УДК 01.05.02; 05.13.06; 05.13.21

Д.Д. Пелешко, *д-р техн. наук, доцент*
(Національний Університет «Львівська політехніка»)

ПЕРЕДИСКРЕТИЗАЦІЯ ЗОБРАЖЕНЬ У НАБОРАХ НА ОСНОВІ ПОЄДНАННЯ ОПЕРАТОРА КРОСИНГОВЕРА ТА МІНІМАКСНИХ ОПЕРАЦІЙ

Пропонується розв'язання задачі зміни роздільної здатності однотипних зображень у наборах. Особливістю методу є збереження розмірності набору. Метод базується на побудові власного підпростору квадратної матриці-оператора. Для цього використовується оператор кросинговер та мінімаксні операторів нечіткої логіки. Використовуючи набори власних векторів побудованих операторів і матриці кольорів зображень набору розроблено практичний алгоритм зміни роздільної здатності із збереженням розмірності набору.

Ключові слова: обробка зображень, зміна роздільної здатності, матриця-оператор, операція кросинговера, мінімаксні оператори, власні значення, власні вектори.

Вступ

З падінням вартості обчислювальних ресурсів і появою нових інструментальних засобів розпочався бурхливий розвиток методів, які базуються на потокових операціях з великими масивами даних, отриманих із серій зображень. При цьому вимога мінімізації алгоритмічної складності залишалась через обмеженість потокового опрацювання. Ця обмеженість, особливо у системах реального часу, дала поштовх інтенсивному розвитку технологій розпаралелювання, і спричинила спроби портації реалізацій існуючих методів обробки зображень у багатозадачні операційні середовища. Проте це рідко давало пришвидшення практичних алгоритмів особливо у псевдо багатозадачних операційних системах.

Сукупність усіх вказаних чинників, зокрема поява нових прикладних областей інтелектуального опрацювання, низькі за вартістю обчислювальні ресурси та розвиток технологій розпаралелювання, висунула задачі побудови принципово інших методів попередньої обробки зображень.

Якщо у випадку окремого зображення при передискретизації оперують інформативністю одиничного зображення [1], то у випадку послідовності зображення, внаслідок переміщення камери або об'єкта спостереження, існує додаткова інформація, яка може і повинна використовуватись в операціях зміни роздільної здатності.

Використання моделі переміщення об'єкта або камери [2] для визначеної послідовності зображень є одним із часто вживаних прийомів. Зазвичай пропонується синтез передискретизованого зображення шляхом субпіксельного сканування, на основі якого вхідний сигнал реконструюють за послідовністю вимірювань, отриманих внаслідок траєкторного зсуву з дискретою, меншою за лінійні розміри апертурної решітки.

1. Постановка задачі

У загальному випадку кожне зображення P можна подати у вигляді результату дії деякої абстрактної функції C (надалі функція кольору)

$$C : \mathbf{N}^{2,+} \to Color, \quad (1)$$

$$P = C\left(\mathbf{N}^{2,+}\right), \quad (2)$$

де

$$\mathbf{N}^{2,+} = \left\{ dtp_{i,j} = (i,j) \mid i,j \in \mathbf{N}^{+} \right\}, \quad (3)$$

Дискретне представлення кожного цифрового зображення (надалі просто зображення) є відображенням скінченого дискретного набору значень з $\mathbf{X}^{2,+,d} \subset \mathbf{N}^{2,+}$.

Фізичні розміри зображення P визначаються розмірами області $\mathbf{X}^{2,+,\,d}$. В більшості випадків $\mathbf{X}^{2,+,\,d}$ є прямокутником. Тому цю область можна подати у такому вигляді

$$\mathbf{X}^{2,+,d}=\left\{dtp_{i,j}=(i,j)\mid i=\overline{1,l}\wedge j=\overline{1,h}\right\}, \tag{4}$$

де $l,h\in\mathbf{N}^{+}$ – довжина та висота зображення P. Добуток $s=lh$ площа, яка визначає розмірність області $\mathbf{X}^{2,+,\,d}$ та рисунка P.

