застосування не тільки для умов лінійного контакту ($k = 1$), але і для близьких до цього значень ексцентриситету ($k < 1$), що стосується в першу чергу роликів підшипників з модифікованим профілем роликів або доріжок та деталей, які працюють в аналогічних умовах.

Вказаних недоліків позбавлений новий розв'язок просторової контактної задачі, фізична модель якого ідентична з фізичною моделлю відомого розв'язку задачі Герца. В роботі [5] одержано систему переміщень нового розв'язку, який задовольняє всі необхідні умови теорії пружності, граничну умову на безмежності для переміщень вздовж осі z :

$$w_{z \rightarrow \infty} \rightarrow 0 \quad (1)$$

та умову про статичну еквівалентність величини прикладеного зусилля $P_{z=0}$ сумі нормальних напружень σ_z для довільного перерізу *півпростору* площиною $z = \text{const}$, тобто:

$$P_{z=0} = P_{z= \text{const}} \quad (2)$$

Постановка задачі. Виконання умови (1) аргументується умовами краєвої задачі Неймана для необмеженої області існування ньютонівського потенціалу простого шару змінної густини (область існування цього потенціалу є необмеженою), оскільки математична модель нового розв'язку, як і відомого розв'язку задачі Герца, розглядає контакт двох півпросторів. В роботі [6] описано метод, який дозволяє перейти від необмежених до обмежених тіл в рамках просторової контактної задачі, тобто забезпечує виконання умови (2) [7, 8].

Метою даної роботи є комплексна перевірка точності нового розв'язку просторової контактної задачі. Обидва розв'язки відрізняються всіма параметрами напруженого стану. Тому така перевірка здійснюється порівнянням результатів за відомим розв'язком [1, 2], результатів за новим розв'язком [5] та результатів відомих експериментальних досліджень [2, 9] стосовно таких параметрів як:

- переміщення, наближення та деформація стискання тіл;
- розміри площадки контакту;
- величина нормальних напружень σ_z .

В роботах [10], [14] показано, що деформація стискання тіл обертання з двох сторін та деформація тіл в умовах задачі Герца є за своєю сутністю різними параметрами, а тому формули теорії Герца не можуть бути застосовані в чистому вигляді для обчислення наближення контактуючих тіл в результаті їх стискання. Тобто метод теорії Герца суперечить фізичній сутності її експериментальної перевірки стосовно наближення контактуючих тіл в результаті стискання.

Переміщення та наближення. Наближення точок двох тіл з ординатами z_1, z_2 нового розв'язку [5] просторової задачі визначається формулою [11]:

$$\delta = \frac{3\eta P}{2\pi a} \left\{ \frac{\eta_1}{\eta} F(\varphi_1, k) + \frac{\eta_2}{\eta} F(\varphi_2, k) \right\}, \quad (3)$$

де P – зусилля стикання; a, b – велика та мала півосі еліпса площадки контакту,

$$\eta = \eta_1 + \eta_2, \quad \eta_i = \frac{1 + \nu_i}{E_i(1 + 2\nu_i)}, \quad (4)$$

ν_i – коефіцієнти Пуассона для матеріалів тіл 1,2; E_i – модулі пружності, $F(\varphi_i, k)$ – неповні еліптичні інтеграли першого роду в формі Лежандра, k – ексцентриситет еліпса площадки контакту, k' – деформація еліпса площадки контакту,

$$k' = b/a, \quad k = 1 - k'^2,$$

$$\varphi_i = \arctg \frac{z_i}{b}. \quad (5)$$

Із формули (3) наближення осей двох однакових тіл з одного матеріалу, обмежених в околиці площадки контакту поверхнями обертання,

$$\delta = \frac{3\eta_1 P}{2\pi a} 2F(\varphi, k) \quad \text{для} \quad 0 < k < 1, \quad (6)$$

$$\delta = \frac{3\eta_1 P}{2\pi b} 2\varphi \quad \text{для} \quad k = 0, \quad (7)$$

