

*Р. О. Ткаченко, д-р техн. наук, професор, С. М. Дем'янчук  
(Національний університет «Львівська політехніка»)*

## **САМООРГАНІЗАЦІЯ ПОЛІНОМІАЛЬНИХ МОДЕЛЕЙ РЕГРЕСІЇ В НЕЙРОПОДІБНИХ СТРУКТУРАХ ГЕОМЕТРИЧНИХ ПЕРЕТВОРЕНЬ**

Запропоновано методи побудови самоорганізаційних поліноміальних моделей регресії з функціональним розширенням сигналів на основі машини геометричних перетворень. Функціональне розширення вхідних сигналів реалізується за допомогою набору поліномів Колмогорова-Габора. Для побудови полінома Колмогорова-Габора використовуються головні компоненти, які виділяються шляхом побудови автоасоціативної мережі на основі вхідних і вихідних сигналів. Приводяться результати порівняння ефективності прогнозування на вибірках різного розміру. На основі отриманих результатів встановлено ефективну здатність прогнозування розробленого методу для вибірок великого розміру.

**Ключові слова:** поліноміальні моделі регресії, нейронна мережа, автоасоціативна нейронна мережа, метод групового урахування аргументів, МГУА, модель геометричних перетворень.

### **Вступ та аналіз літературних джерел**

#### ***Самоорганізація поліноміальних моделей на основі методу групового урахування аргументів***

Теорія самоорганізації моделей і заснований на цій теорії метод групового урахування аргументів (МГУА) представляють собою варіант регресійного аналізу на основі невеликої кількості експериментальних даних. МГУА по суті реалізує об'єднання відомих методів регресійного аналізу та різноманітних варіантів регуляризації, забезпечуючи принцип єдиності математичної моделі, яку отримують за допомогою МГУА для заданих тренувальних даних [1]. Теорія МГУА забезпечує покращення результатів регресійного аналізу, пристосовуючи його для так званого прямого моделювання складних систем за наявності коротких вибірок.

Більшість апроксимаційних задач, які вирішуються за допомогою алгоритмів МГУА, зводяться до прямого відновлення функціональних залежностей по невеликій кількості заданих точок (вузлів інтерполяції). Так, наприклад, в задачах ідентифікації вимагається відновити по ряду експериментальних точок характеристику об'єкта (його «гіперповерхню відгуку»). Особливість цієї задачі полягає в тому, що необхідно забезпечити «протекцію» для всіх аргументів, де алгоритм МГУА не повинен виключати неефективні аргументи. Одночасно в задачах прогнозування і розпізнавання образів, навпаки, будь-яка протекція аргументів може знижувати ефективність прогнозування. В алгоритмах МГУА для оптимального управління і нормативного прогнозування необхідно зберегти в рівняннях регулюючий вплив. Таким чином, наявні відмінності в постановці задач призводять до певних відмінностей у відповідних алгоритмах МГУА. Одночасно всі ці алгоритми мають спільну основу – принцип селекції або самоорганізації.

Ефективність алгоритмів МГУА суттєво знижується у випадках багатовимірних задач і великих вибірок даних, через значне зростання часових затримок. Застосування методів МГУА висуває високі вимоги до кваліфікації користувачів, особливо для випадків майже вироджених багатопараметричних задач передбачення або класифікації представлених як короткими, так і об'ємними вибірками зашумлених даних, при наявності кореляцій між окремими параметрами, що спонукає до пошуку нових підходів і методів до побудови відповідних моделей регресії.

