

## РОЗДІЛ III. ТЕХНОГЕННА БЕЗПЕКА

УДК 621.314

*В.І. Гудим, д.т.н., проф., О.М. Коваль, (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності), А.Я. Постолок (ЗАТ ПВДКТІ «Укрзахіденергопроект»)*

### МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЕЛЕКТРОТЕПЛОВИХ ПРОЦЕСІВ ПОБУТОВИХ ЕЛЕКТРИЧНИХ МЕРЕЖ

В роботі сформовано динамічну математичну модель розгалуженої електричної мережі соціально-побутових приміщень на основі контурних струмів з використанням наявного методу формул диференціювання назад, яка дозволяє моделювати електротеплові процеси, зумовлені динамічним навантаженням мережі

**Ключові слова:** математична модель, електротеплові процеси, побутові електричні мережі

**Вступ.** Специфіка електричних мереж соціально-побутових будівель полягає в умовах їх експлуатації та різноманітності структур, які залежать від планування приміщень. Навіть у типово розміщених квартирах та господарських приміщеннях траси прокладання мереж відрізняються, оскільки це залежить від марки проводів, типу освітлювальної апаратури, місць встановлення розеток та вимикачів, конструкції несучих стін та перекриття. Експлуатація побутової мережі мешканцями без спеціальної підготовки призводить до того, що часто режими навантаження цих мереж виходять за межі допустимих. У наслідок цього виникає підгоряння пластмасових елементів розеток під час приєднання до них потужних приймачів електричної енергії, нагрівання певних ділянок мереж, локальні перегрівання мереж в місцях з'єднання проводів тощо. [1]

Часто проєктантами закладалися в проєктах замість проводів алюмінієві, які після перевантаження та потрапляння на них вологи самостійно фізично руйнуються впродовж 15-20 років. Це вимагає заміни проводів з алюмінієвими жилами на проводи з мідними жилами та належного виконання електричних мереж особливо в місцях з'єднання і відгалужень, де виникають значні перехідні опори, які після нагрівання мають тенденцію до зростання.

Таким чином технічний стан електричних мереж вимагає попереднього контролю, оскільки місця надмірного нагрівання є потенційними місцями загорянь. Крім того проєктування електричних мереж без врахування можливого зростання споживання електричної енергії може призвести до порушень умов експлуатації та температурного режиму окремих ділянок мережі.

**Постановка задачі.** З метою обґрунтування вибору перерізу проводу на окремих ділянках побутових електричних мереж та оцінки рівня нагрівання в місцях з'єднання слід виконувати розрахунки із врахуванням зміни та коливання навантаження за випадковим законом використовуючи статистичні величини. Однак отримати потрібний результат досить складно, якщо напруга на вході побутової мережі змінюється навіть в межах  $\pm 10\%$ , що призводить до зміни струму навантаження. Значно точніший результат може бути отриманий шляхом математичного моделювання. Модель повинна забезпечувати можливість відтворення режимів перетоків струму у проводах навіть за умов випадкової зміни напруги живлення та нагрівання, як окремих ділянок мережі, так і температурних режимів в цілому. Точність отриманих результатів визначається прийнятими допущеннями та структурою заступної схеми ліній мереж та інших її елементів.

Переважно побутові електричні мережі мають радіальну структуру з відгалуженням у з'єднувальних коробках. Приклад частини принципової схеми побутової електромережі наведено на рис. 1.

