




*Л. П. Гащук¹, П. М. Гащук¹,
 А. М. Домінік¹, І. Р. Вайда²*

¹Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, Львів, Україна
²Національна академія сухопутних військ ім. гетьмана Петра Сагайдачного, Львів, Україна

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5522-2757> – Л. П. Гащук
<https://orcid.org/0000-0002-2345-4879> – П. М. Гащук
<https://orcid.org/0000-0003-0139-2002> – А. М. Домінік
<https://orcid.org/0000-0001-9437-9944> – І. Р. Вайда
 lybomur.haschuk@ldubgd.edu.ua

ІДЕНТИФІКАЦІЯ ГАЛЬМІВНОЇ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЕЛАСТИЧНОГО КОЛЕСА МОБІЛЬНОЇ МАШИНИ АНАЛІТИЧНИМИ ЗАСОБАМИ

Ідеться про можливість й засоби прийнятно якісного відтворення процесу гальмування автомобільного колеса (і автомобіля загалом). Наголошується на тому, що досі нерозв'язаною до кінця залишається проблема точного оцінювання коефіцієнта зчеплення пневматичного колеса з дорогою: експериментальне визначення цього коефіцієнта навіть у штучно створених еталонних дорожніх умовах завжди веде до істотно неоднозначних результатів. Тож процес гальмування набуває ознак випадкового, хоча насправді випадковим він фізично не є. Відтак важко прогнозувати гальмівний шлях, швидкість початку гальмування тощо. Однією з причин такої неоднозначності є неможливість реалізації надійного алгоритму якісно точного відтворення режимів зазвичай швидкоплинного процесу керування колісними гальмами та відповідно швидкоплинної реалізації гальмівного ефекту.

Аби знівелювати цю проблему, потрібно було б застосовувати комп'ютерне імітаційне моделювання процесу гальмування колеса з використанням так званої гальмівної характеристики, заданої обов'язково аналітично. Саме такий задовільно гнучкий аналітичний опис гальмівної характеристики запропоновано у формі адаптивної залежності коефіцієнта зчеплення колеса з дорогою від коефіцієнта його проковзування та шістьох так званих коефіцієнтів регресії. Багатократна імітація процесу гальмування колеса (автомобіля загалом) дала б змогу ідентифікувати коефіцієнти регресії аналітичного опису та адекватно узгодити усі зафіксовані параметри кожного спостережуваного процесу гальмування.

Запропонована методологія може стати корисною чи для оптимізації гальмівних властивостей автомобіля, чи для підвищення якості експертизи дорожньо-транспортної пригоди.

Кореневі слова: автомобільне колесо, процес гальмування, коефіцієнт зчеплення, коефіцієнт проковзування, гальмівна характеристика, аналітичний опис, функція регресії до типового, імітаційне моделювання

*L. P. Hashchuk¹, P. M. Hashchuk¹,
 A. M. Dominik¹, I. R. Vayda²*

¹Lviv State University of Life Safety, Lviv, Ukraine
²Hetman Petro Sahaidachnyi National Army Academy, Lviv, Ukraine

IDENTIFICATION OF THE BRAKING CHARACTERISTICS OF THE ELASTIC WHEEL OF A MOBILE MACHINE BY ANALYTICAL MEANS

The article focuses on the possibilities and means of acceptable high-quality reproduction of the braking process of a car wheel (and a car in general). It is emphasised that the problem of accurate estimation of the coefficient of adhesion of a pneumatic wheel to the road remains unsolved: the experimental determination of this coefficient, even in artificially created reference road conditions, always leads to significantly ambiguous results. Thus, the braking process tends to obtain the characteristics of randomness, although, in reality, it is not physically random. Therefore, it is difficult to predict the braking distance, the speed of the start of braking, etc. One of the reasons for such ambiguity is the impossibility to implement a reliable algorithm that enables qualitatively accurate reproduction of the modes of the usually fast-paced wheel brake control process and, accordingly, a fast-paced realisation of the braking effect.

To eliminate this problem, it would be necessary to apply computer simulation modelling of the wheel braking process using the so-called braking characteristic, which must be determined analytically. This satisfactorily flexible analytical description of braking characteristics is proposed in the form of an adaptive dependence of the wheel adhesion coefficient on the road slip coefficient and six so-called regression coefficients. Multiple simulations of the braking process of the wheel (of the car in general) would allow us to identify the regression coefficients of the analytical description and to adequately match all the recorded parameters of each observed braking process.

The proposed methodology can be useful either for optimising the car's braking properties or for improving the quality of road accident examinations.

