



*П. Б. Прогній¹, Р. І Розум¹, В. В. Шевчук², Ю. А. Рудяк³,
 Н. А. Галиш¹, О. В. Борисяк¹*

¹*Західноукраїнський національний університет, м. Тернопіль, Україна*

²*Львівський державний університет безпеки життєдіяльності, м. Львів, Україна*

³*Тернопільський національний медичний університет ім. І. Горбачевського, м. Тернопіль, Україна*

ORCID: <https://orcid.org/0009-0009-5720-5449> – П. Б. Прогній

<https://orcid.org/0000-0001-7812-8248> – Р. І. Розум

<https://orcid.org/0000-0002-8260-2165> – В. В. Шевчук

<https://orcid.org/0000-0003-1836-9132> – Ю. А. Рудяк

<https://orcid.org/0000-0002-8538-823X> – Н. А. Галиш

<https://orcid.org/0000-0003-4818-8068> – О. В. Борисяк



rozooom_ruslan@ukr.net

АНАЛІТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ВІДВЕДЕННЯ КОЛІС ІЗ ПОРУШЕННЯМ ГЕОМЕТРІЇ ХОДОВОЇ ЧАСТИНИ КОЛІСНИХ ТРАНСПОРТНИХ ЗАСОБІВ

Проблема. Існуючі математичні моделі не завжди повною мірою враховують вплив порушень геометрії ходової частини, зокрема перекосу осей, а також змін експлуатаційних параметрів у процесі роботи транспортного засобу, що зумовлює потребу у розробці більш досконалих аналітичних залежностей для оцінювання динаміки руху автопоїздів.

Мета. Встановлення закономірностей для визначення кутів відведення коліс автопоїзда з урахуванням кутів встановлення осей його ланок.

Методи дослідження. У роботі використано комплекс теоретичних та аналітичних методів дослідження, а саме: методи математичного моделювання, за допомогою яких автопоїзд розглянуто як складну механічну систему, а його рух описано рівняннями кінематики та динаміки з урахуванням масових, інерційних і геометричних параметрів; методи аналітичної механіки та кінематичного аналізу, що дозволили визначити складові швидкостей центрів мас, кутові швидкості ланок, а також отримати залежності для швидкостей точок контакту коліс і кутів їх відведення з урахуванням перекосу осей.

Основні результати дослідження. Аналіз сучасних досліджень показав, що значна кількість відмов у дволанкових сидельних автопоїздах пов'язана з гальмівною та ходовою системами, що істотно впливає на їхню стійкість і керованість, особливо у гальмівних режимах. Побудовано розрахункові схеми для автомобіля-тягача та напівпричепа, на основі яких отримано систему рівнянь для визначення швидкостей точок контакту коліс з опорною поверхнею, а також аналітичних залежностей для обчислення кутів відведення коліс передньої, задньої осей тягача та осей напівпричепа. Разом з тим, було враховано кінематичні параметри руху, геометричні характеристики автопоїзда, кутові швидкості ланок, а також вплив перекосу осей і деформації шин. Отримані закономірності дозволяють більш точно проводити оцінку динамічної поведінки автопоїзда у реальних умовах експлуатації, зокрема під час гальмування. Практичне значення роботи полягає в можливості використання отриманих залежностей для підвищення безпеки експлуатації транспортних засобів і вдосконалення методів діагностики їх технічного стану.

Висновки та конкретні пропозиції авторів. У результаті дослідження отримано систему рівнянь, що дає змогу визначити кути відведення коліс автопоїзда під час його руху в різних експлуатаційних умовах. При формуванні цих залежностей було враховано геометричні особливості конструкції, зокрема кути встановлення осей окремих ланок автомобільного поїзда, що істотно впливають на кінематичні та динамічні характеристики руху. Отримані рівняння становлять основу для подальшого математичного моделювання і будуть використані при побудові теоретичної моделі дослідження стійкості руху дволанкового сидельного автопоїзда, зокрема, вони дозволяють врахувати вплив перекосу осей та гальмівних режимів на поведінку автопоїзда, що є важливим для оцінювання його керованості, стійкості та безпеки експлуатації.

Ключові слова: автопоїзд, перекося осей, деформація шини, бічне відведення колеса, кут відведення колеса.

*P. B. Prohni¹, R. I. Rozum¹, V. V. Shevchuk², Yu. A. Rudiak³,
N. A. Halys¹, O. V. Borysiak¹*

¹West Ukrainian National University, Ternopil, Ukraine

²Lviv State University of Life Safety, Lviv, Ukraine

³I. Horbachevskiy Ternopil National Medical University, Ternopil, Ukraine

DETERMINING THE DEFLECTION ANGLES OF WHEELS ON A ROAD TRAIN WITH COMPROMISED RUNNING GEAR GEOMETRY

Problem. Existing mathematical models do not always fully take into account the influence of violations of the chassis geometry, in particular, axle misalignment, as well as changes in operational parameters during vehicle operation, which necessitates the development of more advanced analytical relationships for assessing the dynamics of road train movements.