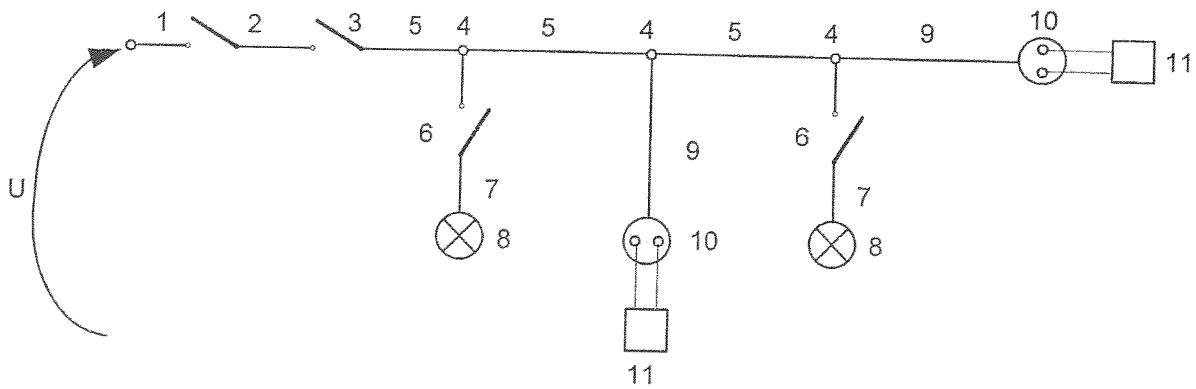


Рис. 1. Принципова схема частини електричної мережі.

Від вводу 1 через автоматичні вимикачі 2 та 3 електрична енергія поступає до коробок 4, які з'єднанні з джерелом живлення і між собою проводами 5. Від коробок 4 через вимикачі 6 прокладено проводи 7 до освітлювальної арматури 8, а по проводах 9 від коробок 4 подається напруга до розеток 10 від яких живляться споживачі 11.

Маючи геометричні параметри провідників легко обчислити електричні параметри заступної схеми мережі яка наведена на рис.2, де крім активних опорів проводів мереж враховано їхні індуктивності та параметри приймачів електричної енергії, приєднаних до розеток.

Враховуючи те, що опір лампи освітлення змінюється за нелінійною характеристикою, заступна схема наведена на рис. 2 є нелінійною.

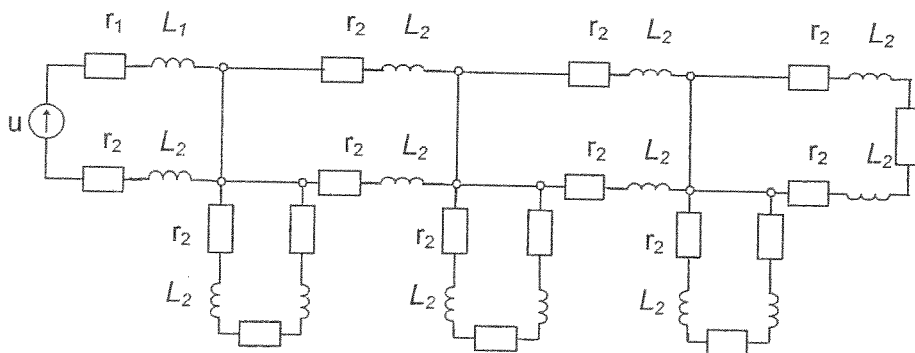


Рис. 2. Заступна схема електричної мережі

На рис.3 наведено граф електричної схеми зображеної на рис. 2 де римськими цифрами у кружках вказані номери вузлів, а арабськими цифрами – номери віток.

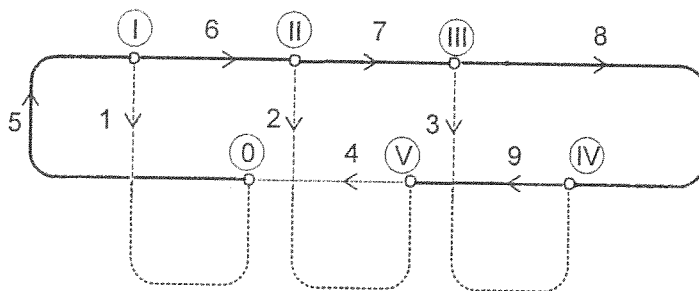


Рис. 3. Граф електричної схеми



$$\left. \begin{aligned} \frac{d\theta_1}{dt} + \frac{2\alpha}{\gamma Cr_1} \theta_1 &= \frac{\rho}{\gamma C} j^2 + \frac{2\alpha}{\gamma Cr_1} \theta_{c1} \\ \frac{d\theta_2}{dt} + \frac{2\alpha}{\gamma Cr_2} \theta_2 &= \frac{\rho}{\gamma C} j^2 + \frac{2\alpha}{\gamma Cr_2} \theta_{c2} \\ \dots\dots\dots \\ \frac{d\theta_n}{dt} + \frac{2\alpha}{\gamma Cr_n} \theta_n &= \frac{\rho}{\gamma C} j^2 + \frac{2\alpha}{\gamma Cr_n} \theta_{c_n} \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

де  $\gamma = \frac{m}{lS}$  – питома густина матеріалу провідника,  $r$  – радіус провідника.