Keywords: car wheel, braking process, adhesion coefficient, slip coefficient, braking characteristic, analytical description, regression to typical function, simulation modelling

Постановка проблеми. У різних інформаційних джерелах зчеплення коліс автомобіля з конкретним за фізичними властивостями і станом покриттям дороги, оцінюють/задають не конкретним значенням коефіцієнта зчеплення, а певним інтервалом його значень. Межі цього інтервалу відрізняються істотно — на 25—40 (і навіть більше) %. Та й випробування автомобіля в ретельно відтворених дорожніх умовах за ніби неухильного дотримання регламентованих правил/алгоритмів ведення експерименту ніколи не супроводжуються визначально близькими значеннями гальмівного шляху. Тож для оцінювання відповідності цього шляху тим чи іншим технічним умовам/вимогам вдаються зазвичай до аналізу й усереднення невеликої вибірки даних. А от в модельних розрахунках коефіцієнт зчеплення практично завжди вважають каліброваною середньою величиною, незмінною для заданого покриття дороги. Приміром, у разі проведення офіційної експертизи дорожньо-транспортної пригоди прийнято керуватись регламентованими значеннями коефіцієнта зчеплення, а це може призвести до неточного висновку про реальну зумовленість у конкретній пригоді швидкості початку гальмування і гальмівного шляху.

Все це стосується екстремального гальмування [1, 2]. Зі службовим гальмуванням ситуація ще невизначеніша: коефіцієнт зчеплення істотно залежить

від режиму кочення/ковзання колеса [3—5]. Навіть виникає припущення, що процес гальмування слід розглядати як природно випадковий, оперуючи від самого початку суто ймовірнісними характеристиками? Але насправді фізично процес гальмування в жодному разі не є стохастичним.

Прояв зазначеної нестабільності є наслідком дії погано розпізнаваних чинників. Зокрема, процес гальмування провокує (параметрично збуджує) неконтрольовані коливні процеси у підвісці автомобіля, спричиняючи зміну вертикальної навантаги на колесо, а відтак швидкості проковзування й коефіцієнта тертя ковзання-кочення колеса. Суттєву роль відіграють також перебіг гальмівної характеристики колеса, рис. 1, та прояв нестабільності реалізації режиму гальмування, відображуваного хоч-якою точкою цієї характеристики (якщо навіть можна вважати гальмівну характеристику цілковито стабільною). Тут: μ — коефіцієнт зчеплення колеса з дорогою; s — коефіцієнт проковзування колеса; μ_m і s_μ — максимальне значення величини μ і відповідне йому значення коефіцієнта проковзування колеса s (точка A характеристики); μ_s — коефіцієнт зчеплення у разі цілковитого блокування колеса, коли $s = 1$ (точка B характеристики).

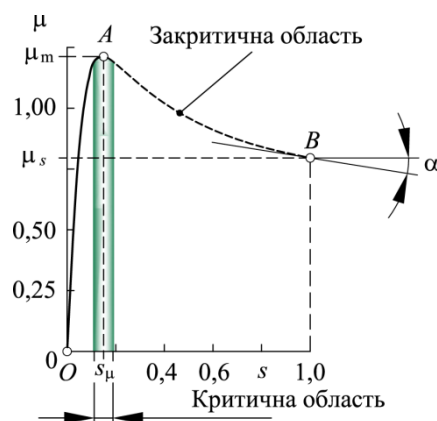


Рисунок 1 – Приклад гальмівної характеристики колеса у подовжньому напрямі руху

Порівнюючи найбільш використовувані аналітичні описи-моделі гальмівної характеристики [6, 7], можна помітити відсутність якоїсь загальної теоретично вмотивованої тенденції: опис одного і того самого реального явища «крип — зчеплення», виявляється, здійснюють принципово різними аналітичними засобами, принципово різними як в

якісному, так і в структурному сенсах. Найвідомішими є *привабливі простою моделі Пацейки* (Pacejka, 1991 р.), *Буркгардта* (Burckhardt, 1987 р.), *Кінцке-Девісса* (Kiencke and Daviss, 1994 р.), *Де-Віта* (De-Wit, 2002 р.). У них фігурують дві, три, чотири апроксимаційні константи [7]. Але існують експериментальні дані, які не підпадають під жодний із зазначених

описів (можна навести приклад відносно давніх спостережень: *Harmed J. L., Johnston L. E., Scharpf G.* Measurement of tire brake characteristics as relative to wheel slip anti-lock control system design. SAE Preprints, No 690214). Взагалі кажучи, ці константи (сталі коефіцієнти) мали б набути статусу параметрів-функцій регресії до типового, аби зробити опис істотно загальнішим і гнучкішим.

