УДК 532.5.001.57

М.Ф. Юрим, к.т.н., доцент, А.В. Сибірний, к.б.н., О.-Р.В. Мартиняк, к.т.н., доцент, О.С.Філяк, к.б.н. (Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)

КІНЕМАТИКА РУХУ ЧАСТИНОК ФОСФОГІПСУ ПРИ РІЗНИХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПУЛЬСАЦІЙ РІДИНИ

У статті розглянута комплексна задача з кінематики руху частинок фосфогіпсу при різних законах пульсації рідкої фази. Отримані математичні залежності швидкості рідини відносно поверхні сферичних частинок фосфогіпсу та їх аналітичний або числовий розв'язки. На основі використаних експериментальних значень основних параметрів пульсацій потоку рідкої фази наведено графічне зображення розв'язку рівнянь, яке ілюстроване рисунками. Результати досліджень можуть бути використані в пожежній, техногенній та екологічній безпеці.

Ключові слова: кінематика, фосфогіпс, рух частинок, пульсації рідини

Створення імпульсного руху рідкого середовища завжди дозволяє інтенсифікувати процеси розчинення твердої фази. Тому дослідженню масообміну повинно передувати вивчення кінематики руху частинок фосфогіпсу, щоб оцінити швидкості обтікання частинок, які виникають при цьому. Отже, розв'язок дифузійної задачі базується на вивченні кінематики руху частинок фосфогіпсу у рідині при пульсаціях останньої за певним законом.

У статті розглянуто два варіанти поставленої задачі. У першому вивчається закономірність руху твердої сферичної частинки фосфогіпсу в потоці рідини при ламінарному її русі і прийнятій пульсаційній складовій швидкості, яка змінюється за синусоїдальним законом, а опір середовища підлягає закону Стокса. У розглянутому випадку на одиночну частинку діє гравітаційна сила (напрямок якої прийнятий за додатній), сила опору середовища, а також, сила протидії руху. Тоді початкове рівняння для сферичних частинок фосфогіпсу можна записати у такому вигляді:

$$\frac{\pi \cdot d^3}{6}(\rho_1-\rho)\frac{dV_4}{dt}=\frac{\pi \cdot d^3}{6}g(\rho_1-\rho)+3\pi \cdot d\mu(U-U_4) \qquad (1)$$

де ρ_1, ρ – густини частинки і середовища;
d – діаметр сферичної частинки;
V_4, U – швидкість руху частинки і потоку;
t – час;
μ – динамічна в'язкість середовища.

Рівняння (1) справедливе для стаціонарних умов, коли тверда частинка падає разом із рідиною. Для поставленої задачі швидкість руху частинки фосфогіпсу змінюється в часі.

На основі припущення про квазістаціонарність процесу рівняння (1) залишається дійсним і у випадку зміни швидкості в часі.

Розділивши праву і ліву частини рівняння (1) на $3\pi d\mu$, отримаємо:

$$\frac{d^2(\rho_1-\rho)}{18\mu}\frac{dV_4}{dt}=\frac{d^2(\rho_1-\rho)g}{18\mu}+(U-V_4) \qquad (2)$$

Швидкість зважування частинок фосфогіпсу у цьому випадку дорівнює:

$$W_g=\frac{(\rho_1-\rho)}{18\mu}gd^2 \qquad (3)$$

або

$$\frac{W_g}{g}=\frac{d^2(\rho_1-\rho)}{18\mu}. \qquad (4)$$

Підставивши у рівняння (2) значення швидкості зважування, із рівняння (4) отримаємо:

$$W_g \frac{1}{g}\frac{dV_4}{dt} = W_g + \left(U - V_4\right). \tag{5}$$

Швидкість руху потоку рідини при синусоїдальному законі зміни змушувальної сили становить:

$$U = U_0 + \omega \cdot A \cdot \sin \omega \cdot t, \tag{6}$$

де U_0 – середня швидкість рідини в потоці;
ω – частота пульсації рідини;
A – амплітуда пульсації рідини

Підставивши у рівняння (5) значення U із рівняння (6), отримаємо:

$$\frac{W_g}{g}\frac{dV_4}{dt} = W_g + \left(U_0 + \omega \cdot A \cdot \sin \omega \cdot t - V_4\right). \tag{7}$$