#### ***Особливості нейромереж геометричних перетворень***

Надійним інструментом розв'язку складних, майже вироджених задач є штучні нейронні мережі (ШНМ). Враховуючи певні труднощі навчання і налаштування ШНМ традиційного типу, зокрема багатопараметричних перцептронів, розглянемо можливість застосування в якості основи методу побудови поліноміальних моделей нейроподібних структур моделі геометричних перетво-

рень (МГП) [6]. Моделі геометричних перетворень володіють властивості, які забезпечують як високу точність та швидкодію, порівняно з традиційними нейромережними засобами, так і однотипність алгоритмів у випадках відмінностей у постановках задач. Зокрема, МГП характеризуються швидким неітеративним навчанням за наперед задану кількість кроків обчислень [7]. Це дає змогу досягти повної повторюваності результатів навчання та відкриває можливість розв'язування завдань великої розмірності. Завдяки високій точності та покращеним узагальнюючим властивостям структур МГП [8], є також можливість отримання розв'язків для тренувальних вибірок меншого об'єму. Процес навчання таких структур можна доповнити оптимізаційними процедурами адаптації до додаткових критеріїв навчання.

### **Мета і завдання дослідження**

Метою досліджень є синтез алгоритмів для автоматизованої побудови багатопараметричних поліноміальних моделей майже вироджених задач, які можуть бути представлені даними як великих так і малих об'ємів.

Основним завданням роботи є розробка методів побудови самоорганізаційних поліноміальних моделей регресії з функціональним розширенням сигналів на основі моделі геометричних перетворень. Функціональне розширення вхідних сигналів реалізується за допомогою поліномів Колмогорова-Габора.

### **1. Постановка задачі регресії**

Основи розробленого методу проілюструємо на прикладі розв'язання задачі «Передбачення напруги пробою матеріалу (діелектрична міцність) на підставі відомих незалежних характеристик діелектричного шару MgO». Частковий вигляд вхідних сигналів на прикладі параметрів діелектричного шару MgO представлений на рис. 3.

Загальна вибірка складається з 31 векторів, що містять 3 входи та 1 вихід. Кожен вектор вхідних даних відповідає одному експерименту з різними характеристиками діелектричного шару. Кінцева мета при правильній побудові нейромережевого комплексу – забезпечення максимальної точності в режимі реального застосування, де має бути створена модель оптимальної складності в сенсі МГУА. Для вирішення задачі налагодження структури комплексу розділяємо наявну вибірку даних на 3 підмножини:

1. Вибірка даних навчання нейронної мережі.
2. Тестова вибірка, яка використовується для перевірки та налагодження.
3. Вибірка для остаточної перевірки нейромережних властивостей комплексу.

Важливим є те, що кількість експериментів обмежена і навчена структура МГП має володіти властивістю ефективного навчання на обмеженій кількості тренувальних даних. Варто зазначити, що описані нижче процедури методу мають універсальне застосування і можуть без змін переноситися на інші задачі передбачення.

#### **Опис вхідних сигналів на прикладі параметрів діелектричного шару MgO**

1.  $t$  – тривалість технологічного процесу одержання шару;
2.  $a$  – товщина одержаного шару;
3.  $I_1$  – дефектність;
4.  $U_{пр.}$  – напруга пробою шару (діелектрична міцність)

#### **Опис підходу по побудові математичної моделі**

Основою підходу є метод побудови ряду Вінера на основі мереж МГП. Цей ряд також відомий під назвою «поліном Колмогорова-Габора» [2]. Іноді в літературі його називають розкладом Іто [3]. Загалом ряд Вінера можна розглядати як дискретний аналог ряду Вольтери [4].

В загальному випадку ряд Вінера має вигляд [3]:

$$Y(x_1, \dots, x_n) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i x_i + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n a_{ij} x_i x_j + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{k=1}^n a_{ijk} x_i x_j x_k + \dots \quad (1)$$

Вибір ряду Вінера в якості ефективного апроксиматора теоретично обґрунтовується теоремою Вейерштраса [5]. Покращити його точність можна за допомогою збільшення степеня полінома. Застосування ряду Вінера (1) для високих степенів на основі заданих табличних даних обмежується такими обставинами:

- 1) надто великою кількістю членів ряду;
- 2) великими похибками узагальнення (в режимі передбачення на невідомих даних), що одночасно мають місце при малих похибках навчання (на даних, що використовувалися для обчислення коефіцієнтів ряду).

Як зазначалося вище, усунути наведені обмеження можна шляхом застосування МГУА, основою якого є певний генетичний алгоритм синтезу моделі оптимальної складності.