У разі розгляду набору з N зображень (2) видозмінюються

$$\mathbf{P}=\left\{P_z:\ P_z=C_z\left(\mathbf{X}_z^{2,+,d}\right)\right\}_{z=1..N}, \tag{5}$$

де

$$C_z:\ \mathbf{X}_z^{2,+,d}\to Q_z^d, Q_z^d\subset Color\ \ z=\overline{1,N}\ ; \tag{6}$$

Тут через $\mathbf{P}$ позначається набір з N зображень P_z, а $\mathbf{X}_z^{2,+,d}$ – подібно до (4) область визначення функції C_z, z-го зображення P_z. Відображення C_z можна задати у матричні формі матрицею

$$C_z=\begin{pmatrix} c_{z\,(1,1)}^d & \cdots & c_{z\,(l,1)}^d \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{z\,(1,h)}^d & \cdots & c_{z\,(l,h)}^d \end{pmatrix},\ c_{z\,(i,j)}^d\in Q_z^d\ . \tag{7}$$

Якщо по ширині ввести в розгляд вектор

$$\tilde{\mathbf{c}}_{z(j)}=\ \left\{c_{z(i,j)}\mid i=\overline{1,l}\right\}, \tag{8}$$

то (7) можна записати у вигляді

$$C_z\ =\ \left[\tilde{\mathbf{c}}_{z(j)}\right]_{j=\overline{1,h}}, \tag{9}$$

або

$$\tilde{\mathbf{c}}_{z(i)}=\left\{c_{z(i,j)}\mid j=\overline{1,h}\right\};\qquad C_z=\left[\tilde{\mathbf{c}}_{z(i)}\right]_{i=\overline{1,l}}. \tag{10}$$

Тоді задачу зміни роздільної здатності (ЗРЗ) можна сформулювати так:

Завдання ЗРЗ полягає в тому, щоб сформувати новий $\mathbf{P}'$ з набору $\mathbf{P}$ з матрицями (7) такий, щоб

$$\forall z\in[1..N]:\ \mathbf{C}_z=\begin{pmatrix} c_{z\,(1,1)}^d & \cdots & c_{z\,(l,1)}^d \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{z\,(1,h)}^d & \cdots & c_{z\,(l,h)}^d \end{pmatrix}\to\mathbf{C}'_z\ =\ \begin{pmatrix} c_{z(1,1)}^d & \cdots & c_{z\,(l',1)}^d \\ \cdots & \cdots & \cdots \\ c_{z(1,h')}^d & \cdots & c_{z(l',h')}^d \end{pmatrix}, \tag{11}$$

де $\mathbf{C}'_z\in\mathbf{P}'$; (l',h') – розмірність матриці C'_z, $l'>l\vee\ h'>h$,з мінімальними втратами якості зображення. При зменшенні розмірності – $l'<l\vee\ h'<h$.

Визначальною особливістю задачі (11) є те, що

$$\dim\mathbf{P}'=\dim\mathbf{P}. \tag{12}$$

Задача зміни роздільної здатності, коли $\dim\mathbf{P}'\neq\dim\mathbf{P}$ в роботі не розглядається.

2. Метод зміни роздільної здатності

2.1. Побудова матриці-оператора оператором кросинговера та мінімаксними операціями.

В даному пункті описано побудову квадратної матриці ∇, яка є основним об’єктом і використовується для отримання нового вектора, який разом з існуючим вектором дає розширення або звуження матриць C_z і вирішення ЗРЗ.

Нехай задано набір $\mathbf{P}$ однотипних суміщених в межах піксела зображень. Для точки $dtp_{i,j}$ введемо до розгляду вектор

$$\mathbf{A}_{(i,j)}=\left\{c_{z(i,j)}\mid z=\overline{1,N}\right\};\quad \dim\mathbf{A}_{(i,j)}=N. \tag{13}$$

При цьому $\mathbf{A}_{(i,j)} = \mathbf{A}^i_{(i,j)} = \mathbf{A}^j_{(i,j)}$, тобто при зміні роздільної здатності (РЗ) в кожному із напрямків (по висоті – напрямок j; по ширині – напрямок i) початковий вектор є однаковим. Тут і надалі верхній індекс вказуватиме на напрям зміни РЗ.