Зробимо такі позначення:

$$\omega \cdot t = \tau; \quad \frac{\omega \cdot A}{W_g} = \varphi_2; \; \frac{U_0}{W_g} = d; \quad \frac{V_4}{W_g} = y; \quad \frac{g}{\omega \cdot W_g} = \beta; \qquad \beta \cdot \varphi_2 = \eta$$

Підставивши прийняті позначення у рівняння (7), отримаємо:

$$\frac{dy}{d\tau} + \beta \cdot y = \beta(1+\alpha) + \eta \cdot \sin \tau \tag{8}$$

Рівняння (8) має аналітичний розв'язок:

$$y = e^{-\beta\tau}\left\{\int e^{\beta\tau}\left[\beta(1+\alpha) + \eta \cdot \sin\tau\right]d\tau + C\right\} = e^{-\beta\tau}\left[\frac{\beta(1+\alpha)}{\beta}e^{-\beta\tau} + \eta\int e^{\beta\tau}\sin\tau \cdot d\tau + C\right] =$$

$$= 1 + \alpha + \eta \cdot e^{-\beta\tau}\frac{e^{\beta\tau}}{1+\beta^2}\left(\beta \cdot \sin\tau - \cos\tau\right) + C \cdot e^{-\beta\tau} \tag{9}$$

$$y = 1 + \alpha + \frac{\eta}{1+\beta^2}\left(\beta \cdot \sin\tau - \cos\tau\right) + C \cdot e^{-\beta\tau}$$

при τ=0, y=0, постійна інтегрування C має такий вигляд

$$C = \frac{\eta}{1+\beta^2} - (1+\alpha)$$

Підставивши значення постійної C в рівняння (9), отримаємо:

$$y = 1 + \alpha + \frac{\eta}{1+\beta^2}\left(\beta \cdot \sin\tau - \cos\tau\right) + \left[\frac{\eta}{1+\beta^2} - (1+\alpha)\right]^{-\beta\tau} \tag{10}$$

при α=-1 рівняння (10) приймає вигляд:

$$y = \frac{\eta}{1+\beta^2}\left(\beta \cdot \sin\tau - \cos\tau\right) + \frac{\eta}{1+\beta^2}e^{-\beta\tau} \tag{11}$$

при $\tau \to \infty$, $e^{-\beta\tau} \to 0$ отримаємо періодичну функцію:

$$y = \frac{\eta}{1+\beta^2}\left(\beta \cdot \sin\tau - \cos\tau\right) \tag{12}$$

Функція (10) табулювалася за складеною програмою на комп'ютері. Для отриманих експериментальних даних: W_g=0,075 м/с; A=0,004 м; ω=35 с$^{-1}$; d=0,0001 м; R_e=0,8; α=-0,5; α=-1,0; α=-2,0 розв'язок функції (10) приведений на рис. 1.

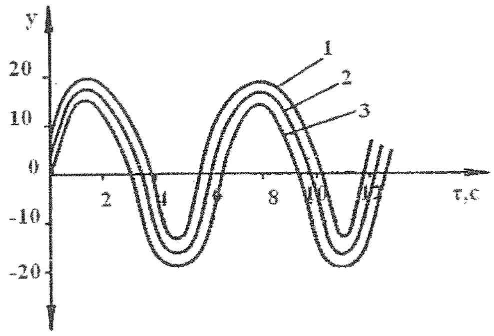

Рис. 1. *Розв'язок рівняння 10 для області Re< 1:*
1 –α = - 0,5; 2 –α= -1,0; 3 –α= -2,0.

На рис. 2 наведено розв'язок рівняння (10) для області R_e>1, для таких отриманих експериментальних значень: W_g=0,4 м/с; A=0,004 м; ω=35 с$^{-1}$; R_e=1,85; α=-0,5; α=-1,0; α=-2,0.

