



М.І. Войтович, Х.І. Ліщинська, М.І. Сорокатий, О.В. Білаш

Національна академія сухопутних військ імені гетьмана Петра Сагайдачного, Львів, Україна

ORCID: <https://orcid.org/0000-0002-5593-6493> – М. І. Войтович

<https://orcid.org/0000-0002-0084-6351> – Х. І. Ліщинська

<https://orcid.org/0000-0003-4930-5836> – М. І. Сорокатий

<https://orcid.org/0000-0001-7515-7641> – О. В. Білаш



k_lishch@meta.ua

ДО РОЗРАХУНКУ НА МІЦНІСТЬ ГИНІВ ТРУБОПРОВІДІВ В УМОВАХ ЗМІНИ ТЕМПЕРАТУРИ

Проблема. Впровадження в інженерну практику нових, більш інтенсивних технологій, ускладнення умов експлуатації сучасних споруд і машин призводить до зростання небезпеки виникнення надзвичайних ситуацій. Це суттєво підвищує вимоги до інженерних конструкцій і споруд – вони повинні бути міцними і надійними в сучасних ускладнених умовах їх виготовлення і експлуатації. В зв'язку з цим виникає необхідність врахування впливу полів різної фізичної природи, зокрема температурних, на несучу здатність елементів енергетичних, транспортних установок, інших машин.

Важливими складовими різних інженерних конструкцій і споруд є трубчасті криволінійні стрижневі елементи (гини трубопроводів, труби економайзерів, патрубки тощо). Вони досить часто експлуатуються в умовах підвищених або низьких температур, що створює можливості для виникнення ситуацій техногенного характеру. В зв'язку з цим виникає потреба у дослідженні впливу на температурні поля, напружений стан і міцність таких елементів їх теплофізичних і геометричних параметрів.

Мета. Розроблення методики дослідження температурних полів і термонапруженого стану криволінійних стрижнів; дослідження на її основі температурного поля і обумовленого ним напружено-деформованого стану гину трубопроводу в залежності від його теплофізичних і геометричних характеристик.

Результати дослідження. В роботі запропонована методика дослідження термонапруженого стану криволінійних трубчастих стрижневих конструктивних елементів. Її суть полягає в тому, що на першому етапі визначаються температурні поля таких елементів з використанням рівнянь теплопровідності трубчастих стрижнів великої кривини. Розв'язки цих рівнянь входять, як складові навантаження, у рівняння термопружності і використовуються на другому етапі при визначенні термонапруженого стану криволінійних стрижнів. При цьому використовуються рівняння термопружності криволінійних стрижнів у переміщеннях. Запропонована методика застосована для дослідження термонапруженого стану гину трубопроводу, який знаходиться в умовах конвективного теплообміну з зовнішнім і внутрішнім середовищами. Розглянуто випадок жорсткого затиснення крайніх перерізів гину. Досліджено вплив теплофізичних і геометричних параметрів гину на його температурне поле і напружений стан.

Встановлено, що приведені коефіцієнти тепловіддачі з зовнішньої і внутрішньої поверхонь стрижня по-різному впливають на його напружений стан: зі збільшенням коефіцієнта тепловіддачі з зовнішньої поверхні абсолютні значення поздовжньої і поперечної сил, а також згинального моменту зменшуються, а з ростом коефіцієнта тепловіддачі з внутрішньої поверхні – збільшуються.

Висновки. На основі розробленої в роботі методики досліджено термонапружений стан гину трубопроводу. В результаті проведених аналітично-числових досліджень показано, що існує такий переріз гину, в якому зумовлений нагріванням згинальний момент змінює свій знак; положення цього перерізу залежить від кривини осі, товщини стінки, кута розхилу гину і практично не залежить від приведених коефіцієнтів тепловіддачі з внутрішньої і зовнішньої його поверхонь. Існують такі значення кута розхилу, при яких найбільші значення згинального моменту і поперечної сили в гині досягають своїх максимумів. На відміну від силової задачі, у випадку нагрівання значення згинального моменту в криволінійному стрижні у фіксованому його перерізі залежить від геометричних параметрів поперечного перерізу.

Ключові слова: криволінійний стрижень, гин трубопроводу, температурне поле, температурні зусилля, теплофізичні параметри.