За вектор **B** приймаємо:

- у напрямку j

$$\mathbf{B}^j_{(i,j)} = \mathbf{A}_{(i,j+1)}; \quad \dim \mathbf{B}^j_{(i,j)} = \dim \mathbf{A}_{(i,j)} = N\,. \tag{14}$$

- у напрямку i

$$\mathbf{B}^i_{(i,j)} = \mathbf{A}^i_{(i+1,j)}; \quad \dim \mathbf{B}^i_{(i,j)} = \dim \mathbf{A}_{(i,j)} = N; \tag{15}$$

Введемо до розгляду операцію коросинговера, Математично для пари векторів **A** та **B** операція кросинговер має вигляд [6]

$$\mathbf{A}' = k\mathbf{A} + (1-k)\mathbf{B}, \qquad \mathbf{B}' = (1-k)\mathbf{A} + k\mathbf{B}, \tag{16}$$

де $0 < k < 1$.

Для пар векторів $\mathbf{A}_{(i,j)}$ і $\mathbf{B}^i_{(i,j)}$ та $\mathbf{A}_{(i,j)}$ і $\mathbf{B}^j_{(i,j)}$ за (16) отримуємо вектори $\mathbf{A}'^j_{(i,j)} = \left\{a^j_{z(i,j)} \mid z = \overline{1,N}\right\}$, $\mathbf{A}'^i_{(i,j)} = \left\{a^i_{z(i,j)} \mid z = \overline{1,N}\right\}$, $\mathbf{B}'^j_{(i,j)} = \left\{b^j_{z(i,j)} \mid z = \overline{1,N}\right\}$, $\mathbf{B}'^i_{(i,j)} = \left\{b^i_{z(i,j)} \mid z = \overline{1,N}\right\}$. Для усіх векторів за (13)-(16) маємо

$$\begin{aligned}&\dim \mathbf{A}^i_{(i,j)} = \dim \mathbf{A}'^i_{(i,j)} = \dim \mathbf{A}^j_{(i,j)} = \dim \mathbf{A}'^j_{(i,j)} = \\ &= \dim \mathbf{B}^i_{(i,j)} = \dim \mathbf{B}'^i_{(i,j)} = \dim \mathbf{B}^j_{(i,j)} = \dim \mathbf{B}'^j_{(i,j)} = N.\end{aligned} \tag{17}$$

Для кожного j та i відповідно розглянемо вектори $\mathbf{D}^j_{(i,j)} = \left\{d^j_{z(i,j)} \mid z = \overline{1,N}\right\}$ і $\mathbf{D}^i_{(i,j)} = \left\{d^i_{z(i,j)} \mid z = \overline{1,N}\right\}$. Елементи цих векторів за нечітким оператором [4] визначаються так

- для кожного j при зміні РЗ по висоті

$$d^j_{z(i,j)} = \sqrt{\min^2\left(a^j_{z(i,j)}, b^j_{z(i,j)}\right) + \max^2\left(a^j_{z(i,j)}, b^j_{z(i,j)}\right)}\,. \tag{18}$$

- для кожного i при зміні РЗ по ширині

$$d^i_{z(i,j)} = \sqrt{\min^2\left(a^i_{z(i,j)}, b^i_{z(i,j)}\right) + \max^2\left(a^i_{z(i,j)}, b^i_{z(i,j)}\right)}\,. \tag{19}$$

Тоді побудова матриць-операторів в точці (i, j) виглядатиме так:

- у напрямку j

$$\nabla^j_{(i,j)} = \left\{\delta^j_{(n,m)} \mid n = \overline{1,N},\ m = \overline{1,N}\right\},\ \delta^j_{(n,m)} = \frac{d^j_{n(i,j)}}{d^j_{m(i,j)}}\,. \tag{20}$$

- у напрямку i

$$\nabla^i_{(i,j)} = \left\{\delta^i_{(n,m)} \mid n = \overline{1,N},\ m = \overline{1,N}\right\},\ \delta^i_{(n,m)} = \frac{d^i_{n(i,j)}}{d^i_{m(i,j)}}\,, \tag{21}$$

Оператори $\nabla^i_{(i,j)}$ та $\nabla^j_{(i,j)}$ є квадратними матрицями розмірності ($N\times N$). Пошук власних векторів для матриць (20) та (21) здійснюємо за [5, 7].