Загалом винайдені автомобільною наукою моделі динаміки еластичного колеса можна розділити на три категорії: прості фізичні моделі [8, 9, ...], емпіричні й напівемпіричні моделі [10, 11, ...], змістовні моделі, засновані, скажімо, на теорії кілець або оболонок [12—15]. Коли йдеться про моделювання взаємодії шини з дорогою у разі пошуку ознак оптимальної роботи систем активної безпеки до уваги можуть братися навіть теплові (температурні) ефекти [16]. І кожен із запропонованих описів має певні переваги в рамках тої чи іншої задачі дослідження динаміки автомобіля. Уніфіковане модельне трактування колеса і автомобіля (мотоцикла) дозволило, приміром, в роботі [8] на основі принципів варіаційного числення (нелінійного оптимального керування) розкрити незрозумілі аспекти та тонкощі теорії оптимального керування транспортним засобом.

Та все ж використовувати прості фізичні моделі в наш час нецікаво — вони занадто бідні своїми можливостями, а оперувати моделями третьої категорії надмірно складно. Тож особливої уваги набули суто формальні емпіричні модельні описи колеса [17, 18]. Модельні описи Расејка, скажімо, навіть назвали по-особливому — Чарівною формулою, Magic formula (MF) — через те, що структура описових рівнянь не має жодного фізичного підґрунтя, але завжди несе корисну інформацію.

Мета роботи — винайти структурно простий аналітичний опис характеристики «крип — зчеплення» автомобільного пневматичного колеса з достатньою кількістю так званих параметрів-функцій (функціональних параметрів) регресії до типового.

Модель з п'ятьма параметрами-функціями регресії до типового. За якісно адекватний аналітичний опис гальмівної характеристики може правити знайдена засобами математичного експерименту формула

$$\mu(s) = \sqrt{a \frac{b' \operatorname{ch}^2 \alpha_1 s - \cos^2 \alpha_2 s}{b \operatorname{ch}^2 \alpha_3 s - \sin^2 \alpha_4 s}} \quad (1)$$

у якій фігурують сім параметрів — a , b' , b , α_1 , α_2 , α_3 , α_4 , що разом мали б дозволити задовільно припасувати опис до заданої реальної характеристики. Але ж обов'язково має

справджуватись умова $\mu(0) = 0$ (точка O гальмівної характеристики, рис. 1). Тож від самого початку доведеться вважати, що $b' = 1$:

$$\mu(s) = \sqrt{a \frac{\operatorname{ch}^2 \alpha_1 s - \cos^2 \alpha_2 s}{b \operatorname{ch}^2 \alpha_3 s - \sin^2 \alpha_4 s}} \quad (1)$$

Підкореневий вираз має бути невід'ємним принаймні в області $0 \leq s \leq 1$. А оскільки

$$\operatorname{ch}^2 \alpha_1 s - \cos^2 \alpha_2 s \geq 0$$

(рівність — тільки при $s = 0$), то в області $0 \leq s \leq 1$ має справджуватись умова

$$a(b \operatorname{ch}^2 \alpha_3 s - \sin^2 \alpha_4 s) > 0.$$

На підставі (2) можна писати

$$\frac{2}{a} \mu(s) \frac{d\mu(s)}{ds} = \frac{d \operatorname{ch}^2 \alpha_1 s - \cos^2 \alpha_2 s}{ds b \operatorname{ch}^2 \alpha_3 s - \sin^2 \alpha_4 s} = \frac{d \kappa(s)}{ds \lambda(s)} \quad (2)$$

Де $\kappa(s) = \operatorname{ch}^2 \alpha_1 s - \cos^2 \alpha_2 s$,

$\lambda(s) = b \operatorname{ch}^2 \alpha_3 s - \sin^2 \alpha_4 s$. Диференціюючи (3),

матимемо ще одне важливе співвідношення:

$$\frac{2}{a} \left(\left(\frac{d\mu(s)}{ds} \right)^2 + \mu(s) \frac{d^2 \mu(s)}{ds^2} \right) = \frac{d^2 \operatorname{ch}^2 \alpha_1 s - \cos^2 \alpha_2 s}{ds^2 b \operatorname{ch}^2 \alpha_3 s - \sin^2 \alpha_4 s} = \frac{d^2 \kappa(s)}{ds^2 \lambda(s)} \quad (4)$$