Виразивши струм через густину струму рівняння (1) та (3) у векторній формі наберуть вигляду:

$$\left. \begin{aligned} \bar{e} - \rho \bar{j} - \mathbf{L}\mathbf{S} \frac{d\bar{j}}{dt} &= \bar{u} \\ \frac{d\bar{\theta}}{dt} + \frac{2\alpha}{\gamma Cr} \bar{\theta} &= \frac{\rho}{\gamma C} \bar{j}^2 + \frac{2\alpha}{\gamma Cr} \bar{\theta}_c \end{aligned} \right\} \quad (4)$$

де  $\mathbf{I}$  – діагональна матриця довжин окремих ділянок мережі,  $m$ ;  $\mathbf{L}$  – діагональна матриця індуктивностей проводів мережі, Гн;  $\mathbf{S}$  – діагональна матриця поперечних перерізів проводів мережі,  $m^2$ ;  $r$  – радіус провідника окремої ділянки мережі,  $m$ ;  $\frac{d\bar{\theta}}{dt}$  – вектор приростів температури провідників за час  $dt$ ,  $K/c$ ;  $\bar{\theta}_c$  – вектор температури оточуючого середовища в якому знаходиться провідник,  $град$ ;  $\bar{\theta}$  – вектор температури провідника в даний момент часу,  $K$ ;  $\bar{u}$  – вектор напруги окремих віток електричного кола мережі, В;  $\bar{j}$  – вектор густини струмів віток електричного кола,  $A/m^2$ ;  $\frac{2\alpha}{\gamma Cr}$  – діагональна матриця постійних часу зміни температури  $1/c$ ;  $\frac{\rho}{\gamma C}$  – діагональна матриця коефіцієнтів зміни температури від часу та квадрату густини струму,  $\frac{K}{c \frac{A^2}{m^4}}$ .

В моделі теплового балансу не враховується конвективний та радіаційний способи передачі тепла, оскільки розглядаються провідники, виконані закритим способом [2].

Для інтегрування системи диференціальних рівнянь (4) використаємо чисельний метод формул диференціювання назад (ФДН) [3], в якому похідна замінюється сумою у вигляді:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{1}{h} \sum_{s=0}^p a_s x_{k+1-s} \quad (5)$$

де  $h$  – крок інтегрування системи рівнянь;  $a_s$  – коефіцієнти корекції методу ФДН [3].

Підставивши вираз (5) у систему рівнянь (4) та використавши метод контурних струмів і виконавши нескладні математичні перетворення отримаємо:

$$\left. \begin{aligned} \Gamma(\rho \mathbf{I} - \mathbf{L}\mathbf{S} a_0 h^{-1}) \Gamma_i \bar{j}_{k+1} &= \Gamma \mathbf{L}\mathbf{S} \Gamma_i \sum_{s=1}^p a_s \bar{j}_{k+1-s} + \Gamma \bar{e}_{k+1} \\ (a_0 h^{-1} \bar{\theta}_{k+1} + h^{-1} \frac{2\alpha}{\gamma Cr}) \bar{\theta}_{k+1} &= h^{-1} \sum_{s=1}^p a_s \bar{\theta}_{k+1-s} + \frac{\rho}{\gamma C} \bar{j}_{k+1}^2 + \frac{2\alpha}{\gamma Cr} \bar{\theta}_{c,k+1} \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