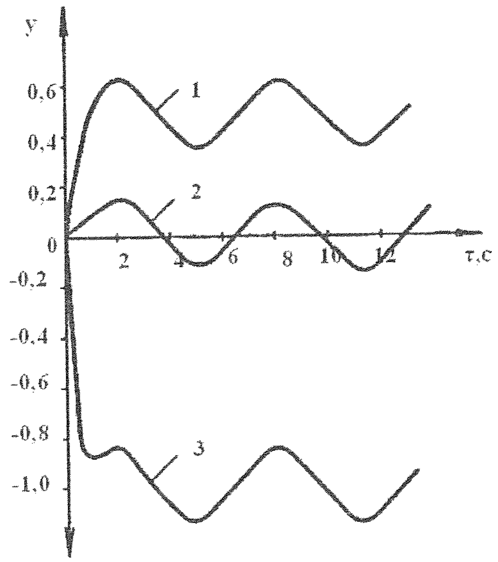

Рис. 2. *Розв'язок рівняння 10 для області Re> 1:*
1 –α = - 0,5; 2 –α= -1,0; 3 –α= -2,0.

Як видно із рис. 1 і 2, при синусоїдальних коливаннях рідини швидкість руху частинок фосфогіпсу досягає певного значення, величина якого потім змінюється за синусоїдальним законом. Проте при α<1 і густині рідини $\rho<\rho_1$ буде мати місце осідання частинок фосфогіпсу (рис. 2, крива 1).

Якщо середня швидкість рідини U_o більша ніж швидкість зважування W_g, частинки фосфогіпсу знаходяться у зваженому стані, крива 3 рис. 2, причому, швидкість обтікання їх рідиною буде відповідати певному середньому значенню за період.

У другому варіанті задачі розглядається закономірність руху твердих сферичних частинок фосфогіпсу, зважених у пульсуючому потоці рідини. Допускається, що відносна швидкість руху частинок фосфогіпсу буде змінюватись аналогічно до зміни опору рідкого середовища, який в цьому випадку визначається за законом Ньютона, а пульсуюча складова швидкості змінюється за синусоїдальним і несинусоїдальним законами.

Тоді, для одиничної сферичної частинки, коли опір середовища визначається за законом Ньютона, можна записати таке вихідне рівняння:

$$\frac{\pi \cdot d^3}{6}(\rho_1-\rho)\frac{dV_4}{dt}=\frac{\pi \cdot d^3}{6}(\rho_1-\rho)g+\xi\frac{\pi \cdot d^3}{4}\rho\frac{(U-V_4)|U-V_4|}{2} \qquad (13)$$

де d – діаметри сферичної частинки фосфогіпсу; ρ_1, ρ – густина частинки і рідкого середовища; V_4 – швидкість руху частинки; U – швидкість потоку рідини; g – прискорення сили тяжіння; ξ – коефіцієнт опору середовища.

Розділивши праву і ліву частини рівняння (13) на $\frac{\pi \cdot d^3}{6}(\rho_1 - \rho)$, отримаємо:

$$\frac{dV_4}{dt} = g + \frac{\rho}{(\rho_1 - \rho)} \frac{3\xi}{4d}(U - V_4)|U - V_4| \tag{14}$$

Якщо рахувати швидкість зважування частинок $W_g = \sqrt{\frac{(\rho_1 - \rho)4gd}{\rho \cdot 3\xi}}$ рівною швидкості осідання, тоді після підстановки W_g в рівняння (14) отримаємо:

$$\frac{dV_4}{dt} = g + \frac{g}{W_g^2}(U - V_4)|U - V_4| \tag{15}$$

або

$$\frac{dV_4}{dt} = g\left[1 + \frac{(U - V_4)|U - V_4|}{W_g^2}\right] \tag{16}$$

Рівняння (16) є основним вихідним рівнянням для випадку зваженого стану частинок фосфогіпсу.

Перший випадок: при зваженому стані частинок фосфогіпсу в потоці без впливу пульсації:

при $U=const<0$, $V_4\big|_{t=0} = 0$;

при $U=-W_g$, $\frac{dV_4}{dt}\Big|_{t=0} = 0$.

Для вказаних умов швидкість руху частинки і її приріст тотожні 0, тому будь-якого збільшення швидкості обтікання частинок в цьому випадку спостерігатися не буде.