Позначаючи $(\cdot)' = d(\cdot) / ds$, знайдемо

$$\frac{d \kappa(s)}{ds \lambda(s)} = \frac{\kappa'(s) \lambda(s) - \kappa(s) \lambda'(s)}{\lambda^2(s)}, \quad (5)$$

$$\begin{aligned} \frac{d^2 \kappa(s)}{ds^2 \lambda(s)} &= \frac{d \kappa'(s) \lambda(s) - \kappa(s) \lambda'(s)}{ds \lambda^2(s)} = \\ &= \frac{\kappa''(s) \lambda(s) - \kappa(s) \lambda''(s)}{\lambda^2(s)} - 2 \frac{\lambda'(s)}{\lambda(s)} \frac{d \kappa(s)}{ds \lambda(s)} \end{aligned} \quad (6)$$

Тут:

$$\kappa'(s) = \frac{d}{ds} (\operatorname{ch}^2 \alpha_1 s - \cos^2 \alpha_2 s) =$$

$$= \alpha_1 \operatorname{sh} 2\alpha_1 s + \alpha_2 \sin 2\alpha_2 s,$$

$$\kappa''(s) = \frac{d}{ds} (\alpha_1 \operatorname{sh} 2\alpha_1 s + \alpha_2 \sin 2\alpha_2 s) =$$

$$= 2\alpha_1^2 \operatorname{ch} 2\alpha_1 s + 2\alpha_2^2 \cos 2\alpha_2 s,$$

$$\lambda'(s) = \frac{d}{ds} (b \operatorname{ch}^2 \alpha_3 s - \sin^2 \alpha_4 s) =$$

$$= b \alpha_3 \operatorname{sh} 2\alpha_3 s - \alpha_4 \sin 2\alpha_4 s,$$

$$\lambda''(s) = \frac{d}{ds} (b \alpha_3 \operatorname{sh} 2\alpha_3 s - \alpha_4 \sin 2\alpha_4 s) =$$

$$= 2b \alpha_3^2 \operatorname{ch} 2\alpha_3 s - 2\alpha_4^2 \cos 2\alpha_4 s,$$

$$\frac{\kappa''(s_\mu) \lambda(s_\mu) - \kappa(s_\mu) \lambda''(s_\mu)}{2} =$$

$$2$$

$$= (\alpha_1^2 \operatorname{ch} 2\alpha_1 s_\mu + \alpha_2^2 \cos 2\alpha_2 s_\mu) (b \operatorname{ch}^2 \alpha_3 s_\mu - \sin^2 \alpha_4 s_\mu) - (b \alpha_3^2 \operatorname{ch} 2\alpha_3 s - \alpha_4^2 \cos 2\alpha_4 s) (\operatorname{ch}^2 \alpha_1 s - \cos^2 \alpha_2 s).$$

Якщо при $s = s_\mu$ характеристика має локальний екстремум, то $\frac{d\mu(s_\mu)}{ds} = 0$ і відповідно до (3) вираз (5) стає нулем, звідки

$$\kappa'(s_\mu)\lambda(s_\mu) - \kappa(s_\mu)\lambda'(s_\mu) = 0 \quad (7)$$

Вирази ж (6) і (4) при цьому набувають вигляду

$$\frac{d^2 \kappa(s_\mu)}{ds^2} \lambda(s_\mu) = \frac{\kappa''(s_\mu)\lambda(s_\mu) - \kappa(s_\mu)\lambda''(s_\mu)}{\lambda^2(s_\mu)},$$

$$2\mu(s_\mu) \frac{d^2 \mu(s_\mu)}{ds^2} = a \frac{\kappa''(s_\mu)\lambda(s_\mu) - \kappa(s_\mu)\lambda''(s_\mu)}{\lambda^2(s_\mu)}.$$

Отже у разі

$$a(\kappa''(s_\mu)\lambda(s_\mu) - \kappa(s_\mu)\lambda''(s_\mu)) < 0$$

$$\left(\mu(s_\mu) > 0, \frac{d^2 \mu(s_\mu)}{ds^2} < 0 \right)$$

ітиметься про максимум характеристики, а у разі:

$$a(\kappa''(s_\mu)\lambda(s_\mu) - \kappa(s_\mu)\lambda''(s_\mu)) > 0 \left(\frac{d^2 \mu(s_\mu)}{ds^2} > 0 \right)$$

— про мінімум. Можна знайти:

$$\frac{\kappa''(s_\mu)\lambda(s_\mu) - \kappa(s_\mu)\lambda''(s_\mu)}{2} =$$

$$= (\alpha_1^2 \text{ch} 2\alpha_1 s_\mu + \alpha_2^2 \cos 2\alpha_2 s_\mu)(b \text{ch}^2 \alpha_3 s_\mu - \sin^2 \alpha_4 s_\mu) -$$

$$- (b \alpha_3^2 \text{ch} 2\alpha_3 s_\mu - \alpha_4^2 \cos 2\alpha_4 s_\mu)(\text{ch}^2 \alpha_1 s_\mu - \cos^2 \alpha_2 s_\mu).$$

Виявляється, що параметр a може набувати від'ємних значень, як і, зрештою, параметр b .