$$\delta = \frac{4\eta_1 q}{\pi} \left\{ \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi}{2} + \frac{\pi}{4} \right) \right\} \quad \text{для} \quad k = 1, \quad (8)$$

$$\varphi = \arctg \frac{R}{b}, \quad (9)$$

де R – радіус поверхні обертання в площині малої півосі b ; q – погонне навантаження, l – довжина лінії контакту,

$$q = P/l. \quad (10)$$

Нагадаємо, що для відомого розв'язку задачі Герца [2] наближення δ_G в формулах (3), (6), (7), (8) знаходяться за значеннями параметрів:

$$\varphi_G = \frac{\pi}{2}, \quad \eta_{Gi} = \frac{1 - \nu_i^2}{E_i}, \quad (11)$$

а теорія Герца для $k = 1$ за формулою (8) має логарифмічну особливість $\delta_r \rightarrow \infty$.

Формули (3), (6), (7), (8) є наближеними, оскільки при їх одержанні не забезпечено виконання умови (2) для тіл з реальними розмірами.

Уточнені формули для визначення переміщень точок осі z для тіл, обмежених в околиці площадки контакту поверхнями обертання, одержані з виконанням умови (2) та мають вигляд [7]:

$$w_z = \begin{cases} \frac{3\eta_1 P}{2\pi a} \{F(\varphi, k) + M'_w\} & \text{для} \quad 0 \leq k < 1, \\ \frac{2\eta_1 q}{\pi} \{F(\varphi, k) + M'_w\} & \text{для} \quad k = 1, \end{cases} \quad (12)$$

де φ визначається формулою (5), для якої дійсна умова

$$0 < z \leq R, \quad 0 < n_z \leq n_y, \quad (13)$$

$$M'_w = \begin{cases} \frac{2(1+2\nu)}{3(1+\nu)} n_z e & \text{для} \quad 0 \leq k < 1; \\ \frac{\pi(1+2\nu)}{4(1+\nu)} n_z e & \text{для} \quad k = 1. \end{cases} \quad (14)$$

$$e = \frac{1 - k_{zT}}{k_{ca} - 1}. \quad (15)$$

k_{ca} , k_{zT} – коефіцієнти рівноваги, $k_{ca} = \begin{cases} n_y^2 & \text{для } 0 \leq k < 1, \\ n_y & \text{для } k = 1, \end{cases}$ n , n_z , n_y , n_x – безрозмірні

коефіцієнти, які визначаються для площин $z = const$ та zOy :

$$n_z = \frac{z}{b}, \quad n_x = \frac{x}{b}, \quad n_y = \frac{y}{b}, \quad n = \frac{\sqrt{t}}{b}. \quad (16)$$

$$n_y = \frac{\sqrt{(1 + n^2)(n^2 - n_z^2)}}{n},$$

$$n = \sqrt{\frac{\sqrt{(1 - n_y^2 - n_z^2)^2 + 4n_z^2} - (1 - n_y^2 - n_z^2)}{2}},$$

$$k_{zT} = 1 - \frac{n_z^3}{n^3} - \frac{3\nu}{1+2\nu} n_z [n^2 \operatorname{arccctgn} n - n] + \frac{3\nu}{1+2\nu} n_z^3 \left[\left(1 + \frac{1}{n^2} - \frac{1}{n_z^2} \right) \operatorname{arccctgn} \frac{1}{n} \right]$$

для $k = 0$ (тіло, обмежене сферою R);

$$k_{zT} = \frac{2n_z}{\pi} \left\{ \frac{4\nu}{1+2\nu} \left[\sqrt{n^2 - n_z^2} - n_y \right] + \frac{\sqrt{n^2 - n_z^2}}{n^2} + \frac{\arccos \frac{n_z}{n}}{n_z} \right\}$$

для $k = 1$ (тіло, обмежене циліндром з радіусом R).

Для осьових площин $z = const$ (які проходять через вісь обертання тіла) ордината $z = R$, коефіцієнти $n_y = n_z$, $n \cong n_z \sqrt{2}$ [7].