Другий випадок: при зваженому стані частинок фосфогіпсу в пульсуючому за синусоїдальним законом потоці рідини. У цьому випадку:

$$U = U_0 + \omega \cdot A \cdot \sin\omega \cdot t \tag{17}$$

де U_o – середня швидкість рідини;

$\omega \cdot A \cdot \sin\omega \cdot t$ - пульсаційна складова швидкості;

ω, A – частота і амплітуда пульсації рідини.

Після підстановки U із рівняння (17) в рівняння (16) отримаємо:

$$\frac{dV_4}{dt} = g\left[1 + \frac{(U_0 + \omega \cdot A \cdot \sin\omega \cdot t - V_4)|U_0 + \omega \cdot A \cdot \sin\omega \cdot t - V_4|}{W_g^2}\right] \tag{18}$$

Приймемо такі позначення:

$$\frac{U_0}{W_g} = \alpha; \quad \frac{V_4}{W_g} = y; \quad \frac{\omega \cdot A}{W_g} = \varphi_2; \ \omega \cdot t = \tau; \quad \frac{g}{\omega \cdot W_g} = \beta.$$

Після підстановки прийнятих величин у рівняння (18), отримаємо:

$$\frac{dy}{d\tau} = \beta\left[1 + (\alpha + \varphi_2 \cdot \sin\tau - y)|\alpha + \varphi_2 \cdot \sin\tau - y|\right] \tag{19}$$

Якщо швидкість потоку без пульсацій дорівнює швидкості зважування, а напрямок їх протилежний, то при $U_o=-W_g$, $\alpha=-1$ отримаємо:

$$\frac{dy}{d\tau} = \beta\left[1 + (-1 + \varphi_2 \cdot \sin\tau - y)|-1 + \varphi_2 \cdot \sin\tau - y|\right] \tag{20}$$

На рис. 3 наведено графічну інтерпретацію розв'язку рівняння (20) для таких значень експериментальних величин: W_g=0,403 м/с; d=0,004 м; ω=35 с$^{-1}$; A=0,004 м; R_e=1791; α=-0,5; α=-1,0; α=-2,0.

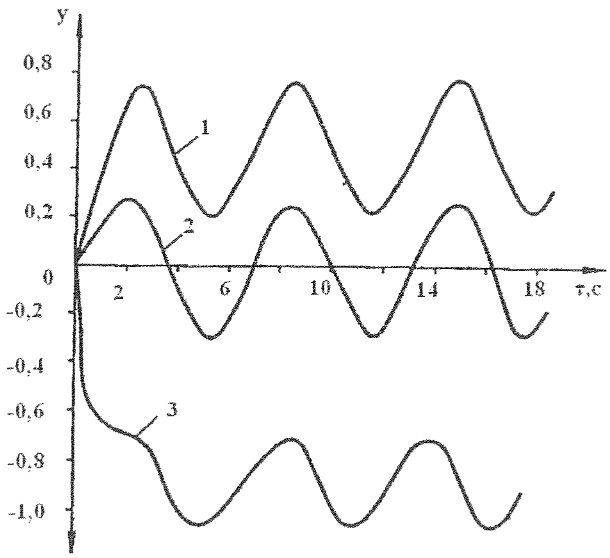

Рис. 3. Розв'язок рівняння 20 для області Re>500:
1 –α = - 0,5; 2 –α= -1,0; 3 –α= -2,0.

Як видно із отриманого розв'язку при α=-1 (крива 1) тверда частинка фосфогіпсу, знаходячись у зваженому стані, повторює синусоїдальні форми коливань рідкої фази. При α=-0,5 (крива 2) частинка, здійснюючи гармонійні коливання, буде осаджуватися. І, нарешті, при α=-2,0 (крива 3) частинка фосфогіпсу знаходиться у зваженому стані, при цьому швидкість її обтікання буде відповідати певному, середньому, значенню за період.

Третій випадок: при зваженому стані частинок у вібропотоці рідини, який пульсує з уривчасто-постійною швидкістю. У цьому випадку

$$U = U_0 + U_n \tag{21}$$

де U_n – пульсаційна складова швидкості; U_o – середня, витратна швидкість рідини.