## 2. Опис методу синтезу полінома Вінера на основі застосування нейромереж МГП

- побудова полінома здійснюється не по вхідних атрибутах даних, а по їх головних компонентах (ГК), виділених автоасоціативною нейромережею МГП на об'єднаній вибірці вхідних даних (для навчання і застосування);
- дисперсія ГК, згідно з нейропарадигмою МГП, зменшується починаючи від першої з них і до останньої;
- ГК з дуже малою дисперсією відкидаються (**причому враховується лише дисперсія, обчислена для даних тренувальної вибірки**) і це логічно, оскільки вихід формується як лінійний поліном від ГК і якщо крутизна виходів по останніх ГК (коли коефіцієнти для них малі) мала, то їх відкидання помітно не погіршить точності через незначний внесок малих доданків суми, але якщо крутизна велика і такі ГК не відкинути, то точність в режимі застосування різко впаде (невеликі відхилення по цих ГК дадуть великі викиди для їх доданків – варіант майже виродженості) [9];
- поріг відкидання ГК в існуючій бібліотеці структур МГП встановлений і реалізується автоматично, але є дуже малим, тому пропонується його робити регульованим –  $\Delta$ , який би встановлювався для різних задач, але при збереженні також вже існуючого порогу;
- встановлення робити шляхом обчислення середнього квадратичного відхилення (СКВ) –  $\sigma$  для кожної ГК, де залишаються лише ті ГК, для яких  $\sigma \geq \Delta$ .

Нейромережевий синтез полінома Вінера, що реалізується нейромережним комплексом, здійснюється за допомогою каскаду з двох штучних нейронних мереж МГП, де першою є ШНМ в автоасоціативному режимі її застосування. Автоасоціативна нейронна мережа (ААНМ) будується і навчається кожен раз наново у відповідному циклі, використовуючи в якості вхідних даних кожного циклу результати попереднього циклу. На першому циклі множина векторів  $\overline{ГК}^1$  виділяється цією ШНМ на основі множини вхідних векторів  $\overline{X}$ , після відкидання ГК з малими середніми квадратичними відхиленнями (СКВ), множина векторів  $\overline{ГК}^1$  розглядається як множина векторів нових входів. Для нових входів виконується повне квадратичне розширення, далі нові входи і їх розширення подаються на нову ААНМ (попередньо навчаючи її) і виділяється нова множина векторів  $\overline{ГК}^2$ ; після відкидання ГК з малими СКВ отримані нові ГК розглядаються як ще новіші входи. Для цих входів виконується повне квадратичне розширення, і нові входи і їх розширення знову подаються в ААНМ і знову виділяються нові входи.

### 3. Результати розв'язку описаної задачі з використанням програмного комплексу

На базі запропонованого підходу розроблено програмний комплекс мовою С на платформі Net Framework 4.0 для операційної системи Windows 7.

#### *Процес виконання програми*

1. Запуск програми користувачем
2. Після успішного завантаження програми на самому початку користувачу доступна одна активна опція "Завантажити тренувальну вибірку" у меню "Файл" і опція "Вихід".
3. Результатом завантаження тренувальної вибірки є:
  - 3.1. створена і навчена мережа типу fast-transversal-filter (FTF), а також оновлені таблиці з даними у закладці "Тренувальна вибірка", представлені на рис.1.

▶ 28	45	47	450
30	50	48	475
25	40	49	410
28	42	46	430
25	40	48	400
33	50	45	525
35	51	45	530
26	49	43	515
29	48	44	510
29	47	44	500
33	51	48	430
35	53	47	450
23	40	43	400
25	42	46	415
23	45	44	425
32	50	41	550
35	51	41	545
24	43	39	540
24	40	42	480
22	42	42	500
30	50	35	600

*Рис. 1. Опис вхідних сигналів на прикладі параметрів діелектричного шару MgO*

- 3.2. стають активними опції представлені у меню "Файл":
  - а) "Завантажити тестувальну вибірку";
  - б) "Завантажити вибірку застосування".
4. Результатом завантаження тренувальної вибірки є:
  - а. Використання створеної мережі у пункті 3.1 в якості вибірки тестування. Відображення таблиці і графіка у закладці "Тестувальна вибірка". Для побудови графіка використаний Windows Form Control ZedGraph;
  - б. Кількісні показники похибок прогнозування (рис. 2);