TO THE CALCULATION OF THE STRENGTH OF PIPELINE BENDS UNDER CONDITIONS OF TEMPERATURE CHANGE

Introduction. The introduction of new, more intensive technologies into engineering practice and the complication of operating conditions of modern buildings and machines leads to an increase in the danger of emergencies. This significantly increases the requirements for engineering structures constructions and buildings — they must be durable and reliable in the modern complicated conditions of their making and exploitation. In this regard, there is a need to take into account the influence of fields of different physical nature, including temperature, on the bearing capacity of elements of power, transport installations and other machines.

Tubular curved rod elements (pipeline bends, economiser pipes, nozzles, etc.) are important components of various engineering constructions and buildings. They are quite often operated in conditions of high or low temperatures, which creates opportunities for man-made situations. In this regard, there is a need to study the influence of their thermophysical and geometric parameters on temperature fields, stress state and strength of such elements.

Purpose. Development of a methodology for studying the temperature fields and thermal stress state of curved rods; research on its basis of the temperature field and the resulting stress-strain state of the pipeline bend, depending on its thermophysical and geometric characteristics.

Results. The paper proposes a methodology for researching the thermal stress state of curvilinear tubular rod structural elements. Its essence is that at the first stage, the temperature fields of such elements are determined using the equations of thermal conductivity of tubular rods of large curvature. The solutions of these equations are included as load components in the thermoelasticity equations and are used in the second stage to determine the thermal stress state of curved rods. At the same time, the equations of thermoelasticity of curved rods in displacements are used. The proposed methodology is applied to study the thermal stress state of the pipeline bend under convective heat exchange with the external and internal environments. The case of rigid clamping of the extreme cross-sections of the pipeline is considered. The influence of thermophysical and geometrical parameters of the pipeline on its temperature field and stress state was investigated.

It was established that the given heat transfer coefficients from the outer and inner surfaces of the rod have different effects on its stress state: with an increase in the heat transfer coefficient from the outer surface, the absolute values of the longitudinal and transverse forces, as well as the bending moment, decrease, and with an increase in the heat transfer coefficient from the inner surface, they increase.

Conclusions. Based on the methodology developed in the work, the thermal stress state of the pipeline bend was investigated. As a result of the analytical and numerical studies, it is shown that there is such a cross-section of the pipeline, in which the bending moment caused by heating changes its sign; the position of this cross-section depends on the axis curvature, the wall thickness, the bend angle, and practically does not depend on the given heat transfer coefficients from its inner and outer surfaces. There are such values of the deflection angle at which the largest values of the bending moment and transverse force in the pipeline reach their maximum. In contrast to the force problem, in the case of heating, the value of the bending moment in a curved rod in its fixed cross-section depends on the geometric parameters of the cross-section.

Keywords: curved rod, pipeline bend, temperature field, temperature forces, thermophysical parameters.

Вступ. Впровадження в практику нових, як правило, більш інтенсивних технологічних процесів, зростаюча складність умов експлуатації сучасних інженерних конструкцій і споруд призводять до зростання небезпеки виникнення техногенних ситуацій. Це, в свою чергу, потребує врахування під час розрахунків на міцність не тільки традиційних в таких розрахунках силових навантажень, але й впливу на напружено-деформований стан полів різної фізичної природи, зокрема, різноманітних теплових дій. Важливими конструктивними елементами є криволінійні стрижні. Такі елементи в багатьох випадках працюють в умовах підвищених або низьких температур. Тому виникає потреба у дослідженні їх термонапруженого стану.

Аналіз останніх досліджень та публікацій. Проблемі визначення температурних напружень в

стрижневих елементах інженерних конструкцій присвячена низка робіт. Напруження в бімодульних вигнутих балках за сумісної дії температури і зсувних зусиль досліджуються в роботах [1, 2]. Числовим дослідженням температурних напружень у прямому стрижні з використанням рівнянь плоскої задачі термопружності присвячена робота [3]. Для таких і багатьох інших, присвячених дослідженню термонапруженого стану стрижневих елементів конструкцій, робіт [4] характерним є те, що розподіли температур в цих елементах є відомими, заданими, а не визначаються з розв'язків відповідних задач теплопровідності. При використанні такого підходу не вдається достатньо повно врахувати умови нагрівання (чи охолодження), тобто умови експлуатації конструктивних елементів. Тому для більш