Відповідно до (2) в точці екстремуму

$$\mu^2(s_\mu) = a \frac{\text{ch}^2 \alpha_1 s_\mu - \cos^2 \alpha_2 s_\mu}{b \text{ch}^2 \alpha_3 s_\mu - \sin^2 \alpha_4 s_\mu} \quad (8)$$

Натомість умова екстремуму (7) веде до співвідношення

$$\frac{\kappa'(s_\mu)}{\lambda'(s_\mu)} - \frac{\kappa(s_\mu)}{\lambda(s_\mu)} =$$

$$= \frac{\alpha_1 \text{sh} 2\alpha_1 s_\mu + \alpha_2 \sin 2\alpha_2 s_\mu}{b \alpha_3 \text{sh} 2\alpha_3 s_\mu - \alpha_4 \sin 2\alpha_4 s_\mu}$$

$$-\frac{\text{ch}^2 \alpha_1 s_\mu - \cos^2 \alpha_2 s_\mu}{b \text{ch}^2 \alpha_3 s_\mu - \sin^2 \alpha_4 s_\mu} = 0,$$

яке з урахуванням (8) можна подати у вигляді

$$\mu^2(s_\mu) = a \frac{\alpha_1 \text{sh} 2\alpha_1 s_\mu + \alpha_2 \sin 2\alpha_2 s_\mu}{b \alpha_3 \text{sh} 2\alpha_3 s_\mu - \alpha_4 \sin 2\alpha_4 s_\mu} \quad (9)$$

Вирази (8) і (9) зокрема ідентифікують точку

$A(s = s_\mu, \mu = \mu_m)$:

$$a \frac{\text{ch}^2 \alpha_1 s_\mu - \cos^2 \alpha_2 s_\mu}{b \text{ch}^2 \alpha_3 s_\mu - \sin^2 \alpha_4 s_\mu} = \mu_m^2 \quad (10)$$

$$a \frac{\alpha_1 \text{sh} 2\alpha_1 s_\mu + \alpha_2 \sin 2\alpha_2 s_\mu}{b \alpha_3 \text{sh} 2\alpha_3 s_\mu - \alpha_4 \sin 2\alpha_4 s_\mu} = \mu_m^2 \quad (11)$$

Поряд з умовами (10) і (11) до уваги доречно брати ще й умову, яка б ідентифікувала точку $B(s = 1, \mu = \mu_s)$ гальмівної характеристики:

$$\mu^2(1) = a \frac{\text{ch}^2 \alpha_1 - \cos^2 \alpha_2}{b \text{ch}^2 \alpha_3 - \sin^2 \alpha_4} = \mu_s^2 \quad (12)$$

Тож умови $b' = 1$ і (10) — (12) дають можливість провести криву (1) точно через задані калібрувальні точки $O(0, 0)$, $A(s_\mu, \mu_m)$, $B(1, \mu_s)$, добираючи відповідно до (10) — (12) ще три параметри.

Гальмівна характеристика істотно змінює свою конфігурацію у разі збочення колеса, рис. 2. За достатньо великих кутів збочення β локальний екстремум залежності $\mu = \mu(s)$ як такий зникає. А отже умови ((10) і (11)) гублять чинність. У такому випадку можна обумовити кути α нахилу дотичних до кривої $\mu = \mu(s, \beta = \text{idem})$ в точках $s = 0$ і $s = 1$. Тож (див., приміром, рис. 2 — лінія $\mu = \mu(s, \beta = 30^\circ)$) у точці $s = 0$

$$\tan \alpha = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\mu(s)}{s} = \frac{d\mu(s=0)}{ds},$$

і аналогічно, у точці $s = 1$

$$\tan \alpha = \frac{d\mu(s=1)}{ds}.$$

Кут α може бути і від'ємним: точка B на рис. 1.