Уточнене значення наближення δ_T осей двох тіл 1, 2, обмежених поверхнями обертання, знайдемо застосуванням формули (12):

$$\delta_T = \begin{cases} \frac{3\eta P}{2\pi a} \left\{ \frac{\eta_1}{\eta} [F(\varphi_1, k) + M'_{w1}] + \frac{\eta_2}{\eta} [F(\varphi_2, k) + M'_{w2}] \right\} & \text{для } 0 \leq k < 1, \\ \frac{2\eta q}{\pi} \left\{ \frac{\eta_1}{\eta} [F(\varphi_1, k) + M'_{w1}] + \frac{\eta_2}{\eta} [F(\varphi_2, k) + M'_{w2}] \right\} & \text{для } k = 1. \end{cases} \quad (17)$$

Деформація тіл обертання та наближення їх осей при двосторонньому стисканні.

У випадку стискання тіла обертання між двома такими ж тілами або півпросторами з того ж матеріалу повна пружна деформація тіла визначається за формулою [10]:

$$\alpha = \frac{3\eta_1 P}{2\pi a} 2F(\varphi^*, k), \quad (18)$$

де
$$\varphi^* = \operatorname{arctg} \frac{2R}{b}. \quad (19)$$

Наближення осей двох однакових тіл обертання, стиснених між такими ж тілами визначається формулою:

$$\delta^* = \frac{\alpha_1}{2} + \frac{\alpha_2}{2} = \begin{cases} \frac{3\eta P}{2\pi a} F(\varphi^*, k) & \text{для } 0 < k < 1, \\ \frac{3\eta P}{2\pi b} \varphi^* & \text{для } k = 0, \\ \frac{2\eta q}{\pi} \operatorname{Intg} \left(\frac{\varphi^*}{2} + \frac{\pi}{4} \right) & \text{для } k = 1. \end{cases} \quad (20)$$

Формули (18), (20) визначають деформацію стискання та наближення тіл, обмежених поверхнею обертання, з довільною радіусною твірною. В часткових випадках така поверхня стає циліндричною ($k = 1$) та сферичною ($k = 0$). Володіючи таким важливим узагальненням, ці формули залишаються наближеними, оскільки не забезпечується виконання умови (2).

Знайдемо уточнені формули для визначення деформації стискання тіл обертання на основі формул (12). Враховуючи наведені аргументи, уточнені формули можна записати так:

$$\alpha_T = w_{z11} + w_{z12} = \begin{cases} \frac{3\eta_1 P}{2\pi a} 2 \left\{ F(\varphi^*, k) + \frac{2(1+2\nu)}{3(1+\nu)} n_z e \right\} & \text{для } 0 \leq k < 1, \\ \frac{2\eta_1 q}{\pi} 2 \left\{ F(\varphi^*, k) + \frac{\pi(1+2\nu)}{4(1+\nu)} n_z e \right\} & \text{для } k = 1, \end{cases} \quad (21)$$

де w_{z1i} – деформація стискання тіла 1 від зусилля в i -му контакті, кут φ^* визначається за формулою (19), коефіцієнт n_z за формулою (16) для $z = 2R$, коефіцієнт e за формулою (15) для $z = R$, а коефіцієнт $n_y = n_z$.

Необхідність виконання вказаних умов викликана тим, що деформація стискання від дії зусилля в одному контакті виникає по всьому перерізу тіла ($z = 0 \dots 2R$), а виконання умови (2) можна забезпечити для осьової площини ($z = R$).