Оскільки $\nabla^i_{(i,j)}$ та $\nabla^j_{(i,j)}$ є квадратними матрицями і має місце

$$\dim \mathbf{P}' = \dim \nabla^i_{(i,j)} = \dim \nabla^j_{(i,j)} = \dim \mathbf{P} = N\,, \tag{22}$$

то розмірності власних векторів для кожного $dtp_{i,j}$ також буде рівною N, що є умовою вирішення задачі ЗРЗ.

2.2. Алгоритм зміни роздільної здатності і результати практичних експериментів.

Розглянемо окремо збільшення та зменшення роздільної здатності.

Збільшення роздільної здатності. Для вирішення цієї задачі побудовано алгоритм, частинами якого є:

1. Обчислення власних векторів квадратних матриць (14) та (15) одним із способів запропонованих у [5, 7].
2. Побудова розширених зображень шляхом додавання в набір власних векторів в позиціях, які визначаються i та j.

Вказані дві частини послідовно застосовуються до усіх точок набору в напрямку i для збільшення розмірів зображень по висоті, і у напрямку j – для збільшення зображень по ширині.

Зменшення роздільної здатності. Для вирішення цієї задачі побудовано алгоритм, складниками якого є:

1. Обчислення власних векторів квадратних матриць (14) та (15) одним із способів запропонованим у [5].
2. Побудова зменшених зображень шляхом заміни в наборі двох послідовних векторів, які визначаються i та j, власним вектором з розмірністю, яка дорівнює розмірності набору.

Вказані дві частини послідовно застосовуються до усіх послідовних точок (i, j) набору у напрямку i для зменшення розмірів зображень по висоті, і у напрямку j – для зменшення зображень по ширині.

3. Висновки та результати практичних експериментів

Розглянемо приклад практичного вирішення задачі ЗРЗ за описаним методом. На рис.1 наведено вхідний набір суміщених в межах піксела зображень (НРОЗ). Параметри набору такі: розмірність набору – $N = 4$ зображень; зображення в градаціях сірого; розмірність кожного зображення – $l = 34\times h = 54$ пікселів.

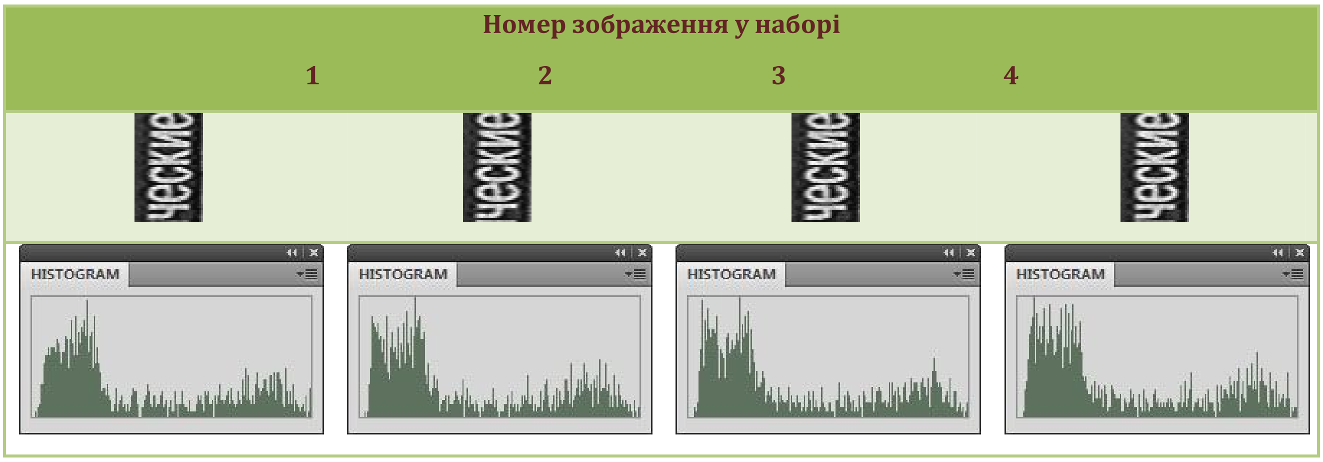

Рис. 1. *Початковий набір зображень*

На рис. 2 наведено результати збільшення у два рази по ширині зображень НРОЗ (рис.1) за описаним методом на основі пошуку власних векторів матриць-операторів (21) побудованих за операцією кросинговера з наскрізних колірних наборів (13) суміщених в межах піксела зображень без зміни розмірності набору. Коефіцієнт операції кросинговера (16) дорівнює 0.3 ($k = 0.3$).