- с. На рис. 2 дані у стовпчиках представляють такі значення:  $t$  – тривалість технологічного процесу одержання шару;  $a$  – товщина одержаного шару;  $I_1$  – дефектність; еталона напруга пробою шару  $U_{np}$ ; прогнозована напруга пробою шару  $U_{np}$ , по кожному вхідному вектору вибірки тестування.

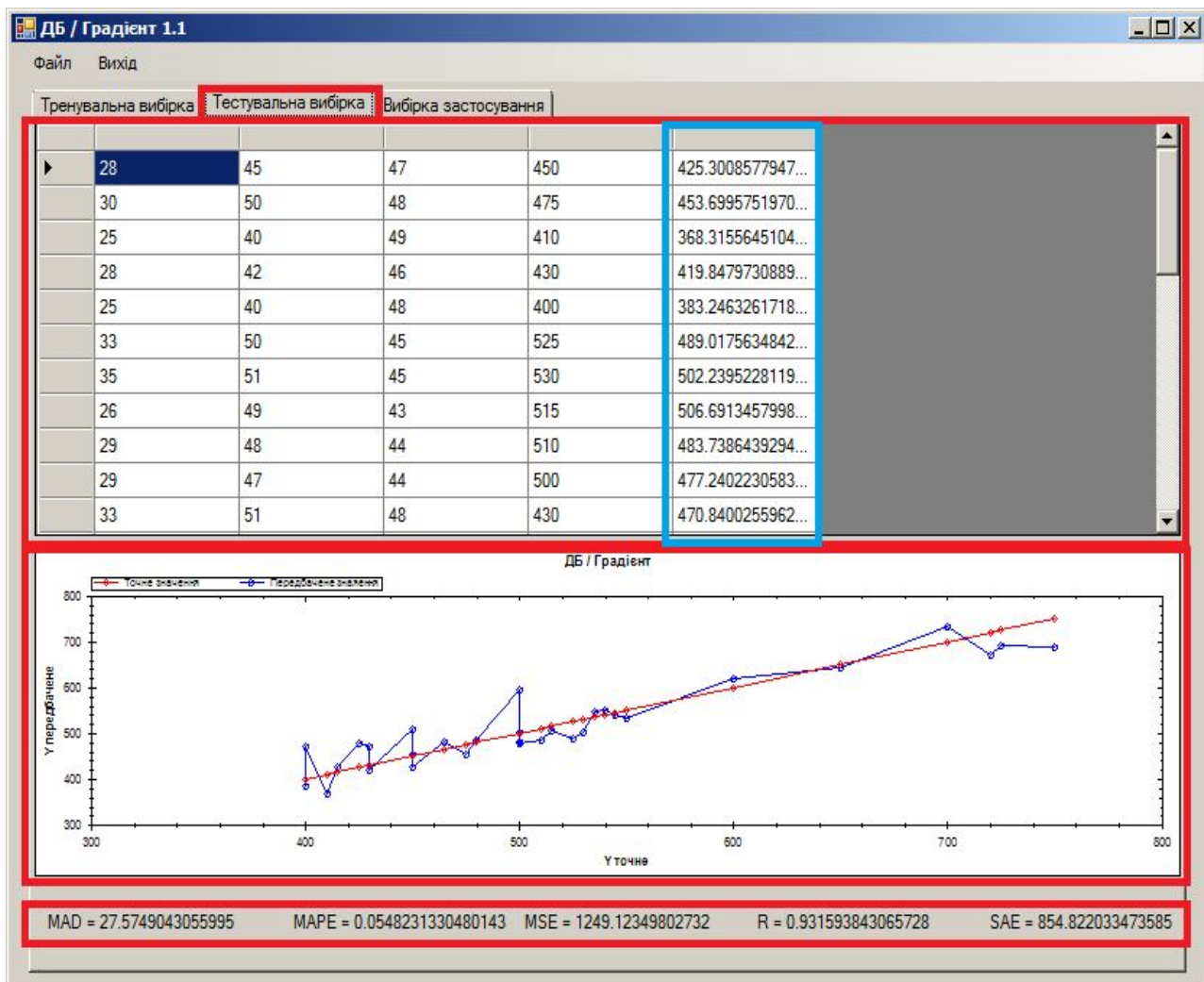


Рис. 2. Результати завантаження тестувальної вибірки

- Після створення і тестування створеної мережі FTF, за допомогою пункту меню "Завантажити вибірку застосування", можна застосувати навчену мережу.
- Результатом завантаження вибірки застосування є:
  - відображення результатів таблиці у вкладці "Вибірка застосування" (рис. 3);
  - стають доступними результати прогнозування у останньому стовпці (рис. 3).
- За допомогою пункту "Зберегти вибірку застосування" результати роботи програми можна зберегти у файл для подальшого використання.