Уточнені формули для визначення наближення осей двох однакових тіл обертання 1,2, стиснених між такими ж тілами, знайдемо на основі формули (21):

$$\delta_T^* = \frac{\alpha_{T1}}{2} + \frac{\alpha_{T2}}{2} = \begin{cases} \frac{3\eta P}{2\pi a} \left\{ F(\varphi^*, k) + \frac{2(1+2\nu)}{3(1+\nu)} n_z e \right\} & \text{для } 0 < k < 1, \\ \frac{3\eta P}{2\pi b} \left\{ \varphi^* + \frac{2(1+2\nu)}{3(1+\nu)} n_z e \right\} & \text{для } k = 0, \\ \frac{2\eta q}{\pi} \left\{ \ln \operatorname{tg} \left(\frac{\varphi^*}{2} + \frac{\pi}{4} \right) + \frac{\pi(1+2\nu)}{4(1+\nu)} n_z e \right\} & \text{для } k = 1. \end{cases} \quad (22)$$

Зауважимо, що формули (22) одержані на основі нового розв'язку, при цьому перша із формул (22) дозволяє обчислити наближення осей двох тіл обертання подвійної кривизни, твірні яких формують еліптичну площадку контакту ($0 < k < 1$), а самі тіла стиснені між такими ж тілами. Або між тілами, аналогічними за параметрами кривизни в зоні контактів. Для такого випадку при стисканні тіл ($0 < k < 1$) нам невідомі раніше одержані формули.

Із аналізу наведених результатів досліджень стає очевидним, що найпростіше виконати експериментальну перевірку наближення осей двох (краще декількох) однакових тіл обертання, стиснених між такими ж тілами. В рамках всіх відомих нам експериментів здійснювалася тільки така перевірка.

Для порівняння наведемо розрахункові значення наближень осей двох однакових циліндрів з паралельними осями, обчислених за відомими формулами А.Н. Динника [2]

$$\delta_D^* = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} q \left\{ \ln \frac{2R}{b} + \frac{1}{3} \right\} \quad (23)$$

та Б.С. Ковальського [13]

$$\delta_K^* = \frac{4(1-\nu^2)}{\pi E} q \left\{ \ln \frac{2R}{b} + 0,407 \right\} \quad (24)$$

для умов двостороннього стискання.

Розміри площадки контакту та нормальні напруження. Півосі еліпса площадки контакту визначаються за формулами [10]:

$$b/a = k', \quad b^3 = \frac{3\eta P k' B(k)}{2\pi B}, \quad q_{\max} = \frac{3P}{2a}, \quad (25)$$

де $B(k)$ – повний еліптичний інтеграл, q_{max} – найбільше погонне навантаження вздовж осі x в площині zOy , $\Sigma\rho_b$ – приведена сумарна кривизна обох тіл в площині малої півосі b ,

$$B = \frac{\sum \rho_b}{2}, \quad \rho_{bi} = \frac{1}{R_{bi}},$$

R_{bi} – радіус кривизни тіла i в площині малої півосі b .

Найбільший тиск в точці (на лінії) початкового контакту тіл:

$$p_0 = \frac{bB}{\eta B(k)}. \quad (26)$$

У часткових випадках:

а) для колового контакту ($k' = 1, k = 0, B(k) = \pi/4, A = B$)

$$b = \sqrt[3]{\frac{3\eta P}{4\Sigma\rho_b}}, \quad p_0 = \frac{2b\Sigma\rho_b}{\pi\eta}; \quad (27)$$

б) для лінійного контакту ($k' = 0, k = 1, B(k) = 1, A = 0$)

$$b = 2\sqrt{\frac{\eta q}{\pi\Sigma\rho_b}}, \quad p_0 = \frac{b\Sigma\rho_b}{2\eta}, \quad \frac{3P}{2a} = 2q = \pi b p_0. \quad (28)$$

Для відомого розв'язку задачі Герца [2] в формулах (25),(26),(27),(28) коефіцієнт η визначається за формулою (11), а для нового розв'язку просторової задачі - за формулою (4).

Експериментальні дослідження наближення тіл та розмірів площадки контакту. Експериментальні значення наближення осей двох однакових сталевих тіл, стиснених між такими ж тілами, одержані А.Н. Динником [2]. Дослідження стосуються стискання циліндрів (лінійний контакт) радіусом 29,8 мм і довжиною 19,4 мм ($\nu=0,3; E=2,1 \cdot 10^4$ кГ/мм²) та куль радіусом 38,1 мм ($\nu=0,3; E=2,12 \cdot 10^4$ кГ/мм²), які наведені в таблицях 1 і 2 відповідно.