повного аналізу впливу зміни температур на напружений стан і міцність елементів інженерних конструкцій і споруд необхідно підходити комплексно. А саме, на першому етапі потрібно знайти розв'язки відповідних задач теплопровідності. На другому етапі, тобто при дослідженні напружено-деформованого стану, використати ці розв'язки як складові навантаження. Такий підхід дає змогу повніше враховувати вплив умов нагрівання чи охолодження (тобто умов експлуатації) на термонапружений стан і міцність конструктивних елементів, а також формулювати і розв'язувати задачі оптимізації напружено-деформованого стану і міцності таких елементів з вибором за функції керування величин, які характеризують умови нагрівання. В рамках цього підходу в роботах [5, 6] досліджено вплив локальних перегрівів на температурне поле і деформований стан ротора турбогенератора, за розрахункову схему якого взятий східчастий стрижень (балка) багатозв'язного поперечного перерізу.

Поширеними складовими різних інженерних конструкцій і споруд є криволінійні стрижні трубчастих перерізів (гини трубопроводів, труби економайзерів, патрубки тощо). Такі елементи в багатьох випадках працюють в умовах підвищених або низьких температур [5]. Тому питання дослідження впливу теплофізичних і геометричних параметрів на їх напружено-деформований стан і міцність є актуальним.

Виклад основного матеріалу. Розглянемо фрагмент трубопроводу, який складається з трьох частин: криволінійної (гину), вісь якої є дугою кола радіуса ρ_0 , і двох спряжених з нею прямолінійних (променів). Його поперечний переріз обмежений колами радіусів r_1 і r_2 , ($r_1 > r_2$), центри яких збігаються.

Надалі будемо досліджувати температурне поле і обумовлений ним напружено-деформований стан цього фрагмента трубопроводу в рамках стрижневої розрахункової моделі. Матеріал трубопроводу ізотропний.

Температурне поле гину трубопроводу. Нехай зовнішня поверхня S_1 цього стрижневого елемента омивається середовищем, температуру якого позначимо $t_1^{(c)}$, а внутрішня його поверхня S_2 нехай омивається середовищем з температурою $t_2^{(c)}$ (наприклад, рухомою рідиною або газом). Необхідно визначити температурне поле і обумовлений ним напружено-деформований стан цього стрижневого елемента, який моделює, зокрема, і гин трубопроводу. Віднесемо криволінійну частину (гин) трубопроводу до змішаної ортогональної системи

координат x, y, s : криволінійну координату s будемо відраховувати вздовж осі гину, а осі Ox і Oy спрямуємо вздовж її головної нормалі і бінормалі. Нехай теплообмін із середовищами на зовнішній і внутрішній поверхнях трубопроводу описується законом Ньютона. Розглянемо випадок, коли температури середовищ $t_1^{(c)}$ і $t_2^{(c)}$ – постійні, коефіцієнти теплообміну з зовнішнім і внутрішнім середовищами α_1 і α_2 також постійні. На першому етапі визначимо температурне поле трубопроводу. Для його визначення використаємо систему рівнянь теплопровідності криволінійних стрижнів [7], яка в даному випадку набуває вигляду:

для криволінійної частини

$$\lambda \left(A_0 \frac{d^2 T}{ds^2} + A_1 \frac{d^2 \Theta_y}{ds^2} \right) = G_{00} T + G_{10} \Theta_y + P_0^{(c)}$$

$$\lambda \left(A_1 \frac{d^2 T}{ds^2} + A_2 \frac{d^2 \Theta_y}{ds^2} \right) = G_{10} T + (G_{20} + r_x^{-1}) \Theta_y + P_0^{(c)}$$

$$(1)$$

$$\lambda \frac{d^2 \Theta_x}{ds^2} = (G_{02} + r_y^{-1}) \Theta_x$$

для прямолінійних частин

$$\lambda \frac{d^2 T}{ds^2} = G_{00}^{(*)} T + P_{0,*}^{(c)}$$

$$\lambda \frac{d^2 \Theta_y}{ds^2} = (G_{20}^{(*)} + r_x^{-1}) \Theta_y$$

$$\lambda \frac{d^2 \Theta_x}{ds^2} = (E_{02}^{(*)} + r_y^{-1}) \Theta_x$$

$$(2)$$

Тут позначено

$$A_i = \iint_D \left(1 - \frac{x}{\rho_0} \right) \left(\frac{x}{x_{\max}} \right)^i dA$$