Aim. Establishing regularities for determining the angles of deflection of the wheels of a road train, taking into account the angles of installation of the axes of its links.

Research methods. The work used a set of theoretical and analytical research methods, namely: mathematical modeling methods, with the help of which the road train is considered as a complex mechanical system, and its motion is described by kinematics and dynamics equations taking into account mass, inertial and geometric parameters; methods of analytical mechanics and kinematic analysis, which made it possible to determine the components of the speeds of the centers of mass, the angular velocities of the links, as well as to obtain dependencies for the speeds of the wheel contact points and their angles of deflection, taking into account the skew of the axes.

The main results of the study. Analysis of modern research has shown that a significant number of failures in two-link semi-trailers are associated with the braking and running systems, which significantly affect their stability and controllability, especially in braking modes. Calculation schemes for a tractor and a semi-trailer were constructed, based on which a system of equations was obtained for determining the speeds of the points of contact of the wheels with the supporting surface, as well as analytical dependencies for calculating the angles of deflection of the wheels of the front and rear axles of the tractor and the axles of the semi-trailer, at the same time, the kinematic parameters of the movement, the geometric characteristics of the road train, the angular velocities of the links, as well as the influence of the skew of the axles and the deformation of the tires were taken into account. The obtained patterns allow a more accurate assessment of the dynamic behavior of the road train under real operating conditions, in particular during braking. The practical significance of the work lies in the possibility of using the obtained dependencies to increase the safety of operation of vehicles and improve the methods of diagnosing their technical condition.

Conclusions and specific proposals of the authors. As a result of the research, a system of equations was obtained that allows determining the angles of deflection of the wheels of a road train during its movement in various operating conditions. When forming these dependencies, the geometric features of the design were taken into account, in particular, the angles of installation of the axles of individual links of the road train, which significantly affect the kinematic and dynamic characteristics of movement. The obtained equations form the basis for further mathematical modeling and will be used in building a theoretical model for studying the stability of the movement of a two-link truck-trailer train, in particular, they allow taking into account the influence of axle misalignment and braking modes on the behavior of the road train, which is important for assessing its controllability, stability and operational safety.

Keywords: road train, axle misalignment, tire deformation, lateral wheel deflection, wheel deflection angle.

Вступ. Одним із перспективних напрямків економічного зростання України є розвиток автомобільної транспортної галузі, яка забезпечує перевезення вантажів. Важливе значення у цьому відіграє географічне положення нашої держави, оскільки через територію України проходить чотири європейських транспортних коридори, по яких продукція українських виробників потрапляє на ринки країн Європи, а також здійснюється імпорт товарів. Тому, важливою задачею сучасних автотранспортних підприємств є вдосконалення логістики перевезення вантажів, а також забезпечення високого рівня технічного стану транспортних засобів, прогнозування можливих відмов у їх роботі. Друге завдання є особливо складним, оскільки потребує врахування великої кількості факторів, які

впливають на транспортний засіб, як складну механічну систему, в умовах експлуатації.

Необхідно відмітити, що основу автопарку переважної більшості підприємств, які працюють на ринку вантажоперевезень в Україні, становлять сідельні дволанкові автопоїзди. Ці транспортні засоби забезпечують достатньо високий показник маневреності та стійкості руху у випадку значного завантаження та при високих швидкісних режимах. Варто зазначити, що динаміка руху автопоїздів значно складніша, ніж одиничних автомобілів. В зв'язку з цим, на сьогодні проведено багато досліджень, щодо покращення експлуатаційних властивостей дволанкових сідельних автопоїздів. Значна їх частина спрямована на визначення та аналіз відмов, які виникають у різних системах, та

прогнозування роботоздатності транспортних засобів під впливом умов експлуатації [1-5]. Зокрема, у процесі дослідження роботоздатності й експлуатаційної надійності вантажних транспортних засобів, науковці [1-3] встановили, що найбільше відмов при експлуатації автопоїздів та вантажних автомобілів виникає у гальмівній та ходовій системах. Тому, постає питання стосовно здійснення прогнозування характеристик гальмівної динаміки автопоїздів із врахуванням виникнення можливих змін у гальмівній та ходовій системах, що виникають в процесі експлуатації транспортного засобу.

Теоретичні дослідження експлуатаційних властивостей автопоїздів проводять на основі побудови математичних моделей. Точність та складність цих моделей залежить від врахування всієї множини чинників, які впливають на характер переміщення ланок автопоїзда під час реальних експлуатаційних умов. Попередньо ми розробили математичну модель автопоїзда. Для подальших досліджень необхідно також встановити кути відведення коліс автопоїзда з порушенням геометрії ходової частини для прогнозування стійкості його руху під час гальмівного режиму.

Мета. Встановлення закономірностей для визначення кутів відведення коліс автопоїзда з врахуванням кутів встановлення осей його ланок.