Таблиця 1

Значення наближень для послідовно стиснених сталевих циліндрів радіусом 29,8 мм і довжиною 19,4 мм ($E=2,1 \cdot 10^4$ кГ/мм²)

$P, \text{кГ}$	Наближення $\delta \cdot 10^{-4}$, мм за формулами					
	δ_T (17)	δ_D^* (23)	δ_K^* (24)	δ_T^* (22)	δ_e^*	δ_T
100	17,34	19,36	19,57	19,83	25	-
200	32,51	36,74	37,16	37,90	48	-
300	47,22	53,38	54,01	55,32	68	-
400	61,50	69,54	70,38	72,30	78	-
500	75,45	85,34	86,39	88,94	100	-
700	102,7	116,13	117,60	121,55	130	-
900	129,1	146,09	148,0	153,43	170	-

Найближчими до експериментальних значень наближення δ_e^* є значення δ_T^* , одержані за формулою (22). Особливо високу точність ці формули показують для наближення δ_T^* стиснених куль (таблиця 2), де відхилення від експериментальних даних менше 2%.

Наведені аргументи підтверджують точність запропонованого розв'язку просторової задачі стосовно наближення.

Перевіримо точність запропонованого розв'язку [5] стосовно розмірів площадки контакту. В роботі [2] наведено результати експериментальних досліджень малої півосі b_e для стискання сталених катків діаметрами 12,7; 25,4; 38,1 мм між сталеними плитами товщиною $\delta = 38$ мм ($E = 2,22 \cdot 10^4$ кГ/мм²), за якими

$$b_e = 0,0096\sqrt{gR}, \text{ мм.}$$

Новий розв'язок задачі [5] дає залежність:

$$b_r = 0,00965\sqrt{gR}$$

відомий розв'язок задачі Герца [2] –

$$b_{r'} = 0,0102\sqrt{gR}$$

тобто і для цього прикладу спостерігається найбільша точність для нового розв'язку. Це підтверджують і результати обчислень (таблиця 3) малої півосі b для стиснених між сталеними плитами сталених дисків.

Для випадку стискання сталених куль (таблиця 2) новий розв'язок [5] дає до 5 - 6% менші розрахункові значення малої півосі b_r в порівнянні з експериментальними даними.

Таблиця 2

Значення наближень δ та малої півосі b
для послідовно стиснених сталених куль радіусом 38,1 мм ($E = 2,12 \cdot 10^4$ кГ/мм²)

$P, \text{ кГ}$	Наближення $\delta \cdot 10^{-2}$ мм, за формулами				Піввісь b , мм за формулами		
	δ_r (7)	δ^* (20)	δ_r^* (22)	δ_e^*	b_r (27,11)	b_r (27,4)	b_e
400	3,26	3,01	3,04	3,02	0,79	0,76	0,83
500	3,79	3,49	3,53	3,49	0,85	0,82	0,87
600	4,28	3,94	3,98	4,00	0,90	0,87	0,92
700	4,74	4,36	4,41	4,42	0,95	0,92	0,97
800	5,18	4,77	4,83	4,86	0,99	0,96	1,03
900	5,61	5,16	5,22	5,28	1,03	0,99	1,06
1000	6,01	5,53	5,60	5,61	1,07	1,03	1,09
1100	6,41	5,89	5,98	5,98	-	-	-
1200	6,79	6,24	6,33	6,32	-	-	-
1300	7,16	6,52	6,68	6,68	-	-	-

Таблиця 3

Значення малої півосі b для сталених дисків, стиснених між сталеними плитами ($E = 1,92 \cdot 10^4$ кГ/мм², диски з радіусом 203 мм)

$q, \text{ кГ/мм}$	18	36	53,6	71,5	107
$b_e, \text{ мм}$	0,630	0,890	1,140	1,27	1,39
$b_r, \text{ мм}$	0,627	0,887	1,083	1,25	1,53
$b_{r'}, \text{ мм}$	0,664	0,939	1,146	1,32	1,62