Додатково приймемо такі позначення:

$$\frac{U_n}{W_g} = Z\,; \quad \frac{gT}{W_g} = \beta\,; \quad \frac{V_4}{W_g} = y\,; \quad \frac{U_o}{W_g} = \alpha\,; \quad \frac{U}{W_g} = \varphi\,; \quad \frac{t}{T} = \tau$$

де T – час одного періоду коливань; U – середня швидкість рідини; W_g – швидкість зважування; V_4 – швидкість руху частинок фосфогіпсу.

Після підстановки прийнятих позначень у рівняння (16) отримаємо:

$$\frac{dy}{d\tau} = \beta\left[1 + (\alpha + Z - y)\left|\alpha + Z - y\right|\right] \tag{22}$$

Рівняння (22) інтегрувалось на комп'ютері з використанням вдосконаленого методу Ейлера з уточненням, при такому законі зміни функції U_n:

$$\frac{U_n}{W_g} = \left| \begin{array}{l} z = \varphi, якщо 0 \le \tau \le 1/2 \\ z = 0, якщо\ 1/2 \le \tau \le 1 \\ z = \varphi, якщо 1 \le \tau \le 3/2 \\ z = 0, якщо\ 3/2 \le \tau \le 2 \end{array} \right| \tag{23}$$

На рис. 4 наведено розв'язок рівняння (22) для умов (23) для таких експериментальних даних: U = 0,004 м/с, W_g=0,403 м/с; T=0,2 с і α=-0,5; α=-1,0; α=-2,0. Із рис. 10 видно, що характер руху частинки фосфогіпсу змінюється відповідно до закону руху рідини, значення якої при α=-1,0 (крива 2) змінюється від деякої додатної величини до нуля. Отже, в певні проміжки часу пульсаційна швидкість обтікання частинок збільшується до максимуму і підтримується на цьому рівні протягом усього часу віброподачі рідини.

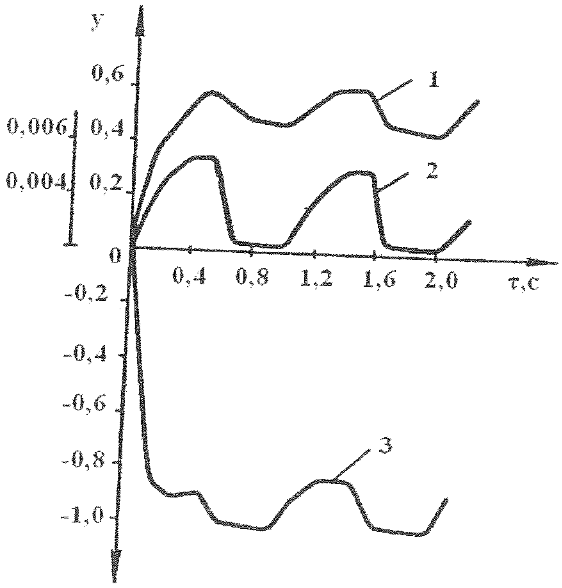

Рис. 4. Розв'язок рівняння 22 для умов 23:
1 –α = - 0,5; 2 –α= -1,0; 3 –α= -2,0.

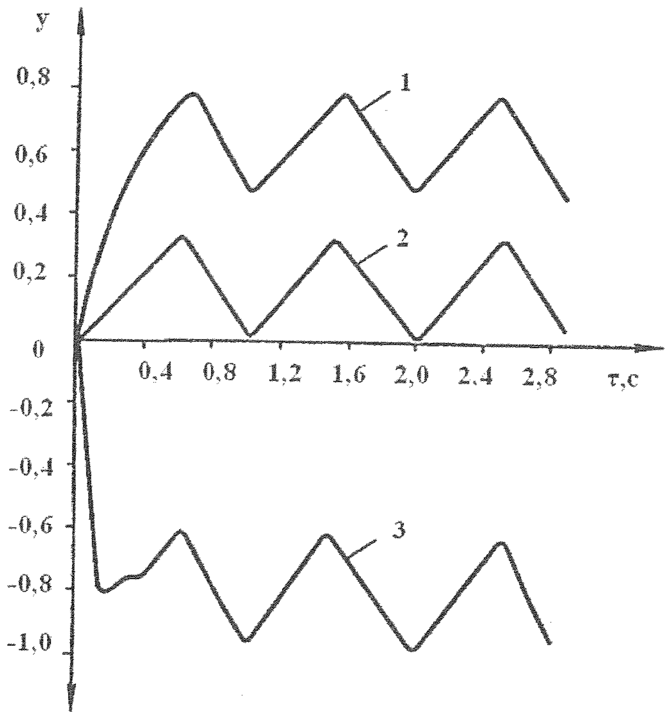

Рис 5. Розв'язок рівняння 22 для умов 24:
1 –α = - 0,5; 2 –α= -1,0; 3 –α= -2,0.