Для досягнення мети потрібно вирішити такі завдання:

- провести аналіз сучасного стану дослідження динаміки руху дволанкових сидельних автопоїздів та визначити основні фактори, що впливають на їхню стійкість і керованість;
- дослідити вплив перекосу осей та порушення геометрії ходової частини на формування додаткових сил у зоні контакту коліс з опорною поверхнею;
- побудувати розрахункові схеми для автомобіля-тягача та напівпричепа з врахуванням їхніх кінематичних і геометричних параметрів;
- вивести рівняння для визначення швидкостей точок контакту коліс із опорною поверхнею;
- встановити закономірності для розрахунку кутів відведення коліс автопоїзда з врахуванням кутів встановлення осей його ланок.

Очікуваним результатом є наукове обґрунтування підвищення точності оцінювання динамічних характеристик автопоїзда та створення передумов для вдосконалення методів прогнозування його експлуатаційної надійності.

Методика дослідження. Методика дослідження базується на дотриманні поетапного теоретико-аналітичного підходу до аналізу динаміки руху дволанкового сидельного автопоїзда із врахуванням перекосу осей і умов гальмування.

Так, на першому етапі проводиться формалізація об'єкта дослідження, в процесі якої автопоїзд зображується у вигляді механічної системи, що поєднує в собі з автомобіль-тягач та напівприцеп, з урахуванням їх масових, інерційних та геометричних параметрів, а також вводиться інерційна система координат і приймаються необхідні припущення для виконання опису руху.

Другим етапом проводиться побудова розрахункових схем для тягача та напівпричепа, які показують взаємне розміщення ланок, положення центрів мас, осей і точок контакту коліс з опорною поверхнею, що забезпечує врахування геометрії системи та перекосів осей.

Третім етапом передбачається проведення кінематичного аналізу руху, в рамках якого здійснюється визначення складових швидкостей центрів мас кожної ланки, кутових швидкостей, а також швидкостей точок контакту коліс із опорною поверхнею, тим самим забезпечується формування аналітичних залежностей для подальшого розрахунку кутів відведення коліс.

На четвертому етапі проводиться врахування взаємодії колеса із опорною поверхнею, зокрема такого явища як бічне відведення еластичних шин, що дозволяє встановити зв'язок між напрямком швидкості колеса та його площиною обертання.

Заключним етапом є узагальнення отриманих результатів у вигляді системи рівнянь, яка надалі може бути використана для побудови математичної моделі дослідження стійкості руху автопоїзда в гальмівному режимі та проведення аналізу його динамічних характеристик.

Результати дослідження. Відомо [4, 10], що під час руху автомобільного поїзда, який має перекося осей, у місці контакту його коліс та опорної поверхні виникають додаткові сили. Це спричинене розбіжністю таких площин як: площини розміщення поздовжньої осі автомобільного поїзда α та площини обертання колеса γ (рис. 1).

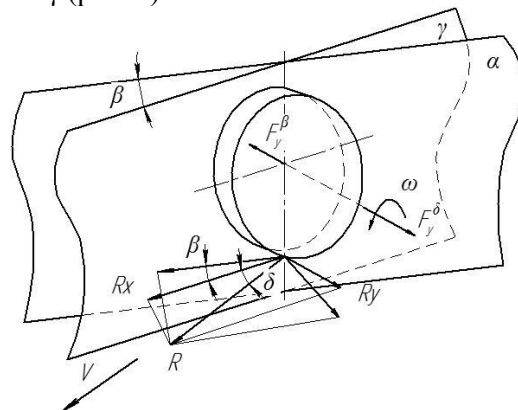


Рисунок 1 – Схема сил, які виникають на колесі при перекосі осей

Як бачимо з рисунка 1 при перекосі осей разом із бічною силою $F_{y\delta}$, зумовленою наявністю бічного відведення еластичних шин, виникає сила $F_{y\beta}$, що пов'язано з наявністю саме перекосу осей. Результируюча вказаних сил старатється змінити напрямок руху автомобільного поїзда чим створює появу додаткового навантаження на його ходову частину. Під час руху автопоїзда в гальмівному режимі наявність цієї сили негативно впливає на стійкість, а також може бути причиною складання його елементів.

Необхідно відмітити, що вагомий вплив на числове значення та напрямок бічних реакцій $Y_{\alpha\beta}$, що утворюються на колесах осей автомобільного поїзда під час руху, відображає математична модель пружно-деформованого стану пневматичного колеса у бічному напрямку. Відомим є факт [4-6, 10], що під час руху колеса із встановленою еластичною шиною, в процесі дії бічних сил проходить бічне його зміщення. Результатом чого є те, що колесо здійснює одночасний рух із швидкістю V_x – в площині обертання та V_y – у площині, перпендикулярній до площини обертання, як показано на рисунку 2.

Векторна швидкість V колеса є геометричною сумою векторів швидкостей V_x і V_y та має відхилення від площини обертання колеса на певний кут δ . Явище відхилення напрямку швидкості колеса відносно його площини обертання від впливу бічної сили носить назву явища бічного відводу, а кут, що утворюється між даним вектором та обертовою площиною – кута відводу.