де  $\Gamma_t$  – транспонована матриця контурних з'єднань

У матричній формі система рівнянь набере вигляду:

$$\begin{aligned} \Gamma \cdot (\rho I - LSa_0 h^{-1}) \cdot \Gamma_t \cdot \bar{J}_{K,k+1} - \Gamma L S \Gamma_t \sum_{s=1}^P a_s \bar{J}_{K,k+1} - \Gamma \bar{e}_{k+1} &= 0 \\ \left( a_0 h^{-1} \bar{\theta}_{k+1} + h^{-1} \frac{2\alpha}{\gamma C \mathbf{r}} \right) \cdot \bar{\theta}_{k+1} - h^{-1} \sum_{s=1}^P a_s \bar{\theta}_{k+1-s} - \frac{\rho}{\gamma C} \bar{J}_{k+1}^2 - \frac{2\alpha}{\gamma C \mathbf{r}} \bar{\theta}_{c,k+1} &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

Для розв'язання матричного рівняння (7) використаємо швидкозбіжний ітераційний метод Ньютона-Рафсона.

У цьому випадку рівняння (7) запишеться у вигляді:

$$\begin{aligned} \Gamma \cdot (\rho I - LSa_0 h^{-1}) \cdot \Gamma_t \cdot \Delta \bar{J}_{K,k+1} &= \Gamma \cdot (\rho I - LSa_0 h^{-1}) \cdot \Gamma_t \cdot \bar{J}_{K,k+1} - \\ - \Gamma L S \Gamma_t \sum_{s=1}^P a_s \bar{J}_{K,k+1} - \Gamma \bar{e}_{k+1}; \\ \left( a_0 h^{-1} \bar{\theta}_{k+1} + h^{-1} \frac{2\alpha}{\gamma C \mathbf{r}} \right) \cdot \Delta \bar{\theta}_{k+1} &= \left( a_0 h^{-1} \bar{\theta}_{k+1} + h^{-1} \frac{2\alpha}{\gamma C \mathbf{r}} \right) \cdot \bar{\theta}_{k+1} - \\ - h^{-1} \sum_{s=1}^P a_s \bar{\theta}_{k+1-s} - \frac{\rho}{\gamma C} \bar{J}_{k+1}^2 - \frac{2\alpha}{\gamma C \mathbf{r}} \bar{\theta}_{c,k+1}. \end{aligned} \quad (8)$$

$$\bar{J}_{K,k+1}^{(l+1)} = \bar{J}_{K,k+1}^{(l)} - \Delta \bar{J}_{K,k+1}^{(l)};$$

$$\bar{J}_{k+1}^{(l+1)} = \Gamma_t \bar{J}_{K,k+1}^{(l+1)}; \quad (9)$$

$$\bar{\theta}_{i,k+1}^{(l+1)} = \bar{\theta}_{i,k+1}^{(l)} - \Delta \bar{\theta}_{i,k+1}^{(l)}.$$

де  $h$  – крок інтегрування системи рівнянь.

Цей метод швидко збігається, якщо початкові значення є досить близькі до реальних. З цієї метою використовується прогноз початкових значень інтегрованих величин на кожному кроці інтегрування у вигляді виразу:

$$y_{k+1}^{(l)} = \sum_{s=1}^{p+1} \beta_i X_{k+1-i}$$

де коефіцієнти апроксимації  $\beta_i$  – коефіцієнти прогнозу методу ФДН [3].

Математична модель (8), (9) реалізована з використанням методу ФДН третього порядку за допомогою програмного середовища Delphi7 [4] у вигляді програмного модуля, який дозволяє моделювати електротеплові динамічні процеси в електричній схемі рис.3.

**Цифрова реалізація математичної моделі.** Цифрова реалізація математичної моделі аналізу динамічних електротеплових процесів полягає у послідовному виконанні певних математичних операцій над матрицями та векторами з метою формування системи рівнянь стану в автоматичному циклі, їх розв'язання та забезпечення можливості перегляду отриманих результатів у вигляді зручному для сприйняття.

На рис. 4 наведена логічна блок-схема цифрової реалізації вказаної математичної моделі.

Після запуску програми вводиться вихідна інформація про кількість віток та незалежних вузлів схеми, таблиця сполучення віток в розрахунковій схемі, питомі активні опори та індуктивності, площу поперечного перерізу та матеріал провідників цих віток. Крім того вводиться інформація про джерела напруги, зокрема номер вітки з джерелом напруги, значення амплітуди цієї напруги та початкової фази.