$$G_{ij} = - \sum_{k=1}^2 \oint_{L_k} \alpha_k \left(1 - \frac{x}{\rho_0} \right) \left(\frac{x}{x_{\max}} \right)^i \left(\frac{y}{y_{\max}} \right)^j dl$$

$$P_i^{(c)} = - \sum_{k=1}^2 \oint_{L_k} \alpha_k \left(1 - \frac{x}{\rho_0} \right) \left(\frac{x}{x_{\max}} \right)^i t_k^{(c)} dl$$

$$(3)$$

$$G_{ij}^* = \lim_{\rho_0 \rightarrow \infty} G_{ij}, \quad P_{0,*}^{(c)} = \lim_{\rho_0 \rightarrow \infty} P_0^{(c)}$$

$$r_x^{-1} = A x_{\max}^{-1} \lambda, \quad r_y^{-1} = A y_{\max}^{-1} \lambda$$

λ – коефіцієнт теплопровідності матеріалу стрижневого елемента,

x_{\max} (y_{\max}) – віддаль від осі O_y (O_x) до найвіддаленішої від цієї осі точки поперечного перерізу стрижневого елемента,

D – область поперечного перерізу гину,

A – її площа.

Нехай температура на віддалених у нескінченність торцях стрижневого елемента обмежена. У цьому випадку розв'язки систем рівнянь (1) і (2) для криволінійної і прямолінійних ділянок стрижня відповідно отримуємо

$$p_i = \frac{1}{\sqrt{2}} (q_0 - (kq)^{-1} d_0 (q+2))^{1/2} \times$$

$$\times \left[1 + (-1)^{i+1} \left(1 + (2d_0 q_0 k + q_0 k^2 + d_0 k + d_0^2) (q d_0 q_0 k - q d_0^2 - 2d_0^2) \right)^{1/2} \right]^{1/2} \quad (i=1; 2), \quad (6)$$

$$b_i = \lim_{k \rightarrow 0} k p_i, \quad \psi_{nm} = b_n \operatorname{ch} p_m \psi_0 + p_m \operatorname{sh} p_m \psi_0;$$

$$\Delta = (p_2^2 + q_0) \psi_{11} \psi_{22} - (p_1^2 + q_0) \psi_{12} \psi_{21}.$$

$$B_1 = \Delta^{-1} \left((-b_1 (p_2^2 + q_0) \psi_{22} + b_2 q_0 \psi_{12}) T_1^{(r)} + b_2 \psi_{12} \Theta_0^{(r)} \right)$$

$$B_2 = \Delta^{-1} \left((-b_1 (p_2^2 + q_0) \psi_{21} - b_2 q_0 \psi_{11}) T_1^{(r)} + b_2 \psi_{11} \Theta_0^{(r)} \right)$$

$$q_0 = 2(B_i^{(1)} + B_i^{(2)}) k^{-2} (1 - c^2)^{-1} - 0,5(1 + k a_0^{-1}),$$

$$d_0 = -k(1 - c^2) (1 - c^2 + 2(B_i^{(1)} + c^2 B_i^{(2)}))^{-1};$$

$$T_1^{(r)} = (p_1 p_2)^{-2} q^{-1} (B_i^{(1)} + c^2 B_i^{(2)}) \Theta_0^{(r)},$$

$$T_0^{(r)} = t_2^{(c)} + (B_i^{(2)})^{-1} \Theta_0^{(r)},$$

$$\Theta_0^{(r)} = B_i^{(1)} B_i^{(2)} (B_i^{(2)} + B_i^{(2)})^{-1} (t_1^{(c)} + t_2^{(c)});$$

$$q = 2 \left((1 - k^2)^{1/2} + (1 - k^2 c^2)^{1/2} \right) - 1$$

$$L = 2\rho_0 \psi_0, \quad c = \frac{r_2}{r_1}, \quad k = \frac{r_1}{\rho_0}, \quad \xi = \frac{s}{r_1};$$

$$\mu = t_2^{(c)} \div t_1^{(c)}, \quad B_i^{(n)} = \frac{\varepsilon_n r_n}{\lambda} \quad (n=1; 2);$$

значення $\psi_0 = 0$ відповідає площині симетрії гину.