З представленого прикладу видно, що відносна похибка прогнозування дорівнює 5,48%, що є дуже високим показником якості прогнозування.

Тренувальна вибірка	Тестувальна вибірка	Вибірка застосування	
28	45	47	425.3008577947...
30	50	48	453.6995751970...
25	40	49	368.3155645104...
28	42	46	419.8479730889...
25	40	48	383.2463261718...
33	50	45	489.0175634842...
35	51	45	502.2395228119...
26	49	43	506.6913457998...
29	48	44	483.7386439294...
29	47	44	477.2402230583...
33	51	48	470.8400255962...
35	53	47	508.6303191557...
23	40	43	470.0670014852...
25	42	46	425.5138859298...
23	45	44	477.5610373987...
32	50	41	533.0263767749...
35	51	41	540.8089261321...
24	43	39	550.1236009143...
24	40	42	483.5405884735...
22	42	42	501.1775713157...
30	50	35	619.4488916658...

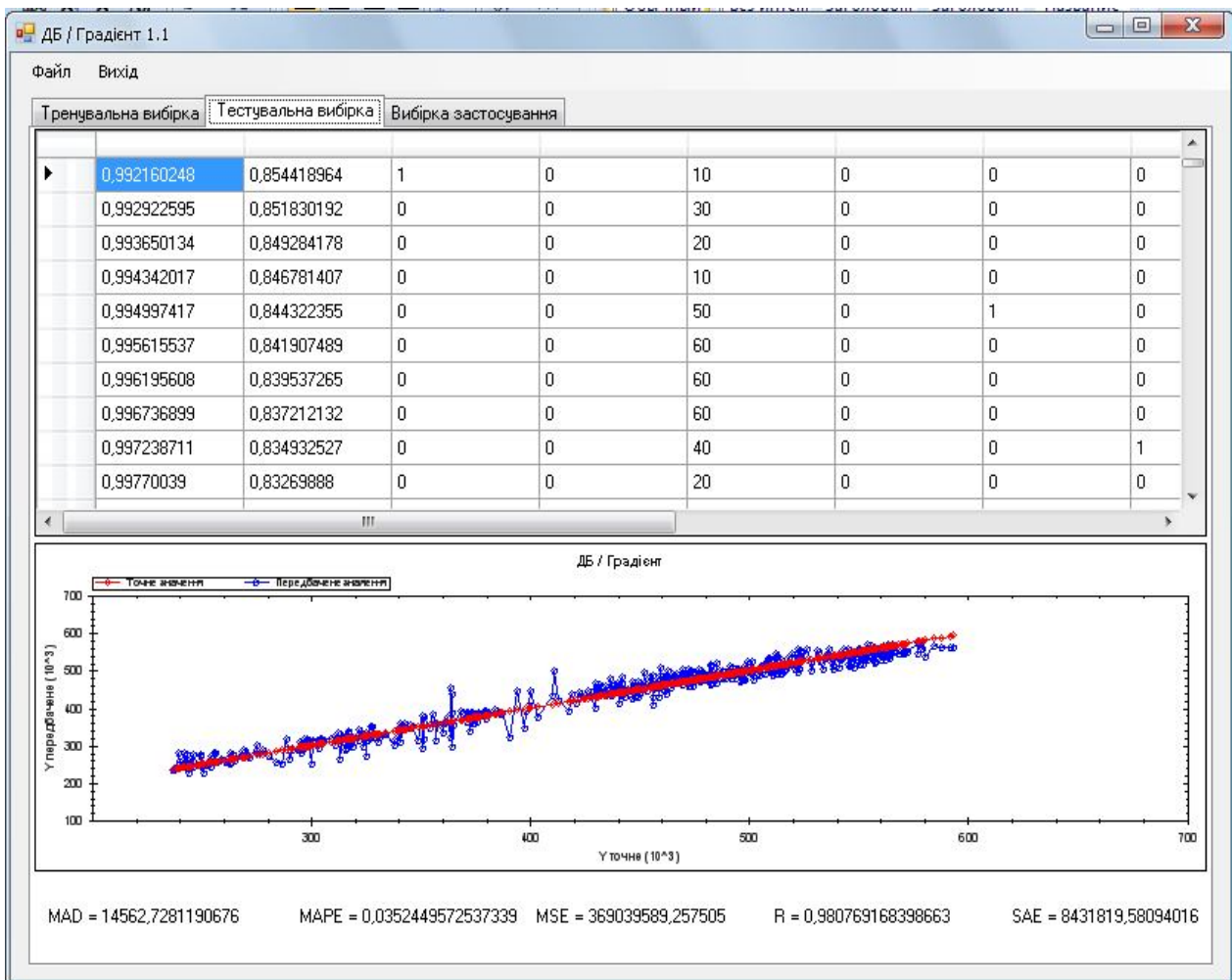
*Рис. 3. Результати застосування навченої мережі*