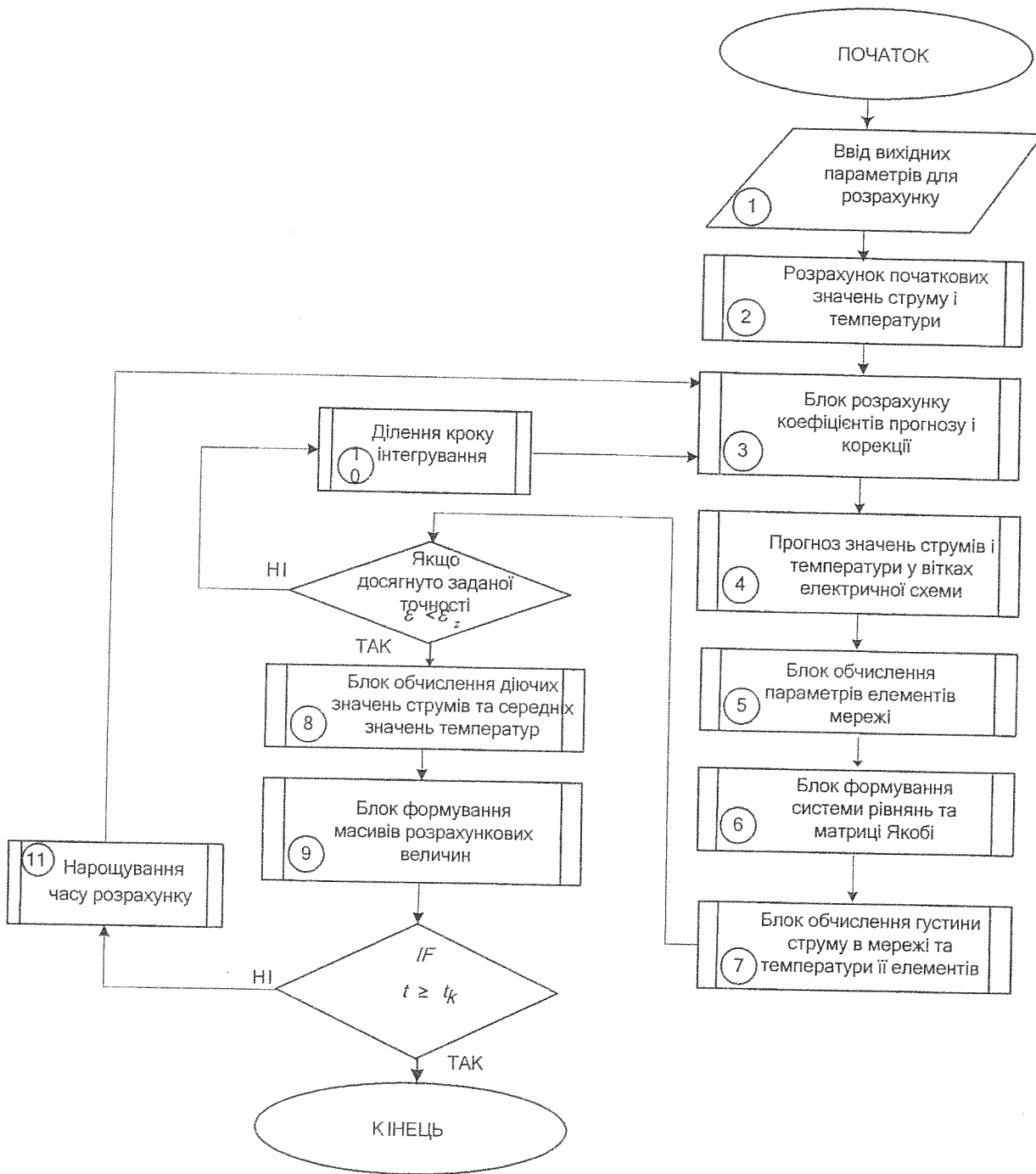


Рис. 4. Логічна блок-схема алгоритму динамічної моделі

Дослідження температурного режиму провідників різного поперечного перерізу за допомогою цифрової моделі. Використовуючи цифрову імітаційну модель, проведено дослідження температурного режиму для мідних проводів побутової електромережі перерізом 1,5; 2,5; 4 мм<sup>2</sup>, через які живиться споживач або група споживачів загальною потужністю 3 кВт. Температуру навколишнього середовища приймаємо рівною 20 °С. Враховуючи те, що напруга мережі – 220 В для потужності споживачів 3 кВт значення густини струму для перерізу проводу 1,5; 2,5; 4 мм<sup>2</sup> становить відповідно 9,08·10<sup>6</sup>; 5,45·10<sup>6</sup>; 3,4·10<sup>6</sup> А/мм<sup>2</sup>.

Результати розрахунків наведено відповідно на рис. 5, рис. 6, рис. 7.

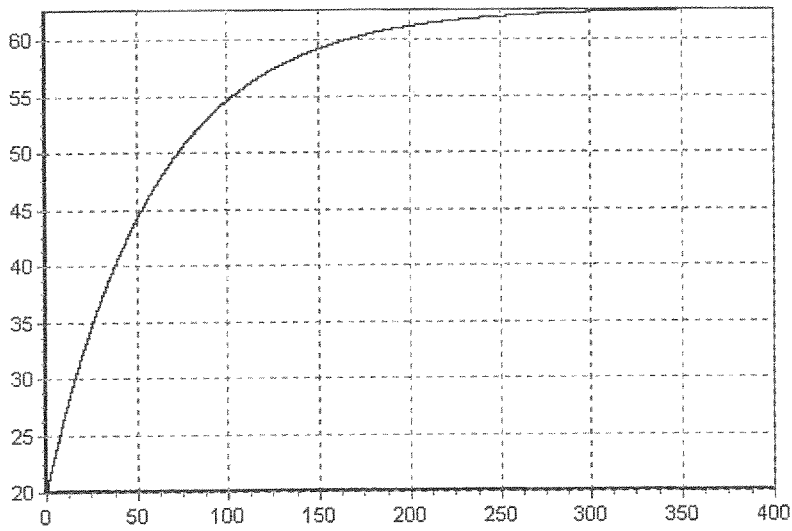


Рис. 5. Графік температури нагрівання мідного проводу перерізом  $1,5 \text{ мм}^2$

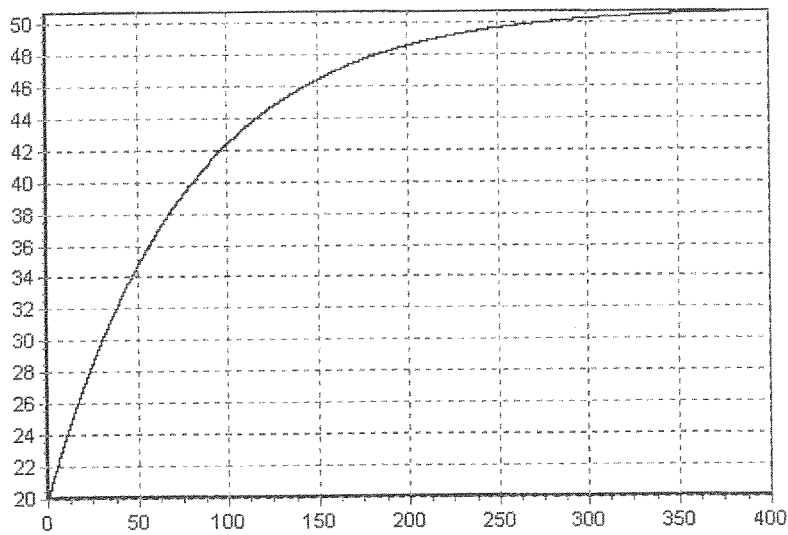


Рис. 6. Графік температури нагрівання мідного проводу перерізом  $2,5 \text{ мм}^2$