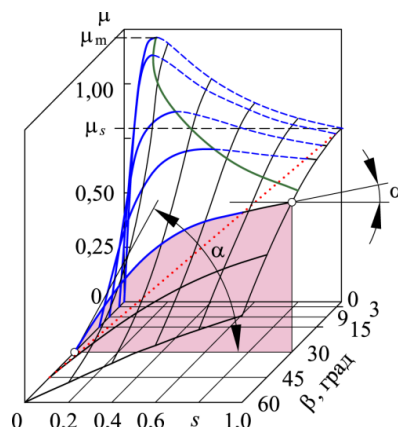


Рисунок 2 – Вплив на перебіг гальмівної характеристики збочення колеса

Побічні впливові чинники. Ефективність гальмування, як виявилось, помітно залежить ще й від швидкості v руху колеса у напрямі гальмування, а також від навантаги N на колесо [3, 6]. Приміром, вже давно (*Lanzendoerfer J., Szczepaniak C. Teoria ruhu samochodow.*— Warszawa: WKL, 1980) було задекларовано, що залежність коефіцієнта μ від проковзування s і швидкості v руху колеса у подовжньому напрямі прийнятно якісно описує формула

$$\mu = w \left(\frac{\psi s}{(\theta + s)^2} + \gamma s \right), \quad (13)$$

у якій:

$$\begin{aligned} \psi &= 0,45 + \frac{1}{0,327v + 0,890}, \\ \theta &= 0,174 + \frac{1}{1,970v + 4,430}, \\ \gamma &= 0,776 + \frac{1}{0,061v + 1,321}, \end{aligned} \quad (14)$$

w — стала, що залежить від типу і стану долівки (зокрема, у разі сухого асфальту $w = 0,95$). Недоліком опису (13) є те, що апроксимаційні коефіцієнти (14) є однозначно заданими функціями.

Тож загалом усі або частину апроксимаційних коефіцієнтів у виразі (2) доречно було б трактувати як такі собі функції (а не сталі) регресії до типового (чогось такого, що властиве явищу загалом), які залежать від змінних v і N . А це можна зробити дуже багатьма способами, тож існує потреба в окремих дослідженнях ефективності різних можливостей.

Доречно наголосити, що коефіцієнт проковзування s є в значній мірі абстрактною величиною (не підвладною безпосередньому вимірюванню). Приміром, його часто означають як вимірник (ідеється про гальмування)

$$s = \frac{\omega r_{k0}}{v} - 1, \quad (15)$$

де: ω — швидкість обертання колеса навколо власної осі, v — швидкість руху центра колеса поступом, r_{k0} — радіус вільного (за відсутності подовжньої сили — абстрактне припущення) кочення колеса. Можна уявити собі експеримент усталеного режиму гальмування колеса ($s = \text{idem}$, $r_{k0} = \text{idem}$) тривалістю T_g , у процесі якого зафіксовано загальний шлях повного

загальмовування $S_g = \int_0^{T_g} v dt$ та сумарний кут

супутнього повороту колеса $\varphi_g = \int_0^{T_g} \omega dt$. Тож слід писати (див. також (15))

$$r_{k0} = \frac{S_g}{\varphi_g}, \quad s = \frac{\omega}{v} \frac{S_g}{\varphi_g} - 1.$$

Тобто в такому випадку величина r_{k0} стає умовно вимірюваною. Але чи справді в цьому випадку йтиметься про радіус вільного кочення колеса?

Резюме. Взаємодія пневматичного колеса з долівкою в процесі гальмування мобільної машини — надзвичайно складне явище. Симптоматично, що навіть такі, здавалося б очевидні, поняття як «радіус колеса» та «проковзування колеса» доводиться роз'яснювати, покладаючись на емпіризм і туманні враження. Емпіризм (в сенсі індуктивного мислення) конструктивний, коли треба довести хибність твердження, але часто безпорадний — коли підтвердити. Та й підтверджувати нема чого: дедуктивне мислення не спромоглося бодай на схоластичну теорію гальмування еластичного колеса. Тому саме емпіризм приречений і далі обслуговувати теорію руху мобільної машини. Відтак мета роботи — винайти (на емпіричних засадах, звісно) структурно простий аналітичний опис характеристики «крип — зчеплення» автомобільного пневматичного колеса з достатньою кількістю так званих параметрів-функцій (функціональних параметрів) регресії до типового виявилась справді актуальною і досяжною. Розширення кількості апроксимаційних параметрів до шести (проти двох...чотирьох, як зазвичай) з наділенням їх за потреби властивостями функцій істотно розширило можливості адекватного аналітичного відображення та упорядкування дуже широкої бази емпіричних даних. «Філософія даних — Big Data», що захопила сучасний світ, має, таким чином, можливість пожитися і в царині штучного інтелекту, застосовуваного до мобільної техніки.