Для знаходження власних векторів використовувались ітераційний спосіб [5] обчислення власних векторів та пряме обчислення [5].

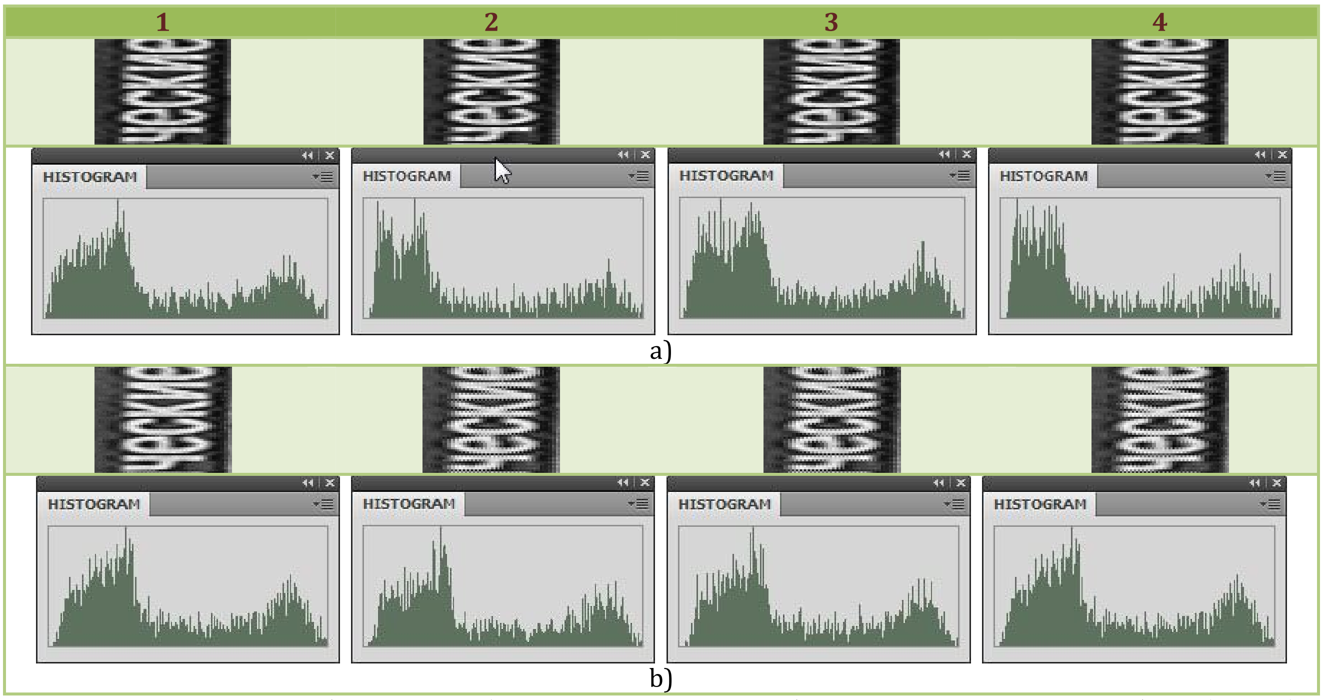

Рис. 2. *Результати збільшення у два рази по ширині зображень початкового набору (рис. 1) різними методами*

а) ітераційним методом пошуку власних значень матриць-операторів отриманих генетичними алгоритмами з піксельних наборів; б) прямим методом пошуку власних значень матриць-операторів побудованих з піксельних наборів за генетичними алгоритмами

Чисельні значення порівняння наведених на рис.2 гістограм зведені у таблицю. З цих даних бачимо, що використання ітераційного способу визначення власних векторів матриць-операторів (рис. 2a) дає кращі гістограмні результати ніж у випадку використання прямого обчислення (рис. 2b).