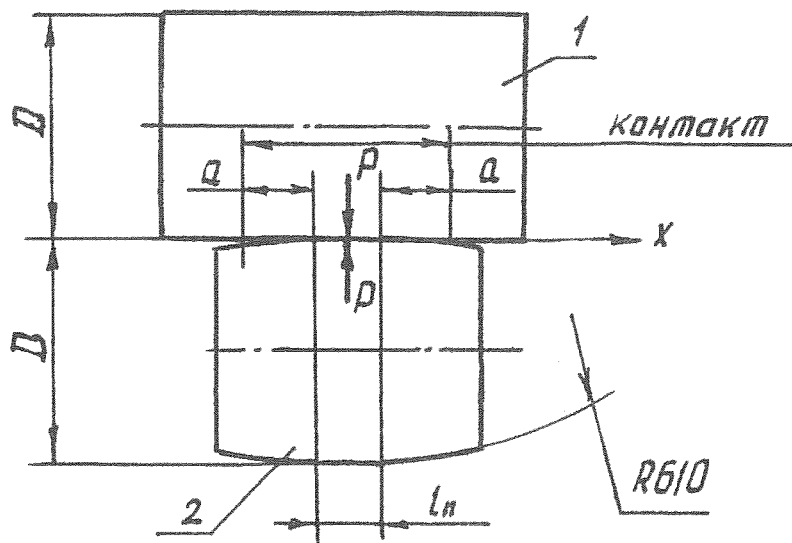


Рис. 1. Схема контактування циліндрів

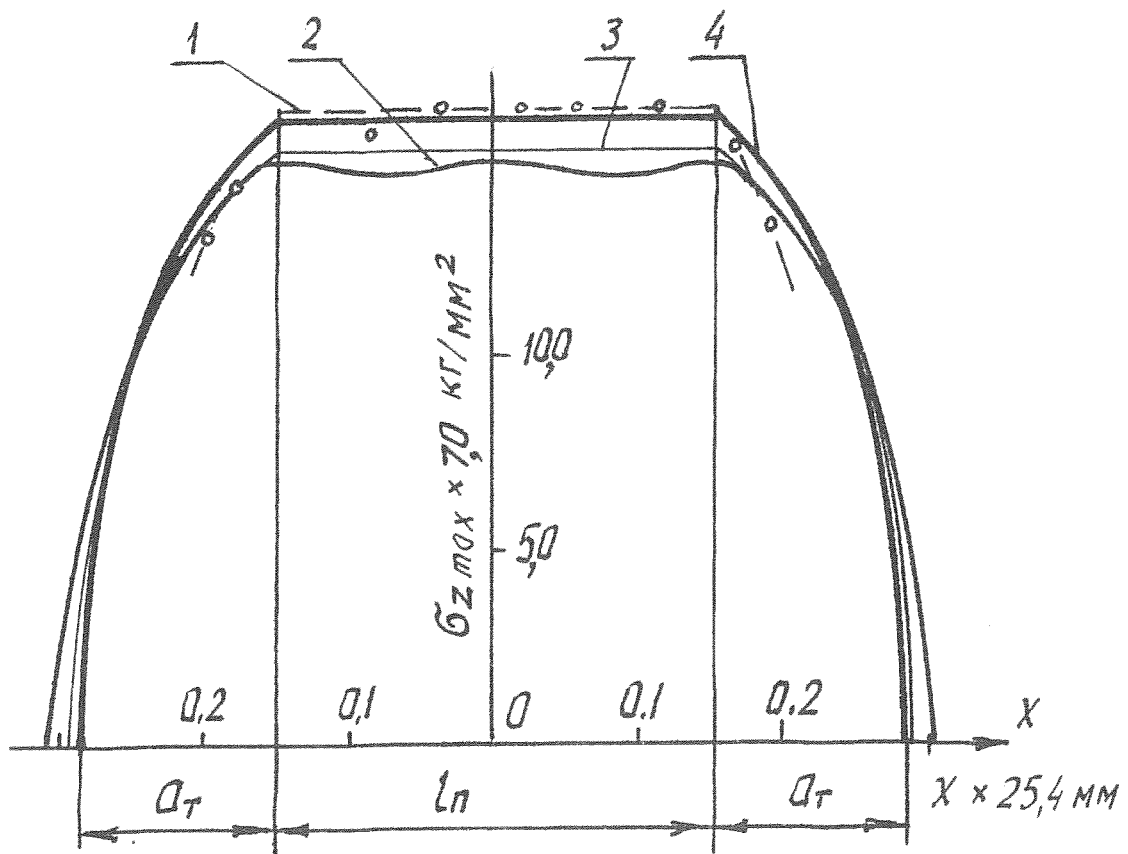


Рис. 2. Розподіл напружень σ_z вздовж осі x : - \circ - експериментальні дослідження, - - теоретичні дослідження

Розрахунок параметрів до експерименту Д.В. Кеннела. Для перевірки точності розв'язку [5] використаємо результати експерименту Кеннела Д.В. [9]. Автор дослідив розподіл напружень σ_z вздовж лінії початкового контакту двох сталевих циліндрів 1, 2 (рис. 1) з діаметрами $D = 101,6$ мм. На циліндрі 1 напиленням нанесено манганіновий давач, який реагує на напруження стискання ($P = 975$ кГ) з циліндром 2. Периферійні частини циліндра 2 виконані із закругленнями. Обидва циліндри, обертаючись із швидкістю 915 м/хв, фіксують за допомогою осцилографа герцівський розподіл напружень σ_z поперек площадки контакту. Осьове переміщення циліндра 2 відносно циліндра 1 дозволяє досліджувати розподіл напружень $\sigma_{z \max}$ вздовж осі x .

Порівнюємо експериментальні та розрахункові розподіли напружень $\sigma_{z \max}$. Для обчислення напружень $\sigma_{z \max}$ представимо їх епюру у вигляді еліптичного циліндра на довжині l_n прямолінійної твірної ролика 2 та у вигляді четвертинок еліпсоїда на довжинах a криволінійних твірних.

Розрахункові параметри напруженого стану циліндрів знайдемо за допомогою рівняння рівноваги