Термонапружений стан гину трубопроводу. Для дослідження напруженого стану гину, обумовленого визначеним вище температурним полем (4), (6), будемо виходити із відомих рівнянь плоского згину криволінійних стрижнів у переміщеннях. Врахувавши температурні деформації, рівняння для визначення радіального u і тангенціального v переміщень отримуємо у вигляді:

$$T_1 = \sum_{i=1}^2 B_i \operatorname{ch} p_i \psi + T_1^{(r)} + T_0^{(r)}, \quad \Theta_x^{(1)} = 0, \quad (\psi \leq \psi_0) \quad (4)$$

$$\Theta_{y,1} = d_0 \left(\sum_{i=1}^2 B_i (p_i^2 + q_0) \operatorname{ch} p_i \psi + q_0 T_1^{(r)} + \Theta_0^{(r)} \right)$$

$$T_0 = (T_1^{(1)}(\psi_0) - T_0^{(r)}) e^{-b_2 \xi} + T_0^{(r)}, \quad (5)$$

$$\Theta_{y,0} = \Theta_{y,1}(\psi_0) e^{-b_2 \xi}, \quad \Theta_{x,0} = 0; \quad \xi \geq 0.$$

Тут введені позначення

$$\rho_0 \frac{d^2 u}{ds^2} + \frac{u}{\rho_0} = \left(\frac{1}{\rho_0} - \frac{1}{l} \right) \left(\frac{M}{EA} - \frac{W_y}{A} \alpha \Theta_y \right) - \alpha T \quad (7)$$

$$\rho_0 \frac{dv}{ds} = u + \frac{1}{EA} (\rho_0 N - M) + \alpha \left(\rho_0 T - \frac{W_y}{A} \Theta_y \right).$$

Тут: α , E – коефіцієнт лінійного розширення і модуль Юнга матеріалу стрижня;

l – віддаль від нейтрального (для чистого згину) шару до осі стрижня, яка визначається так само, як і в силовій задачі [8];

N , M – нормальна сила і згинальний момент у стрижні.

Нормальні напруження σ розподіляються у поперечному перерізі за гіперболічним законом і описуються формулою:

$$\sigma = \frac{N}{A} + \frac{y-l}{\rho_0 - y} \frac{M}{EA} + \left(\frac{y-l}{\rho_0 - y} \frac{W_x}{lA} - \frac{y}{y_{\max}} \right) E \alpha Q_y \quad (8)$$

Підставляємо у рівняння (7) замість T і Θ їх вирази (4) і розв'язуємо їх. Щоб визначити довільні сталі, від яких буде залежати отриманий розв'язок, розглянемо випадок жорсткого затиснення перерізів $\psi = \pm \psi_0$. Тобто в цих перерізах будуть відсутні радіальні і тангенціальні переміщення, а також повороти цих перерізів. На основі отриманого розв'язку, використавши формули для зусиль у криволінійних стрижнях [8], будемо мати такі формули для згинального моменту M , нормальної сили N і поперечної сили Q :

$$M = M_0 + \rho_0 Q_0 (\text{ctg } \psi_0 - \sin^{-1} \psi_0 \cos \psi), \quad (9) \quad \text{Тут:}$$

$$N = Q_0 \sin^{-1} \psi_0 \cos \psi, \quad Q = Q_0 \sin^{-1} \psi_0 \sin \psi.$$

$$M_0 = E\alpha A r_1 \times$$

$$\times \left\{ 0,25 d_0 (1 + c^2) \left[\Theta_0^{(r)} + q_0 T_1^{(r)} - \sum_{i=1}^2 B_i (p_i^2 + q_0) (p_i \psi_0)^{-1} \sin p_i \psi_0 \right] \right\} + \quad (6)$$

$$+ \left[\text{ctg } \psi_0 - (2(1+q)\psi_0)^{-1} \right] \frac{1}{k} Q_0;$$

$$Q_0 = E\alpha A \left[(2(1+q)\psi_0)^{-1} - 0,5 (\text{ctg } \psi_0 + \psi_0 \sin^{-1} \psi_0) \right]^{-1} \times$$

$$\times \left[-q (T_1^{(r)} + T_0^{(r)}) + 0,25 d_0 k (1 + c^2) \sum_{i=1}^2 B_i (p_i^2 + q_0) (p_i \psi_0)^{-1} \text{sh } p_i \psi_0 - \right.$$

$$\left. - \sum_{i=1}^2 B_i (0,25 d_0 k (1 + c^2) (p_i^2 + q_0) + q) (1 + p_i^2)^{-1} (\text{ch } p_i \psi_0 + p_i \text{ctg } \psi_0 \text{sh } p_i \psi_0) \right].$$