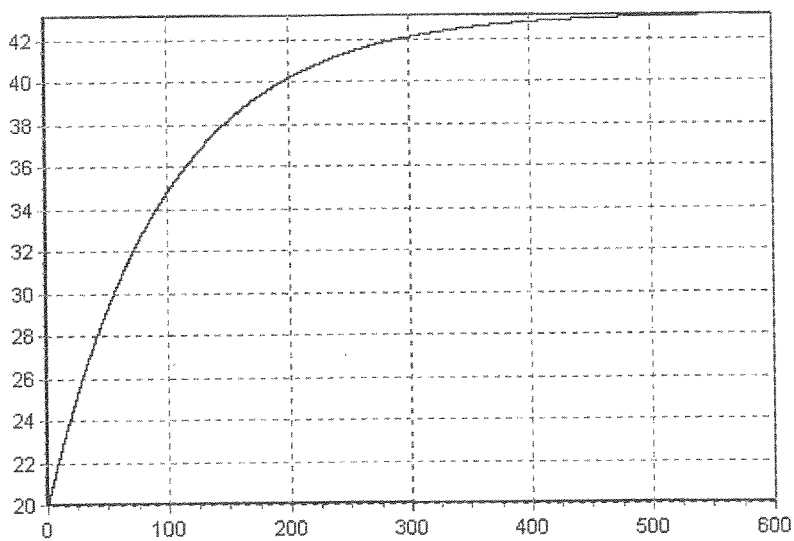


Рис. 7. Графік температури нагрівання мідного проводу перерізом  $4 \text{ мм}^2$

Як видно з графіків зміни температури проводу, усталене значення температури для мідного проводу поперечних перерізів 1,5; 2,5; 4 мм<sup>2</sup> становить відповідно 62, 52, 44 °С. Час нагрівання проводу до усталеного значення температури становить для проводу 1,5 мм<sup>2</sup> – 5,5 хв, 2,5 мм<sup>2</sup> – 6 хв, 4 мм<sup>2</sup> – 7,5 хв.

Згідно із даними паспортів виробників кабельно-провідникової продукції та вимог нормативних документів [5], гранична допустима температура нагрівання проводів з поліхлорвініловою ізоляцією становить 65 °С. Отже для електричної групи споживачів, сумарна потужність якої не перевищує 3 кВт, допустимо використовувати мідні проводи з поперечним перерізом 1,5 мм<sup>2</sup>, оскільки температура їх нагрівання 62 °С не перевищує тривало допустиму, що достатньо для безпечної експлуатації електропроводки, а використання проводів з перерізом 2,5 та 4 мм<sup>2</sup> є економічно недоцільним.

Шляхом моделювання досліджено режим змінного навантаження електропроводки, яку виконано мідними проводами перерізом проводу 2,5 мм<sup>2</sup>. Від споживачів сумарною потужністю 7 кВт через 7 хв відмикається споживач потужністю 2 кВт. Такий режим характерний для одночасного живлення кухонної плити і, наприклад, електричного чайника. Через деякий час електричний чайник вимикається після закипання води, внаслідок чого навантаження зменшується.

Графік залежності температури проводів від часу наведено на рис. 8.

Як видно з графіка зміни температури, під час роботи електричної мережі з навантаженням 7 кВт проводи електропроводки нагріваються до температури 88 °С. Після відключення 2 кВт навантаження проводи за час 5,5 хв остигають до усталеного значення температури 68 °С.