$$P = P_1 + 2P_2, \quad (29)$$

де P_1 – рівнодіюча нормальних зусиль на довжині $l_n = 7,6$ мм,

$$P_1 = q_{\max} \cdot l_n, \quad (30)$$

де P_2 – рівнодіючі нормальних зусиль на периферійних ділянках a (об'єми четвертинок еліпсоїда з півосями b, a, p_0),

$$2P_2 = q_{\max} \cdot \frac{4a}{3}. \quad (31)$$

Із формул (25) легко одержати залежності:

$$q_{\max} = Ha^2, \quad H = \frac{\pi Bk^{1/2}}{2\eta B(k)}. \quad (32)$$

Підставляючи формули (30), (31), (32) в рівність (29), одержимо рівняння

$$a^3 \cdot 4/3l_n + a^2 - P/l_n H = 0, \quad (33)$$

із якого знаходиться параметр a , а за формулою (32) і параметр q_{\max} . Обчислені параметри, де індексами позначено результати за відомим (τ) та новим (Γ) розв'язками, такі:

$$\begin{aligned} b_{\tau} &= 0,4416 \cdot \text{мм}, & b_{\Gamma} &= 0,4631 \cdot \text{мм}, \\ q_{\tau \max} &= 80,1 \cdot \text{кГ} / \text{мм}, & q_{\Gamma \max} &= 78,65 \cdot \text{кГ} / \text{мм}, \\ \sigma_{\tau \max} &= 114,2 \cdot \text{кГ} / \text{мм}^2, & \sigma_{\Gamma \max} &= 107 \cdot \text{кГ} / \text{мм}^2. \end{aligned}$$

Експериментальні та розрахункові розподіли напружень $\sigma_{z \max}$ вздовж осі x ілюструють графіки (рис. 2), де позначено результати: 1 - експерименту; 2 - теорії Кеннела; 3 - за рівнянням (33) на основі відомого розв'язку [2]; 4 - за рівнянням (33) на основі нового розв'язку [5].