#### **4. Додатковий приклад задачі представленої великим об'ємом тренувальних даних**

В якості демонстраційного прикладу використано експериментальні дані прогнозування енергонавантаження електромережі на основі 11 вхідних діючих факторів. Тренувальна вибірка задачі складається з 365 вхідних векторів, що містять по 11 стовпців-входів та один стовпець-вихід. Тестова вибірка відповідно складається з 214 векторів. Розроблена програма демонструє високу точність прогнозування при розв'язуванні задач з великими об'ємами тренувальних вибірок. Відтак відносна похибка прогнозування становить 3,52 %. Результат застосування програми представлений на рис. 4.

#### **5. Висновки**

Розроблений метод дає формувати в структурі нейромережі поліноми високих степенів, що забезпечує, на відміну від існуючих методів, точне моделювання залежностей з суттєвою нелінійністю. Особливість пропонованого методу в тому, що поліном формується саме в нейронній структурі і може бути застосований або в результаті її безпосереднього функціонування без представлення в явному вигляді, або представлений в явному вигляді за результатами навчання нейронної структури. Останнє доцільне для відносно невеликої кількості змінних і степеня полінома.



**Рис. 4.** Результат застосування розробленої програми для експериментальних даних прогнозування енергонавантаження електромережі

Основною ідеєю розробленого алгоритму є методика прогнозування не по вхідних атрибутах даних, а по їх головних компонентах. Це дає змогу відокремити дані, які мають найбільший вплив на результат прогнозування на самому початку, та використовувати квадратичне розширення саме для них, а дані, які мають найменший результуючий вплив на кінцевий результат, застосовувати лише в лінійному представленні або відкидати їх з застосуванням порогу. Такий підхід дає можливість зменшити ймовірність потрапляння сильно зашумлених даних в кінцевий результат прогнозування.

Ідея застосування порогу відкидання головних компонент дає змогу гнучко налаштувати розроблений комплекс під задачі з різнотипними вхідними даними. Головні компоненти, які можуть лише збільшити похибку прогнозування відкидаються під час кожної наступної ітерації перед початком процесу квадратичного розширення. Таким чином, фактор впливу явища, коли малі значення на вході дають великі викиди на виході апроксиматора, піддається ефективному контролю під час застосування розробленої програми.