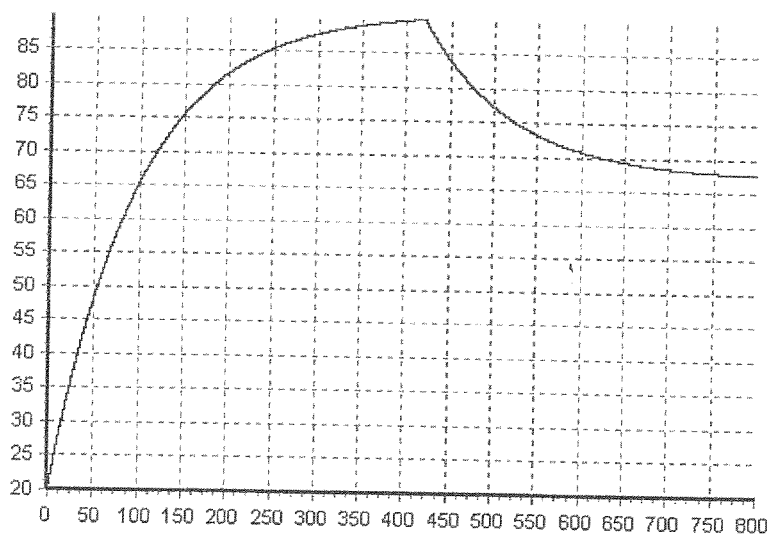


Рис. 8. Графік температури нагрівання мідного проводу 2,5 мм<sup>2</sup> при змінному навантаженні

**Висновки.** На основі математичної моделі електродинамічних процесів розроблено програмне забезпечення, яке дозволяє моделювати зміну температури в проводах побутових електропроводок в режимах статичного та динамічного струмового навантаження. Дана програма дозволяє здійснити часткову автоматизацію процесу проектування нових побутових електричних мереж та допоможе працівникам дослідно-випробувальних лабораторій під час розслідування та встановлення причин виникнення пожеж від електроустановок.

#### СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Проектування електрообладнання об'єктів цивільного призначення. ДБН В. 2.5-23-2003. Видання офіційне. Державний комітет України з будівництва та архітектури Київ 2004. – 119с.



2. Лыков А. В. Теория теплопроводности / А. В. Лыков. – М.: Высшая школа, 1967. – 600 с.
3. Перхач В. С. Математичні задачі електроенергетики / В.С. Перхач // Видання 2-е, перероб. і доповн. – Л. : Вища школа, 1982. – 380 с.
4. Архангельский Я. А.. Программирование в Delphi 7 / Я. А. Архангельский. – М.: ООО «Бином-Пресс», 2004. – 1152 с.: ил.
5. Правила устройства электроустановок. – Х.: Издательство «ИНДУСТРИЯ», 2007. – 416 с.

*В.И. Гудым, д.т.н., проф., О.М. Коваль, А.Я. Постолок*

### МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭЛЕКТРОТЕПЛОВЫХ ПРОЦЕССОВ БЫТОВЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

В работе сформировано динамическую математическую модель разветвленной электрической цепи социально-бытовых помещений на основе контурных токов с использованием неявного метода формул дифференцирования назад, которая позволяет моделировать электротепловые процессы, обусловлены динамической нагрузкой сети.

**Ключевые слова:** математическая модель, электротепловые процессы, бытовые электрические сети

*V.I. Hudym, Doctor of Science (Engineering), Professor, O.M. Koval, A.Ya. Postolyuk.*

### MATHEMATICAL MODEL OF ELECTROTHERMAL PROCESSES OF DOMESTIC POWER NETWORKS

In the article a dynamic mathematical model of parallel electric circuit of social and amenity rooms on the basis of loop currents using method of differentiation formulas back is formed. It gives a possibility to model electrical and thermal processes specified by dynamic network load.

**Key words:** Mathematical model, electro-thermal processes, domestic electric networks.

УДК 681.3:551.568.85:539.3

*В.М. Юзевич, д.ф.-м.н., проф. (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності), П.М. Сопрунок, д.т.н., проф., Я.Є. Підгірняк, к.т.н., н.с. (Фізико-механічний інститут ім. Г.В. Карпенка НАН України)*

### МОДЕЛЮВАННЯ ТА ЕЛЕМЕНТИ ПРОГНОЗУВАННЯ ЗМІН ЕКОЛОГІЧНОГО СТАНУ ОЗЕРА

Подано математичну модель екосистеми озера, в основі якої комплексний показник якості, що характеризує природоохоронну та господарську діяльність. Систематизовано процедуру прогнозування змін параметрів екологічного стану озера з урахуванням елементів теорії ризиків.

**Ключові слова:** екологія, озерні системи, комплексний показник якості, ризики, прогнозування.

В навколишньому природному середовищі (довкіллі) закритої водойми (озера) можна (у першому наближенні) виділити такі складові, як літосфера, гідросфера, атмосфера, біосфера. У кожному конкретному випадку всі ці складові взаємодіють між собою і важлива роль в