На основі результатів наведених у таблиці можна стверджувати, що у випадку наборів зображень використання генетичних алгоритмів для формування матриць-операторів дає дуже якісні результати від випадку прямої побудови на основі піксельних наборів. Це є принциповою відмінністю від випадку окремого зображення, коли пряма побудова матриці-оператора з колірних рядка чи стовпця давала кращі гістограмні результати [5] ніж випадок використання генетичних алгоритмів. Погіршене за кількісними показниками, проте швидше за виконанням пряме обчислення у випадку використання генетичних алгоритмів (рис.2b) якісно є співмірним з найкращим за результатами використання ітераційного процесу у випадку безпосереднього формування матриць-операторів з піксельних наборів.

Результати порівняння за гістограмними метриками збільшених по ширині зображень наведених на рис. 2

Зображення	Метрики		
	Кореляційна гістограмна	Гістограмна χ^2	Гістограмна Бхатачарія
Рис.2a, 1	0,80	0,39	0,25
Рис.2a, 2	0,81	0,39	0,25
Рис.2a, 3	0,77	0,41	0,29
Рис.2a, 4	0,79	0,44	0,30
Рис.2b, 1	0,71	0,44	0,29
Рис.2b, 2	0,70	0,46	0,30
Рис.2b, 3	0,64	0,49	0,38
Рис.2b, 4	0,68	0,49	0635

Література:

1. Прэтт У. К. Цифровая обработка изображений/ У. К. Прэтт; пер. с англ. – М.: Мир, 1982, кн. 1, 2. – 790с.

2. Оппенгейм А. В. Цифровая обработка сигналов/ А. В. Оппенгейм, Р. В. Шафер . – М.: Связь, 1979. – 416с.

3. Воробель Р. Повышение контраста изображений с помощью модифицированного метода кусочного растяжения/ Р. Воробель, И. Журавель// Отбор и обработка информации. – 2000. – №14 (90). – С.116 – 121.

4. Нечеткие множества и теория возможностей. Последние достижения / Пер. с англ. / Под ред. Р. Р. Ягера.-М.: Радио и связь, 1986. – 407 с.

5. Рашкевич Ю.М. Зміна роздільної здатності зображень з використанням власних векторів деяких квадратних матриць/ Ю.М. Рашкевич, А.М. Ковальчук, Д.Д. Пелешко // Зб. наук. праць НАН України, інститут проблем моделювання в енергетиці ім. Г.Є.Пухова: «Моделювання та інформаційні технології». – 2008. – Вип. 49. – С.145 – 153.

6. Гладков Л.А. Генетические алгоритмы / Л. А. Гладков, В. В. Курейчик, В.М.Курейчик. – М.: Физматлит, 2006. – 320с.

7. Хиленко В.В. Численный метод определения собственных чисел матриц произвольно большой размерности/ В.В. Хиленко// Кибернетика и системный анализ. – 2004. – №2. – С.186 – 194.

Д.Д. Пелешко

ИЗМЕНЕНИЕ РАЗРЕШЕНИЯ ОДНОТИПНИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ НАБОРА НА ОСНОВЕ СОВМЕСТНОГО ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ОПЕРАТОРА КРОССИНГОВЕРА И МИНИМАКСНЫХ ОПЕРАЦИЙ

Предлагается решение задачи изменения разрешения однотипных изображений в наборах. Особенностью метода является сохранение размерности набора. Метод основан на построении собственного подпространства квадратной матрицы-оператора. С этой целью используются оператор кроссинговер и минимаксные операторы нечеткой логики. Используя наборы собственных векторов построенных операторов и матрицу цветов изображений набора разработан практический алгоритм изменения разрешения с сохранением размерности набора.

Ключевые слова: обработка изображений, изменение разрешения, матрица-оператор, операция кроссинговера, минимаксные операторы, собственные значения, собственные векторы.

D. D. Peleshko

USING CROSSINGOVER OPERATOR AND MINIMAX OPERATIONS TO CHANGE THE RESOLUTION OF IMAGES IN SETS

A solution of the problem in changing of the resolution of similar images in sets is considered. Feature of the method is to keep the dimension of the set. The method is based on the construction of the eigenspace of a square matrix operator. For this purpose crossover operator and minimax operators of fuzzy logic are used. Using a set of eigenvectors of the built operators and colour image set matrices to develop a practical algorithm for changing the resolution with preservation of dimensional set..

Keywords: image processing, change of resolution, matrix operator, crossover operation, minimax operators, eigenvalues, eigenvectors.