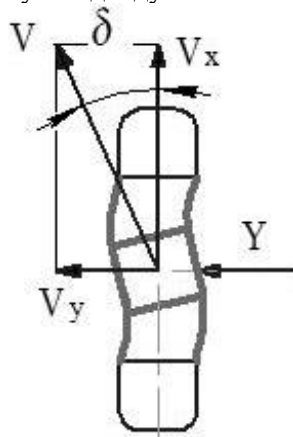


Рисунок 2 – Схема руху колеса з еластичною шиною

Далі під час досліджень розглянемо дволанковий сідельний автопоїзд, який складається із двовісного автомобіля тягача та тривісного напівпричепа. Для визначення кутів відведення коліс автопоїзда побудуємо розрахункову схему для автомобіля тягача (рисунки 3) та напівпричепа (рисунки 4). У ході дослідження скористаємося методикою, наведеною у [6].

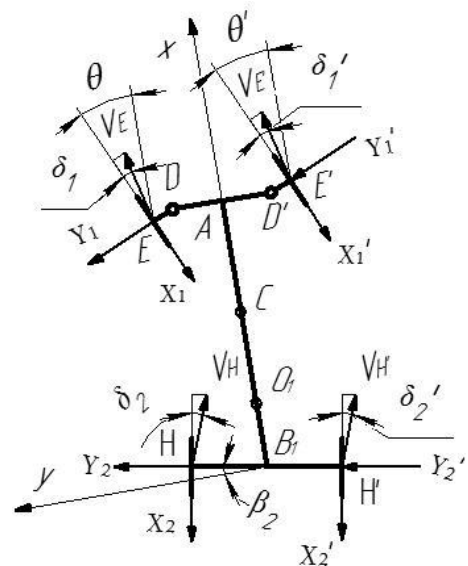


Рисунок 3 – Схема розрахунку для встановлення кутів відхилення коліс тягача

Введемо такі позначення:

I, C, m – величини центрального моменту інерції, центра мас і маси ведучої ланки щодо вертикальної осі відповідно;

I_1, C_1, m_1 – величини центрального моменту інерції, центра мас і маси веденої ланки щодо вертикальної осі відповідно;

x, y – значення абсциси й ординати центра мас (C) в інерційній системі координат $Oxuz$;

ϑ, ϑ_1 – величини курсових кутів ланок досліджуваного автопоїзда;

ω, ω_1 – значення кутових швидкостей ланок досліджуваного автопоїзда;

θ – величина кута повороту керованих коліс;

$v = \dot{x} \cos \vartheta + \dot{y} \sin \vartheta, u = -\dot{x} \sin \vartheta + \dot{y} \cos \vartheta$ – складові швидкості точки C у напрямках поздовжньої та поперечної осей ведучої ланки;

v_1, u_1 – проєкції вектора швидкості центра мас напівпричепа на поздовжню та поперечну осі;

M_{c1}, M_{c2} – крутні моменти, що протидіють повороту ланок автопоїзда;

$X_{\alpha\beta}, Y_{\alpha\beta}$ – значення поздовжніх та поперечних складових реакцій у колесах осей ланок автопоїзда відповідно;

φ – величина кута складання елементів автопоїзда;

β_i – кутове відхилення i -ої осі автопоїзда;

k_{pi} – коефіцієнт дисбалансу гальмівних сил для i -ої осі лівого борту автопоїзда;

k'_{pi} – коефіцієнт дисбалансу гальмівних сил для i -ої осі правого борту автопоїзда;

J – величина моменту інерції тягача по осі O_1z_0 ;

J_1 – величина моменту інерції напівпричепа по осі O_1z_0 ;

L – величина бази тягача;

L_{np} – величина бази напівпричепа;

D – точки обертання керованих коліс;
 E – місця дотику коліс передньої осі тягача до опорної поверхні;
 a – відстань між передньою віссю і центром мас тягача;
 b – відстань між задньою віссю і центром мас тягача;
 l_s – відстань між точкою зчеплення із напівприцепом і задньою віссю тягача;
 c – відстань між точкою зчеплення із напівприцепом і центром мас тягача;
 a_1 – відстань між центром мас напівпричепи та точкою зчеплення;
 b_1 – відстань між центром мас напівпричепи та передньою віссю;
 b_2 – відстань між центром мас напівпричепи та середньою віссю;
 b_3 – відстань між центром мас напівпричепи та задньою віссю;
 $a = AC, b = CB_1, l_s = O_1B_1, c = O_1C, a_1 = O_1C_1, b_1 = C_1B_{21}, b_2 = C_1B_{22}, b_3 = C_1B_{23}, p = DE, p' = D'E', n_1 = AD, n'_1 = AD', n_2 = B_1H, n'_2 = B_1H', n_3 = B_{21}H_1, n'_3 = B_{21}H'_1, n_4 = B_{22}H_2, n'_4 = B_{22}H'_2, n_5 = B_{23}H_3,$

$n'_5 = B_{23}H'_3, L_1 = a_1 + b_1, L_2 = a_1 + b_2, L_3 = a_1 + b_3$ – геометричні характеристики автопоїзда.