Був проведений числовий аналіз отриманих розв'язків. Деякі із отриманих результатів представлені на рисунках 1-3. Розподіл середньої температури T (штрихові лінії) і температурного аналогу згинального моменту Θ (суцільні лінії) вздовж осі гину трубопроводу представлені на рис. 1. Ці графіки отримані для:

$$B_i^{(2)} = 0,3; \quad c = 0,3; \quad \mu = 0,1; \quad \psi_0 = 0,5\pi;$$

$$k = 0,3$$

і побудовані за різних (вказаних біля відповідних кривих) значеннях критерію $B_i^{(1)}$. Тут позначено

$$\bar{T} = T \div t_1^{(c)}, \quad \bar{\Theta} = \Theta_y \div 0,01 t_1^{(c)}.$$

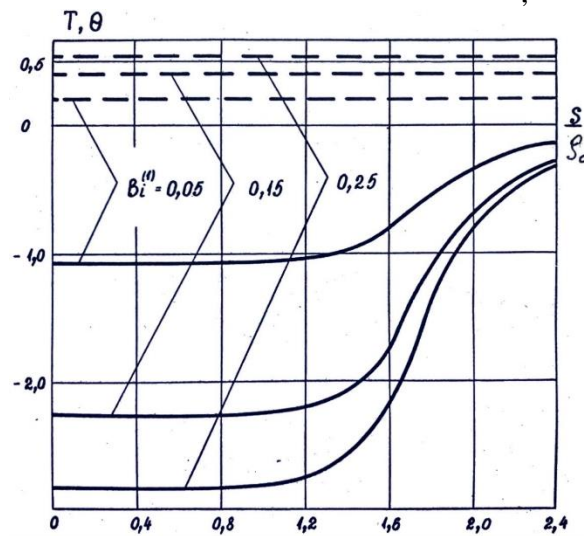


Рисунок – Зміна середньої температури \bar{T} і температурного аналогу згинального моменту $\bar{\Theta}$ вздовж осі гину трубопроводу

На рис. 2 показано розподіл вздовж гину безрозмірних зусиль

$$\bar{M} = \frac{M}{\alpha E A r_1 t_1^{(c)}}, \quad \bar{N} = \frac{N}{\alpha E A t_1^{(c)}}, \quad \bar{Q} = \frac{Q}{\alpha E A t_1^{(c)}}$$

для різних значень критерію $B_i^{(1)}$. При цьому приймали:

$$B_i^{(2)} = 0,3; \quad c = 0,5; \quad \mu = 5; \quad \psi_0 = 0,5\pi; \quad k = 0,5.$$

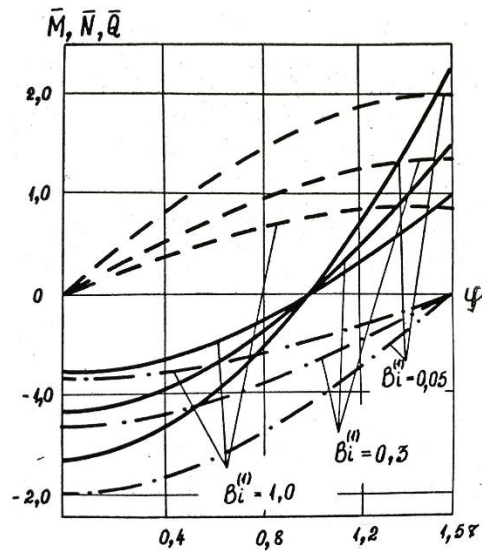


Рисунок 2 – Розподіл вздовж гину трубопроводу безрозмірних згинального моменту \bar{M} (суцільні лінії), поздовжньої сили (штрихпунктирні лінії) і поперечної сили (штрихові лінії)

Зміну обумовлених температурним полем (4) зусиль \bar{M} , \bar{N} , \bar{Q} в перерізі гину $\Psi = \Psi_0$ в залежності від його кривини ілюструє рис. 3. При цьому приймалось $k = 0,2\Psi_0$, тому довжина гину зі зміною значень k і Ψ_0 залишалась незмінною. Інші параметри мали значення: $B_i^{(1)} = 0,05$; $B_i^{(2)} = 0,3$; $c = 0,5$; $\mu = 5$.