Список літератури:

1. Renski A. Budowa samochodow. Uklady hamulcowe i kierownicze oras zawieszenia. — Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 2004. — 208 s.
2. Kraftfahrtechnisches Taschenbuch / Bosch. [Chefred.: Horst Bauer]. — 23., aktualisierte und erw. Aufl. — Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg, 1999. — 960 s. (Die Deutsche Bibliothek — CIP-Einheitsaufnahme).
3. Mitschke M., Wallentowitz H. Dynamik der Kraftfahrzeuge. — Springer, 2014. — XXI, 914. s. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-05068-9>
4. Andrzejewski R., Awrejcewicz J. Nonlinear dynamics of a wheeled vehicle. — New York: Springer Science+Business Media, Inc., 2005. — 328 p.
5. Jazar R. N. Vehicle Dynamics: Theory and Application. — New York: Springer Science+Business Media, LLC, 2013. — 1066 p.

6. Гащук П. М., Миськів Т. Г. Теорія автомобіля: Колесо. — Львів: Українські технології, 2010.— 254 с.
7. Гащук П. Автомобіль: Теорія колісного рушія. — Київ: Видавничий дім «Кондор», 2018.— 328 с.
8. Limebeer D., Massaro, M. Dynamics and Optimal Control of Road Vehicles. — Oxford: Oxford University Press, UK, 2018. — 480 p. DOI:10.1093/oso/9780198825715.001.0001
9. Guiggiani M. The Science of Vehicle Dynamics: Handling, Braking, and Ride of Road and Race Cars. — Dordrecht, The Netherlands: Springer, 2014. — 350 p. DOI:10.1007/978-94-017-8533-4
10. Romano L., Bruzelius F., Jacobson B. Brush tyre models for large camber angles and steering speeds / *Vehicle System Dynamics*, 2022, 60(4). P. 1341—1392. <https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1854320>
11. Romano L., Timpone F., Bruzelius F., Jacobson B. Analytical results in transient brush tyre models: theory for large camber angles and classic solutions with limited friction / *Meccanica*, 2022, 57. — P. 165—191. <https://doi.org/10.1007/s11012-021-01422-3>
12. Besselink I. J. M., Schmeitz A. J. C., Pacejka H. B. An improved Magic Formula/Swift tyre model that can handle inflation pressure changes. In M. Berg, & A. S. Trigell (Eds.), *Proceedings of the 21st symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics (IAVSD 09)*, 17-21 August 2009, Stockholm, Sweden. / *Vehicle System Dynamics: International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility*, 2010. Vol. 48, No. suppl. 1. — P. 337—352 <https://doi.org/10.1080/00423111003748088>
13. Pacejka H. B. *Tire and Vehicle Dynamics. Third Edition.* — Butterworth-Heinemann, 2012. — XVI, 632 p. DOI <https://doi.org/10.1016/C2010-0-68548-8>
14. Farroni F., Lamberti R., Mancinelli N., Timpone F. TRIP-ID: A tool for a smart and interactive identification of Magic Formula tyre model parameters from experimental data acquired on track or test rig / *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 102. P. 1—22. DOI:10.1016/j.ymssp.2017.07.025
15. Sakhnevych A. Multiphysical MF-based tyre modelling and parametrisation for vehicle setup and control strategies optimisation / *Vehicle System Dynamics*, 2022, 60 (10). — P. 3462—3483. DOI: 10.1080/00423114.2021.1977833
16. Vargas M. A., Fernández J. P., Andrades I. S., Carrillo J. A. C., Aguilar J. J. C. Modeling of the Influence of Operational Parameters on Tire Lateral Dynamics. *Sensors*, 2022, 6380. — P. 1—19; <https://doi.org/10.3390/s22176380>
17. Ružinskas A., Sivilevičius H. Magic Formula Tyre Model Application for a Tyre-Ice Interaction. 10th International Scientific Conference Transbaltica 2017: Transportation Science and Technology / *Procedia Engineering*, 2017, 187(2017). P. 335—341.
18. Rajamani R. *Vehicle Dynamics and Control. Mechanical Engineering Series.* — Springer, 2012. — XXIV, 470 p. DOI 10.1007/978-1-4614-1433-9

References:

1. Renski, A. (2004). *Budowa samochodow. Uklady hamulcowe i kierownicze oras zawieszenia.* Warszawa: Oficyna Wydawnicza Politechniki Warszawskiej, 208 (in Polish).
2. *Kraftfahrtechnisches Taschenbuch / Bosch.* [Chefred.: Horst Bauer].— 23., aktualisierte und erw. Aufl. (1999). Braunschweig; Wiesbaden: Vieweg (Die Deutsche Bibliothek — CIP-Einheitsaufnahme). 960. (in German).
3. Mitschke, M., & Wallentowitz, H. (2014). *Dynamik der Kraftfahrzeuge.* 5th Ed. Springer. XXI, 914. <http://dx.doi.org/10.1007/978-3-658-05068-9>
4. Andrzejewski, R., & Awrejcewicz, J. (2005). *Nonlinear dynamics of a wheeled vehicle.* New York: Springer Science+Business Media, Inc., 328.
5. Jazar R. N. (2013). *Vehicle Dynamics: Theory and Application.* New York: Springer Science+Business Media, LLC, 1066.
6. Hashchuk, P. M., & Mis'kyv, T. H. (2010). *Vehicle Theory: Wheel.* L'viv, Ukrainian technologies, 254 (in Ukrainian).
7. Hashchuk, P. (2018). *Vehicle: Wheel Theory.* — Kyiv: Publishing house «Condor», 328 (in Ukrainian).
8. Limebeer, D.; Massaro, M. (2018). *Dynamics and Optimal Control of Road Vehicles;* Oxford University Press: Oxford, UK. 480 p. DOI:10.1093/oso/9780198825715.001.0001
9. Guiggiani, M. (2014). *The Science of Vehicle Dynamics: Handling, Braking, and Ride of Road and Race Cars;* Springer: Dordrecht, The Netherlands, 539. DOI:10.1007/978-94-017-8533-4
10. Romano, L., Bruzelius, F., & Jacobson, B. (2022). Brush tyre models for large camber angles and steering speeds. *Vehicle System Dynamics*, 60:4, 1341—1392, <https://doi.org/10.1080/00423114.2020.1854320>
11. Romano, L., Timpone, F., Bruzelius, F., & Jacobson, B. (2022). Analytical results in transient brush tyre models: theory for large camber angles and classic solutions with limited friction. *Meccanica* 57, 165–191 <https://doi.org/10.1007/s11012-021-01422-3>
12. Besselink, I. J. M., Schmeitz, A. J. C., & Pacejka, H. B. (2010). An improved Magic Formula/Swift tyre model that can handle inflation pressure changes. In M. Berg, & A. S. Trigell (Eds.), *Proceedings of the 21st symposium of the International Association for Vehicle System Dynamics (IAVSD 09)*, 17-21 August 2009, Stockholm, Sweden

(pp. 337-352). (Vehicle System Dynamics : International Journal of Vehicle Mechanics and Mobility; Vol. 48, No. suppl. 1). <https://doi.org/10.1080/00423111003748088>

13. Pacejka H. B. (2012). Tire and Vehicle Dynamics. Third Edition. Butterworth-Heinemann, XVI, 632. DOI <https://doi.org/10.1016/C2010-0-68548-8>

14. Farroni, F., Lamberti, R., Mancinelli, N., & Timpone, F. (2018). TRIP-ID: A tool for a smart and interactive identification of Magic Formula tyre model parameters from experimental data acquired on track or test rig. Mechanical Systems and Signal Processing 102,1—22.
DOI:10.1016/j.ymssp.2017.07.025

15. Sakhnevych, A. (2022). Multiphysical MF-based tyre modelling and parametrisation for vehicle

setup and control strategies optimisation, Vehicle System Dynamics, 60:10, 3462—3483, DOI: 10.1080/00423114.2021.1977833

16. Vargas, M. A., Fernández, J. P., Andrades, I. S., Carrillo, J. A. C., & Aguilar, J. J. C. (2022). Modeling of the Influence of Operational Parameters on Tire Lateral Dynamics. Sensors 2022, 6380, 1—19; <https://doi.org/10.3390/s22176380>

17. Ružinskas, A., & Sivilevičius, H. (2017) Magic Formula Tyre Model Application for a Tyre-Ice Interaction. 10th International Scientific Conference Transbaltica 2017: Transportation Science and Technology. Procedia Engineering 187(2017), 335 — 341.

18. Rajamani, R. (2012) Vehicle Dynamics and Control, Mechanical Engineering Series, Springer, XXIV, 470. DOI 10.1007/978-1-4614-1433-9

© Л. П. Гащук, П. М. Гащук, А. М. Домінік
І. Р. Вайда, 2022.

Науково-методична стаття.

Надійшла до редакції 27.09.2022.

Прийнято до публікації 12.12.2022.