Розглянемо колеса передньої керованої осі тягача. Із урахуванням введених нами позначень визначимо швидкості точок контакту керованих коліс за допомогою таких рівнянь:

$$\begin{aligned}
 v_E &= v_C + \dot{\vartheta}(CA + AD + DE) + \dot{\theta} \cdot DE; \\
 v_{E'} &= v_C + \dot{\vartheta}(CA + AD' + D'E') + \dot{\theta}' \cdot D'E'.
 \end{aligned} \quad (1)$$

Поздовжня та поперечна складові швидкості центра мас тягача, а також значення його абсолютної кутової швидкості, визначаються таким чином:

$$\begin{aligned}
 v &= \dot{x} \cos \vartheta + \dot{y} \sin \vartheta; \\
 u &= -\dot{x} \sin \vartheta + \dot{y} \cos \vartheta; \\
 \omega &= \dot{\vartheta}.
 \end{aligned} \quad (2)$$

Поздовжню та поперечну складові швидкості центра мас напівпричепи можна подати таким чином:

$$\begin{aligned}
 v_1 &= v \cos \varphi - (u - \omega c) \sin \varphi; \\
 u_1 &= v \sin \varphi + (u - \omega c) \cos \varphi - \omega_1 a_1.
 \end{aligned} \quad (3)$$

З урахуванням рівнянь (2), (3) та введених позначень маємо:

$$\begin{aligned}
 v_E &= i_0 [v - \omega(n_1 + p \cos \theta) - \dot{\theta} p \cos \theta] + j_0 [u + \omega(a - p \sin \theta) - \dot{\theta} p \sin \theta]; \\
 v_{E'} &= i_0 [v + \omega(n_1 + p \cos \theta') + \dot{\theta}' p \cos \theta'] + j_0 [u + \omega(a + p \sin \theta') + \dot{\theta}' p \sin \theta'].
 \end{aligned} \quad (4)$$

Оскільки:

$$\begin{aligned}
 \tan(\theta - \delta_1) &= \frac{(v_E)_{y_0}}{(v_E)_{x_0}}; \\
 \tan(\theta' - \delta'_1) &= \frac{(v_{E'})_{y_0}}{(v_{E'})_{x_0}},
 \end{aligned}$$

то величину кутів відводу коліс на передній осі тягача визначимо за такими залежностями:

$$\begin{aligned}
 \delta_1 &= \theta - \arctg \left[\frac{u + \omega(a - p \sin \theta) - \dot{\theta} p \sin \theta}{v - \omega(n_1 + p \cos \theta) - \dot{\theta} p \cos \theta} \right]; \\
 \delta'_1 &= \theta' - \arctg \left[\frac{u + \omega(a + p \sin \theta') + \dot{\theta}' p \sin \theta'}{v + \omega(n_1 + p \cos \theta') + \dot{\theta}' p \cos \theta'} \right].
 \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned}
 v_H &= i_0 [v - \omega n_2 \cos \beta_2 - \dot{\beta}_2 n_2 \cos \beta_2] + j_0 [u - \omega(b - n_2 \sin \beta_2) - \dot{\beta}_2 n_2 \sin \beta_2]; \\
 v_{H'} &= i_0 [v + \omega n'_2 \cos \beta_2 + \dot{\beta}_2 n'_2 \cos \beta_2] + j_0 [u - \omega(b - n'_2 \sin \beta_2) - \dot{\beta}_2 n'_2 \sin \beta_2].
 \end{aligned} \quad (7)$$

Оскільки:

$$\begin{aligned}
 \tan(\beta_2 + \delta_2) &= \frac{(v_H)_{y_0}}{(v_H)_{x_0}}; \\
 \tan(\beta_2 + \delta'_2) &= \frac{(v_{H'})_{y_0}}{(v_{H'})_{x_0}},
 \end{aligned}$$

Із урахуванням кута перекосу задньої осі автомобіля-тягача β , рівняння для визначення величин швидкостей контактних точок її коліс із опорною поверхнею можна подати у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 v_H &= v_C + \dot{\vartheta}(CB_1 + B_1H) + \dot{\beta}_2 \cdot B_1H; \\
 v_{H'} &= v_C + \dot{\vartheta}(CB_1 + B_1H') + \dot{\beta}_2 \cdot B_1H'.
 \end{aligned} \quad (6)$$

На основі рівнянь (2), (3) отримаємо:

то формули для обчислення кутів відведення коліс задньої осі тягача можна представити у такому вигляді:

$$\begin{aligned}
 \delta_2 &= -\beta_2 - \arctg \left[\frac{u - \omega(b - n_2 \sin \beta_2) - \dot{\beta}_2 n_2 \sin \beta_2}{v - \omega n_2 \cos \beta_2 - \dot{\beta}_2 n_2 \cos \beta_2} \right]; \\
 \delta'_2 &= -\beta_2 - \arctg \left[\frac{u - \omega(b - n'_2 \sin \beta_2) - \dot{\beta}_2 n'_2 \sin \beta_2}{v + \omega n'_2 \cos \beta_2 + \dot{\beta}_2 n'_2 \cos \beta_2} \right].
 \end{aligned} \quad (8)$$

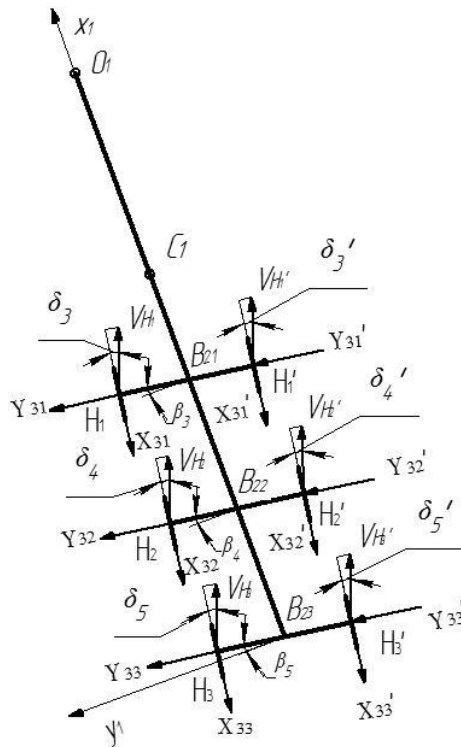


Рисунок 4 – Схема розрахунку для визначення кутів відхилення коліс осей напівпричепа

Розглянемо розрахункову схему сил для напівпричепа (рис. 4). За аналогією із автомобілем-тягачем, встановимо величину кутів відведення коліс на осях напівпричепа по лівому та правому бортах. Отримаємо систему рівнянь:

$$\begin{aligned}
 \delta_3 &= -\beta_3 - \arctg \left[\frac{u_1 - \omega_1(b_1 - n_3 \sin \beta_3) - \beta_3 n_3 \sin \beta_3}{v_1 - \omega_1 n_3 \cos \beta_3 - \beta_3 n_3 \cos \beta_3} \right]; \\
 \delta'_2 &= -\beta_2 - \arctg \left[\frac{u_1 - \omega_1(b_1 + n'_3 \sin \beta_3) - \beta_3 n'_3 \sin \beta_3}{v_1 + \omega_1 n'_3 \cos \beta_3 + \beta_3 n'_3 \cos \beta_3} \right]; \\
 \delta_4 &= -\beta_4 - \arctg \left[\frac{u_1 - \omega_1(b_2 - n_4 \sin \beta_4) - \beta_4 n_4 \sin \beta_4}{v_1 - \omega_1 n_4 \cos \beta_4 - \beta_4 n_4 \cos \beta_4} \right]; \\
 \delta'_4 &= -\beta_4 - \arctg \left[\frac{u_1 - \omega_1(b_2 + n'_4 \sin \beta_4) - \beta_4 n'_4 \sin \beta_4}{v_1 + \omega_1 n'_4 \cos \beta_4 + \beta_4 n'_4 \cos \beta_4} \right]; \\
 \delta_5 &= -\beta_5 - \arctg \left[\frac{u_1 - \omega_1(b_3 - n_5 \sin \beta_5) - \beta_5 n_5 \sin \beta_5}{v_1 - \omega_1 n_5 \cos \beta_5 - \beta_5 n_5 \cos \beta_5} \right]; \\
 \delta'_5 &= -\beta_5 - \arctg \left[\frac{u_1 - \omega_1(b_3 + n'_5 \sin \beta_5) - \beta_5 n'_5 \sin \beta_5}{v_1 + \omega_1 n'_5 \cos \beta_5 + \beta_5 n'_5 \cos \beta_5} \right]
 \end{aligned}
 \quad (9)$$

Обговорення результатів досліджень

Отримані результати дослідження чітко вказують на те, що аналітичні залежності дозволяють більш повно врахувати особливості динаміки руху дволанкового сидельного автопоїзда в умовах реальної експлуатації. На відміну від спрощених моделей, у запропонованому підході враховано вплив перекосу осей, кутів їх встановлення, а також взаємодію коліс з опорною поверхнею через явище бічного відведення еластичних шин, що забезпечує підвищення точності визначення кутів відведення коліс і відповідно більш адекватне відображення поведінки автопоїзда під час руху.

Проведений в процесі дослідження аналіз показав, що перекіс осей призводить до

виникнення додаткових бічних сил у зоні контакту коліс з дорогою, які суттєво впливають на траєкторію руху транспортного засобу, особливо небезпечним є їх вплив під час гальмівного режиму, коли виникає ризик втрати стійкості руху або складання ланок автопоїзда. Кути відведення коліс значною мірою залежать не лише від кінематичних параметрів руху (швидкостей і кутових швидкостей), а й від геометричних характеристик автопоїзда та технічного стану його ходової частини, що підтверджує потребу в комплексному підході до оцінки динамічних властивостей автопоїздів, який повинен враховувати сукупну дію конструктивних і експлуатаційних факторів.