Із наведених на рис. 1 графіків випливає, що значення середньої температури T на криволінійній $\left(\frac{s}{\rho_0} \leq 0,5\pi\right)$ і прямолінійній

$\left(\frac{s}{\rho_0} \geq 0,5\pi\right)$ частинах трубопроводу практично не відрізняються, тобто середня температура мало залежить від його кривини. Температурний перепад Θ є тільки в зоні гину і прямує до нуля при віддаленні від цієї зони. В досліджуваному випадку (температури внутрішнього і зовнішнього середовищ і коефіцієнти теплообміну постійні, поперечний переріз трубопроводу обмежений концентричними колами) він обумовлений лише кривиною; цими обставинами і пояснюється його відносно невелика величина (врахування Θ під час визначення температури дає поправку 6 – 9%).

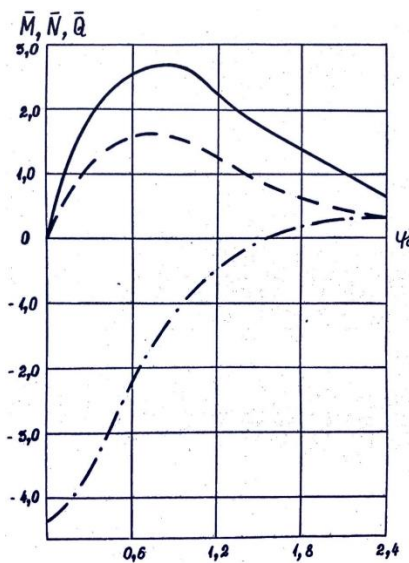


Рисунок 3. Залежність безрозмірних зусиль \bar{M} (суцільні лінії), \bar{N} (штрихпунктирні лінії), \bar{Q} (штрихові лінії) в перерізі гину $\Psi = \Psi_0$ від його кривини

Відзначимо, що криві розподілу вздовж гину величин \bar{M} , \bar{N} , \bar{Q} при фіксованому значенні $B_i^{(1)}$ і різних значеннях $B_i^{(2)}$ аналогічні кривим, представленим на рис. 2, але зі зростанням $B_i^{(2)}$ абсолютні значення вказаних величин зростають.

Зауважимо також, що існують такі значення кута розхилу гину трубопроводу Ψ_0 : $\Psi_0 = \Psi_0^{(1)}$ і $\Psi_0 = \Psi_0^{(2)}$ (в розглянутих випадках $\Psi_0^{(1)} = \Psi_0^{(2)} = 0,25\pi$), за яких найбільші значення згинального моменту і поперечної сили в гині досягають своїх максимумів.

Висновки. Запропонована методика дослідження термонапруженого стану криволінійних трубчастих елементів. Суть цієї методики полягає в тому, що на першому етапі розв'язується відповідна задача теплопровідності; при цьому використовуються рівняння теплопровідності трубчастих стрижнів великої кривини. Розв'язки цих рівнянь входять у рівняння термопружності як складові навантаження і використовуються на другому етапі при визначенні термонапруженого стану криволінійних стрижнів. Ця методика застосована для дослідження термонапруженого стану гину трубопроводу, який перебуває в умовах конвективного теплообміну з середовищами, що омивають зовнішню і внутрішню його поверхні. Встановлено, що критерії $B_i^{(1)}$ і $B_i^{(2)}$, які характеризують теплообмін гину з зовнішнім і внутрішнім середовищами відповідно, по-різному впливають на його напружений стан: зі збільшенням параметра $B_i^{(1)}$ абсолютні значення згинального моменту, поздовжньої і поперечної сил зменшуються, а з ростом параметра $B_i^{(2)}$ – збільшуються. Досліджено вплив кута розхилу гину на найбільші значення згинального моменту і поперечної сили. Показано, що існують такі значення цього кута, за яких найбільші значення згинального моменту і поперечної сили досягають своїх максимумів. Встановлено, що згинальний момент в криволінійному стрижні в умовах нагрівання (охолодження) залежить від геометричних параметрів його поперечного перерізу. Зауважимо, що у випадку силового навантаження така залежність для згинального моменту у стрижні відсутня.

Список літератури:

1. He X.-T., Wang X., Zhang M.-Q., Sun J.-Y. (2023). The thermal stress problem of bimodular curved beams under the action of end-side

concentrated shear force. *Materials*, 16 (15), 5221, URL: <https://doi.org/10.3390/ma16155221>.