Графіки на рис.2 показують найбільшу точність визначення напружень $\sigma_{z \max}$ за теорією, яка базується на основі нового розв'язку [5] (крива 4). При цьому експеримент підтверджує значення великої осі a для кривої 4.

Аналогічним способом обчислено значення напружень $\sigma_{z \max}$ на основі відомого розв'язку задачі Герца (крива 3) до 8% нижчі в порівнянні з експериментальними даними. Найнижча точність стосовно визначення напружень та великої півосі властива теорія Кеннела (крива 2), яка базується на розв'язку інтегрального рівняння.

Висновки:

1. Результати досліджень підтверджують ефективність, достовірність та точність нового розв'язку просторової контактної задачі стосовно всіх параметрів для реальних тіл.
2. Результати обчислення наближення при стисканні двох тіл обертання, одержані за формулами (22) на основі нового розв'язку просторової контактної задачі, ближчі до експериментальних значень в порівнянні з результатами, одержаними за формулами (7) відомого розв'язку задачі Герца. Формула (22) ефективна і для значення ексцентриситета $k = 1$, для якого формули (8), (11) відомого розв'язку не можуть бути застосовані для обчислення наближення ($\delta \rightarrow \infty$) (Таблиці 1 та 2).
3. Формули (22), одержані на основі нового розв'язку, дійсні для обчислення наближення при стисканні двох довільних тіл обертання.
При цьому перша із формул (22) дозволяє обчислити наближення осей двох тіл обертання подвійної кривизни, твірні яких формують еліптичну площадку контакту ($0 < k < 1$), а самі тіла стиснені між такими ж тілами. Або між тілами, аналогічними за параметрами кривизни в зоні контактів. Для такого випадку при стисканні тіл ($0 < k < 1$) нам невідомі раніше одержані формули.
4. Результати обчислення параметрів площадки контакту за формулами нового розв'язку (27), (4) та (28), (4) ближчі до експериментальних значень цих параметрів в порівнянні з результатами, одержаними за формулами відомого розв'язку задачі Герца (Таблиці 2 та 3).
5. Результати обчислення розподілу нормальних напружень $\sigma_z \max$ за формулами нового розв'язку (рис. 2) ближчі до експериментальних значень цих параметрів в порівнянні з результатами, одержаними за формулами відомого розв'язку задачі Герца.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. *Беляев Н.М. Труды по теории упругости и пластичности.* - М.: Гостехиздат, 1957.- 632 с.
2. *Динник А.Н. Удар и сжатие упругих тел.* - Киев: Из-во АН УССР, 1952.- Т. 1.- 151 с.
3. *Римар О.М. Аналіз задачі Герца // Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні та приладобудуванні: Зб. наук. пр.- Львів: Львівська політехніка, 2000. - Вип. 35. - С. 82-87.*
4. *Римар О.М. Виконання граничних умов для відомого розв'язку задачі Герца // Проектування виробництва та експлуатація автотранспортних засобів, поїздів, тракторів і підіймально-транспортних машин: Зб. наук. пр. - Львів: Асоціація "Автобус", 1999. - Вип. 2. - С. 84-87.*
5. *Римар О.М. Система переміщень точного розв'язку просторової контактної задачі // Проектування, виробництво та експлуатація автотранспортних засобів і поїздів: Зб. наук. пр.- Львів: Асоціація "Автобус", 2001. - Вип. 4. - С. 96-100.*
6. *Римар О.М., Керницький І. С. Застосування нового розв'язку просторової контактної задачі для тіл з реальними розмірами // Зб. наук. техн. пр. - Львів: УДЛУ, 2002.- Вип. 12.8. - С. 56-62.*
7. *Римар О.М., Римар М.О. Точність визначення переміщень просторової контактної задачі для реальних тіл // Зб. наук. пр. - Львів: Асоціація "Автобус", 2003. - Вип. 7. - С. 144- 149.*