Практичне значення отриманих результатів полягає у можливості їх використання під час побудови більш точних математичних моделей руху автопоїздів, що, у свою чергу, може бути використано для прогнозування їх стійкості, керованості та безпеки експлуатації. Окрім того, запропонований підхід може бути використаний для вдосконалення методів діагностики технічного стану транспортних засобів і розроблення рекомендацій стосовно зменшення величини негативного впливу перекосу осей на їх експлуатаційні характеристики.

Висновки

У результаті дослідження отримано систему рівнянь, що дає змогу визначати кути відведення коліс автопоїзда під час його руху в різних експлуатаційних умовах. При формуванні цих залежностей було враховано геометричні

особливості конструкції, зокрема кути встановлення осей окремих ланок автомобільного поїзда, що істотно впливають на кінематичні та динамічні характеристики руху.

Отримані рівняння становлять основу для подальшого математичного моделювання і будуть використані при побудові теоретичної моделі дослідження стійкості руху дволанкового сидельного автопоїзда, зокрема, вони дозволяють врахувати вплив перекосу осей та гальмівних режимів на поведінку автопоїзда, що є важливим для оцінювання його керованості, стійкості та безпеки експлуатації.

Список літератури:

1. Розум Р.І., Буряк М.В., Прогній П.Б. [та ін.] Експлуатаційна надійність і роботоздатність вантажного автомобільного рухомого складу. *Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки*: зб. наук. пр. Кропивницький: ЦНТУ, 2022. Вип. 5 (36). Ч. 2. С. 201–205. DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5\(36\).2.201-205](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5(36).2.201-205)

2. Буряк М.В., Розум Р.І., Фалович Н.М. [та ін.] Оцінка міцності та надійності автотранспортних засобів. *Вісник машинобудування та транспорту*, 2022. № 1. С. 17–22. DOI: <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2022-15-1-17-22>

3. Кравченко О. П. Статистичні дослідження порушень роботоздатності причіпного складу автопоїздів європейського виробництва. *Вісник Східноукраїнського національного університету*, 2006. № 7 (101). С. 87–91. DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9\(40\).2.106-111](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9(40).2.106-111)

4. Сахно В.П., Поляков В.М., Тімков О.М., Файчук М.І., Ковальчук Г.О. Вплив перекосу мостів причіпних ланок на показники експлуатаційних властивостей автопоїзда. *Автошляховик України: Науково-виробничий журнал*, 2015. № 3 (245). С. 5–10.

5. Сахно В.П., Поляков В.М., Тімков О.М. Стійкість сидельних автопоїздів з урахуванням кутів встановлення осей напівпричепа: монографія. К.: LAMBERT Academic Publishing, 2018. 156 с.

6. Сахно В.П., Гейко С.В., Крестянполь О.А. До визначення кутів відведення коліс транспортних засобів при дослідженні стійкості руху. *Автошляховик України. Окремий випуск. Вісник Центрального наукового центру Транспортної Академії України*, 1999. Випуск № 2. С. 93–97.

7. Sokil, V. Lyashuk O., Perenchuk O., Sokil M., Popovich P., Vovk Y. Dynamic effect of cushion part of wheeled vehicles on their steerability.

International Journal of Automotive and Mechanical Engineering. 2018 15(1). P. 4880–4892. DOI: 10.15282/ijame.15.1.2018.1.0380

8. Сахно В.П., Шарай С.М., Мурований І.С. [та ін.] Вплив конструктивних і експлуатаційних факторів на стійкість руху автопоїзда з причепом категорії О1. *Центральноукраїнський науковий вісник. Технічні науки*: зб. наук. пр. Кропивницький: ЦНТУ, 2022. Вип. 5 (36). Ч. 1. С. 244–255.

9. Прогній П., Шевчук В., Попович П., Розум Р., Буряк М., Папінко А. Математична модель дослідження стійкості автопоїздів на гальмівних режимах. *Вісник Львівського національного університету природокористування. Серія «Агроінженерні дослідження»*. 2025. № 29. С. 179–184. DOI: <https://doi.org/10.32447/20784643.32.2025.00>

10. Шевчук Р.С., Сукач О.М., Миронюк О.С., Шевчук В.В. Обґрунтування та апробація методики визначення тягово-зчіпних показників автомобілів. *Вісник Львівського державного університету безпеки життєдіяльності*. Львів. 2024. Вип. №29. С. 179–190. DOI: <https://doi.org/10.32447/20784643.29.2024.00>

References:

1. Rozum R.I., Buriak M.V., Prohni P.B. [ta in.] (2022). Ekspluatatsiina nadiinist i robotozdatnist vantazhnoho avtomobilnoho rukhomoho skladu [Operational reliability and serviceability of freight road vehicle rolling stock]. *Tsentrálnoukrainskyi naukovyi visnyk. Tekhnichni nauky: zb. nauk. pr. Kropyvnytskyi: TsNTU*, 5(36), 201–205. DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5\(36\).2.201-205](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2022.5(36).2.201-205) [in Ukrainian].