2. Wen S.-R., He X.-T., Chang H., Sun J.-Y. (2021). A two-dimensional thermoelasticity solution for bimodular material beams under the combination action of thermal and mechanics loads. *Mathematics*, 9 (13), 1556, URL: <https://doi.org/10.3390/math9131556>.

3. Amirtayev K. (2018). A numerical algorithm for the analysis of the thermal stress-stain state of a rod. *Universal journal of mechanical engineering*, 6(5), 97-101. URL: <https://doi.org/10.13189/ujme.2018.060501>.

4. Постольник Ю. С., Солод В. Ю. Інженерна термомеханіка: навчальний посібник. Дніпродзержинськ: ДДТУ, 2006. 248 с.

5. Войтович М. І., Лампіка Р. В. Вплив локальних перегрівів на температурне поле ротора турбогенератора. *Автоматизація виробничих процесів у машинобудуванні*. 2017. № 51. С. 17-23.

6. Войтович М. І., Лампіка Р. В. Дослідження температурних деформацій ротора турбогенератора у випадку локальних перегрівів. *Динаміка, міцність та проектування машин і приладів*. 2019. № 910. С. 18-25.

7. Войтович М. І., Воробець Б. С., Лампіка Р. В. До розрахунку термонапруженого стану просторово криволінійних стрижнів. *Оптимізація виробничих процесів і технічний контроль у машинобудуванні та приладобудуванні*. 2007. № 563. С. 43-47.

8. Писаренко Г. С., Квітка О. Л., Уманський Є. С. Опір матеріалів: підручник. К.: Вища школа, 2004. 655 с.

References:

1. He, X.-T., Wang, X., Zhang, M.-Q., Sun, J.-Y. (2023). The thermal stress problem of bimodular curved beams under the action of end-side concentrated shear force, *Materials*, 16 (15), 5221. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/ma16155221> (in English).

2. Wen, S.-R., He, X.-T., Chang, H., Sun, J.-Y. (2021). A two-dimensional thermoelasticity solution for bimodular material beams under the combination action of thermal and mechanics loads, *Mathematics*, 9 (13), 1556. Retrieved from: <https://doi.org/10.3390/math9131556> (in English).

3. Amirtayev, K. (2018). A numerical algorithm for the analysis of the thermal stress-stain state of a rod, *Universal journal of mechanical engineering*, 6(5), 97-101. Retrieved from: doi.org/10.13189/ujme.2018.060501 (in English).

4. Postolnyk, Yu.S., & Solod, V. Yu. (2006). *Inzhenerna termomekhanika [Engineering thermo-mechanics]*. Dniprodzержynsk: DDTU [in Ukrainian].

5. Voytovych, M. I., & Lampika, R. V. (2017). Vplyv lokalnykh perehriviv na temperatyrne pole rotora turboheneratora [The influence of local overheating on the temperature field of the turbogenerator rotor]. *Avtomatyzatsiya vyrobnychyykh protsesiv u mashynobuduvanni*, 51, 17-23 [in Ukrainian].

6. Voytovych, M. I., & Lampika, R. V. (2019). Doslidzhennia temperaturnykh deformatsii rotora turboheneratora u vypadku lokalnykh perehriviv. [Study of temperature deformations of the turbogenerator rotor in case of local overheating].

Dynamika, mitsnist' ta proektuvannya mashyn i pryladiv, 910, 18-25 [in Ukrainian].

7. Voytovych, M. I., Vorobets, B. S., & Lampika, R. V. (2007). Do rozrakhunku termonapruzhеноho stanu prostoroно kryvoliniinykh stryzhniv [To calculate the thermal stress of spatially curved rods]. *Optymizatsiya vyrobnychyykh protsesiv i tekhnichnyy kontrol' u mashynobuduvanni ta pryladobuduvanni*, 563, 43-47. [in Ukrainian].

8. Pisarenko, G. S., Kvitka, O. L., Umanskyi, E. S. (2004). Opir materialiv [Strength of materials]. Kyiv: Vyshcha shkola [in Ukrainian].

© М. І. Войтович, Х. І. Ліщинська,
М. І. Сорокати́й, О. В. Білаш 2024.
Науково-методична стаття.
Надійшла до редакції 22.01.2024.
Прийнято до публікації 12.06.2024.