Четвертий випадок: при зваженому стані частинок фосфогіпсу в пульсуючому потоці з шпильчасто-постійною формою коливань рідини. У цьому випадку рівняння (22) інтегрувалось на комп'ютері при такому законі зміни функції U_n:

$$\frac{U_n}{W_g}=\left|\begin{array}{l} z=2\tau, \text{якщо} 0\le\tau\le \tfrac{1}{2} \\ z=2(1-\tau), \text{якщо } \tfrac{1}{2}\le\tau\le 1 \\ z=2(\tau-1), \text{якщо} 1\le\tau\le \tfrac{3}{2} \\ z=2[1-(\tau-1)], \text{якщо } \tfrac{3}{2}\le\tau\le 2 \end{array}\right| \qquad (24)$$

На рис. 5 наведено розв'язок рівняння (22) для умов (24) для таких прийнятих вихідних даних: U = 0,004 м/с, W_g=0,403 м/с; T=0,2 с і α=-0,5; α=-1,0; α=-2,0. З рис. 11 видно, що швидкість руху твердої частинки відповідає формі коливань рідини.

Отже, використання вивчених у статті форм коливань рідкої фази в масообмінних апаратах актуальне і важливе, особливо, для утилізації відходів, до складу яких входить фосфор і його сполуки, які є горючими, отруйними і можуть спричинити виникнення пожежі та отруєння живих організмів. Результати досліджень, отримані в цій статті є актуальними і можуть бути використані в пожежній, техногенній та екологічній безпеці.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ:

1. Батунер Л. М. Математические методы в химической технике / Л. М. Батунер, М. Е. Позин. – Л. : "Химия", 1968. – 820 с.
2. Вигдовчик Е.М., Шейнин А.Б. Математическое моделирование непрерывных процессов растворения / Е. М.Вигдовчик, А. Б. Шейнин. – Л. : "Химия", 1987. – 248 с.
3. Двайт Г.Б. Таблицы интегралов и другие математические формулы / Под ред. К.А. Семендяева. – М. : "Наука", 1987. – 224 с.
4. Пульсационная аппаратура в народном хозяйстве. Ч. 1. Применение пульсации и теоретические вопросы / Под ред. С.М. Карпачевой. - М. : "Атомиздат", 1989. – 180 с.
5. Математичні методи в хімії та хімічній технології / Ю. К. Руданський, Є. М. Мокрий, З. Г. Піх та ін. – Л. : "Світ", 1993. – 206 с.
6. Солтис М. М. Теоретичні основи процесів хімічної технології / М. М. Солтис, В. П. Закордонський. – Л. : ЛНУ ім. І. Франка, 2003. – 206 с.

Н.Ф. Юрим, к.т.н., доц., А.В. Сибирный, к.б.н., О.-Р.В. Мартыняк, к.т.н., доц., О.С.Филяк, к.б.н.

КИНЕМАТИКА ДВИЖЕНИЯ ЧАСТИЧЕК ФОСФОГИПСА ПРИ РАЗЛИЧНЫХ ХАРАКТЕРИСТИКАХ ПУЛЬСАЦИЙ ЖИДКОСТИ

У статье рассмотрена комплексная задача по кинематике движения частичек фосфогипса при различных законах пульсаций жидкой фазы. Получены математические зависимости скорости жидкости относительно поверхности сферических частичек фосфогипса, их аналитическое и численное решение. На основании использованных экспериментальных значений основных параметров пульсаций потока жидкой фазы приведено графическое изображение решения уравнений, проиллюстрированное рисунками.

Ключевые слова: кинематика, фосфогипс, движение частичек, пульсации жидкости.