2. Buriak M.V., Rozum R.I., Falovych N.M. [ta in.] (2022). Otsinka mitsnosti ta nadiinosti avtotransportnykh zasobiv [Assessment of strength and reliability of motor vehicles]. *Visnyk mashynobuduvannia ta transportu*, 1, 17–22. DOI: <https://doi.org/10.31649/2413-4503-2022-15-1-17-22> [in Ukrainian].

3. Kravchenko O.P. (2006) Statystychni doslidzhennia porushen robotozdatnosti prychipnoho skladu avtopoizdiv yevropeiskoho vyrobnytstva [Statistical study of serviceability failures of trailer units of European-manufactured road trains]. *Visnyk Shkhdnoukrainskoho natsionalnoho universytetu*, 7(101), 87–91. DOI: [https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9\(40\).2.106-111](https://doi.org/10.32515/2664-262X.2024.9(40).2.106-111) [in Ukrainian].

4. Sakhno V.P., Poliakov V.M., Timkov O.M., Faichuk M.I., Kovalchuk H.O. (2015) Vplyv perekosu mostiv prychipnykh lanok na pokaznyky ekspluatatsiinykh vlastyvostei avtopoizda [Effect of axle misalignment in trailer units on the operational performance indicators of a road train].

Avtoshliakhovyk Ukrainy: Naukovo-vyrobnychi zhurnal, 3 (245), 5–10 [in Ukrainian].

5. Sakhno V.P., Poliakov V.M., Timkov O.M. (2018) Stiikist sidelnykh avtopoizdiv z urakhuvanniam kutiv vstanovlennia osei napivprychepa: monohrafiia [Stability of tractor–semi-trailer road trains considering the axle alignment angles of the semi-trailer]. K.: LAMBERT Academic Publishing, 156. [in Ukrainian].

6. Sakhno V.P., Heiko S.V., Krestianpol O.A. (1999) Do vyznachennia kutiv vidvedennia kolis transportnykh zasobiv pry doslidzhenni stiikosti rukhu [On the determination of wheel camber angles of vehicles in the study of motion stability]. Avtoshliakhovyk Ukrainy. Okremyi vypusk. Visnyk Tsentralnoho naukovoho tsentru Transportnoi Akademii Ukrainy, 2, 93–97 [in Ukrainian].

7. Sokil, B. Lyashuk O., Perenchuk O., Sokil M., Popovich P., Vovk Y. (2018) Dynamic effect of cushion part of wheeled vehicles on their steerability. International Journal of Automotive and Mechanical Engineering, 15(1), 4880-4892. DOI: 10.15282/ijame.15.1.2018.1.0380

8. Sakhno V.P., Sharai S.M., Murovani I.S. [ta in.] (2022) Vplyv konstruktyvnykh i ekspluatatsiinykh faktoriv na stiikist rukhu

avtopoizda z prychemom katehorii O1 [Influence of design and operational factors on the motion stability of a road train with an O1-category trailer]. Tsentralnoukrainskyi naukovyi visnyk. Tekhnichni nauky: zb. nauk. pr. Kropyvnytskyi: TsNTU, 5(36), 1, 244–255 [in Ukrainian].

9. Prohni P., Shevchuk V., Popovych P., Rozum R., Buriak M., Papinko A. (2025) Matematychna model doslidzhennia stiikosti avtopoizdiv na halmivnykh rezhymakh [Mathematical model for studying the stability of road trains under braking conditions]. Visnyk Lvivskoho natsionalnoho universytetu pryrodokorystuvannia. Seriia «Ahroinzhenerni doslidzhennia», 29, 179–184. DOI: <https://doi.org/10.32447/20784643.32.2025.00> [in Ukrainian].

10. Shevchuk, R. S., Sukach, O. M., Myroniuk, O. S., & Shevchuk, V. V. (2024). Obgruntuvannia ta aprobatsiia metodyky vyznachennia tiahovozchipykh pokaznykiv avtomobiliv [Substantiation and testing of a methodology for determining the traction and coupling characteristics of vehicles]. Visnyk Lvivskoho derzhavnoho universytetu bezpeky zhyttiediialnosti, (29), 179–190. DOI: <https://doi.org/10.32447/20784643.29.2024.00> [in Ukrainian].

© П. Б. Прогній, Р. І Розум, В. В. Шевчук, Ю. А. Рудяк, Н. А. Галищ, О. В. Борисяк, 2026.

Науково-методична стаття.

Надійшла до редакції 24.03.2026.

Прийнята до друку 29.04.2026.

Опублікована 25.05.2026.