Розроблений метод реалізований в програмному продукті «ДБ/Градієнт», який забезпечує такі властивості:

- універсальність застосування для даних з малою і великою розмірністю;
- високу точність в режимі застосування навченого предиктора;
- відсутність спеціальних вимог до математичної та комп'ютерної кваліфікації користувача.

### Список літератури:

1. **А. Г. Ивахненко.** Долгосрочное прогнозирование и управление сложными системами. — К.: «Техніка», 1975.
2. **Gabor D., Wilby W.R., Woodcock R.A.** A universal nonlinear filter, predictor and simulator which optimizes itself by a learning process. Proc. Inst. Electr. Engrs., vol. 108., part B, № 40, 1961. — P. 85-98.
3. **Колмогоров А. Н.** Интерполирование и экстраполирование стационарных случайных последовательностей // Изв. АН СССР. Сер. матем., т. 5:1, 1941. — С. 3-14.
4. **Weiner N.** The Extrapolation Interpolation and Smoothing of Stationary Time-Series. I. Willey, N.Y., 1949. — 290 p.
5. **Weierstrass K.,** Abhandlungen aus der Funktionenlehre, B., 1860; Math. Werke, Bd 2, B., 1895.
6. **В.В.Грицик, Р.О.Ткаченко.** Нові підходи до навчання штучних нейромереж // Доповіді Національної академії наук України. — 2002. — № 11. — С.59-65.
7. **Ткаченко Р.О.** Нова парадигма штучних нейронних мереж прямого поширення / Р.О. Ткаченко // Вісник Державного університету "Львівська політехніка". — Сер.: Комп'ютерна інженерія та інформаційні технології. — 1999. — № 386. — С. 43-54.
8. **Ткаченко Р.О., Дорошенко А.В.** База моделей на основі моделі геометричних перетворень для систем підтримки прийняття рішень // Комп'ютерні технології друкарства. — 2007. — № 17. — С. 21-28.
9. **Р. Ткаченко, Б. Андрієцький** Підвищення точності нейроподібних структур геометричних перетворень. Національний університет "Львівська політехніка", 2011.

*Р. О. Ткаченко, С. М. Дем'янчук*

### САМООРГАНИЗАЦИЯ ПОЛИНОМИАЛЬНЫХ МОДЕЛЕЙ РЕГРЕССИИ В НЕЙРОПОДОБНЫХ СТРУКТУРАХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ

Предложены методы построения самоорганизационных полиномиальных моделей регрессии с функциональным расширением сигналов на основе машины геометрических преобразований. Функциональное расширение входных сигналов реализуется при помощи набора полиномов Колмогорова-Габо́ра. Для построения полинома Колмогорова-Габо́ра используются главные компоненты, которые получают путём построения автоассоциативной сети на основе входных и выходных сигналов. Приводятся результаты сравнения эффективности прогнозирования на выборках разных размеров. На основе полученных результатов установлена эффективная способность прогнозирования разработанного метода для выборок больших размеров.

**Ключевые слова:** полиномиальные модели регрессии, нейронная сеть, автоассоциативная нейронная сеть, метод группового учёта аргументов, МГУА, модель геометрических преобразований.



**SELF-ORGANIZATION OF POLYNOMIAL REGRESSION MODELS  
IN NEURAL STRUCTURES OF GEOMETRIC TRANSFORMATIONS**

In this paper presented methods for building self-organized polynomial regression models using input signal's functional expansion. Input signal's functional expansion is performed using the set of Kolmogorov-Gabor polynomials. Principal components are used to construct polynomial of the Kolmogorov-Gabor. Principal components are obtained by constructing auto-associative network based on the input and output signals. The results of the comparison the effectiveness of prediction for samples of different sizes are proposed. Based on the collected results, effectiveness of the forecasting ability for the samples of a large size is proved.

**Key words:** polynomial regression models, neural network, auto associative neural network, group method of data handling, GMDH, model of geometric transformation.

