

*П.М. Гащук, д-р техн. наук, професор
(Львівський державний університет безпеки життєдіяльності)*

МОДЕЛЬНІ ЗАСОБИ ТЛУМАЧЕННЯ ОСОБЛИВИХ ВЛАСТИВОСТЕЙ ПНЕВМАТИЧНОГО КОЛЕСА ТРАНСПОРТНОГО ЗАСОБУ

Йдеться про засоби модельного відображення зчїпних властивостей колїс транспортного засобу. Увагу зосереджено на особливих проявах явища зчеплення колеса з дорогою. Розглянуто окремі протирїччя в тлумаченнї процесу кочення еластичного колеса. Наголошено на обмежених можливостях сутнїсного відображення явища проковзування колеса їснуючими аналітичними описами. Доведено ефективнїсть побудови теорїї кочення еластичного колеса на основї поняття характеристики фрикційної взаємодїї (фрикційної характеристики), окремими рїзновидами якої є еліпс зчеплення та еліпсоїд зчеплення.

Ключовї слова: мобільна машина, еластичне колесо, зчїпнї властивостї, характеристика фрикційної взаємодїї, коло й еліпс зчеплення, еліпсоїд зчеплення.

Вступ. Теорїя колїсних машин оперує переважно одним ї тим самим показником (вимїрником), що нїби загалом характеризує зчїпнї властивостї системи «долївка (дорожнє покриття) — бїжник колеса (шина)» як за відсутностї впорядкованого ковзання, так ї у разї ковзання колеса мобільної машини (пожежної, примїром) хоч з якою усталеною чи змїнною швидкїстю. Насправдї ж режими взаємодїї колеса з долївкою є вельми рїзноманїтними ї принципово не звїдними один до їншого [1, 2]. Зважмо, примїтивнї (з огляду на можливостї модельного відображення) випадки цїлковитого блокування колїс при гальмуванні машини зустрічаються рїдко — переважно за швидкостей, що складають частку 0,15...0,30 від початкових швидкостей гальмування. Зазначене зумовило значну невідповїднїсть мїж накопиченими їз застосуванням традиційного показника зчепностї долївки й колеса знань ї реальними потребами їнформаційного забезпечення витончених досліджень потенційних можливостей удосконалення машин.

Основна мета роботи — обмїркувати можливостї ширшого бачення явища взаємодїї еластичного колїсного бїжника з долївкою ї у певнїй (звїсно ж, не у повнїй) мїрї усунути дефіцит точностї й гнучкостї модельного тлумачення зчїпного ефекту у разї дїї на колесо одночасного подовжньої ї бїчної сил.

1. Теперїшнїй стан речей: суперечнї концепції. Все важче ї важче будувати теорїю взаємодїї колеса з долївкою, не маючи можливостї покластися на якусь незаперечну концепцію. Саме здатнїсть творити «концепційно точнї» поняття — поняття, змїстовно адекватнї ї ретельно означуванї, — запорука успішної побудови теорїї. У переходї від якїсно точних уявлень до кїлькїсних спїввїдношень, що спираються на вимїрювання та математичнїй формалїзм, власне ї пролягає шлях до формування надїйної теорїї.

Змїстовно найбагатшою є система поглядів [2, 3], яку можна висловити так.

Подовжня сила F_x разом з поперечною F_y (рис. 1) можуть бути одночасно реалїзованї у режимї кочення (!) еластичного колеса, якщо модуль сумарної горизонтальної сили $F_h = \sqrt{F_x^2 + F_y^2}$ не перевищує величини $\varphi_m F_z$ (F_z — модуль вертикальної реакції F_z долївки). Якщо реалїзується максимальна подовжня сила $F_x / F_z = F_{xm} / F_z = \varphi_m$, то не може йтися про реалїзацію ще хоч би якої бїчної сили; ї навпаки, якщо реалїзується максимальна поперечна сила $F_y / F_z = F_{ym} / F_z = \varphi_m$, то не може йтися про реалїзацію ще хоч би якої подовжньої сили. Отож параметр φ_m можна розглядати як радїус кола зчеплення кочення. Подовжня сила $\varphi_x = F_x / F_z$ разом з поперечною $\varphi_y = F_y / F_z$ можуть бути одночасно реалїзованї у ре-

жимі ковзання (!) колеса, якщо модуль сумарної горизонтальної сили $F_h / F_z = \sqrt{F_x^2 + F_e^2} / F_z$ не перевищить величини φ_μ . Отож φ_μ править за радіус кола зчеплення ковзання. Окіл $\Delta\varphi$ найбільших значень коефіцієнта зчеплення φ відповідає пересічно околу Δs_x відносно малих значень коефіцієнта ковзання s_x ; значення $s_x = s_\varphi$, при якому $\varphi = \varphi_m$, є сенс називати критичним, а область $s_x > s_\varphi$ — закритичною. Звісно, кола зчеплення засвідчують ізотропність тертя, а тому залежність $\varphi = \varphi(s)$ за будь-якого спрямування сумарного ковзання є такою самою, як залежність $\varphi_x = \varphi_x(s_x)$.

Отож з досвіду випливає, що модуль F_x подовжньої сили F_x , обмежений деяким максимальним значенням $F_{xm} = \varphi_m F_z$. Параметр φ_m доречно називати коефіцієнтом зчеплення кочення. Прикладання в подальшому більшого, приміром, моменту T мало б спричинити перевищення максимальної сили F_{xm} , а насправді спровокує ковзання колеса поверхнею долівки. Згодом діятиме вже сила $F_{x\mu}$, менша за F_{xm} :

$$F_{x\mu} = \varphi_\mu F_z < F_{xm}.$$

Параметр φ_μ доречно називати коефіцієнтом зчеплення ковзання. Зрозуміло: для створення найбільших тягових чи гальмових сил належить через педаль акселератора чи педаль гальма керувати так обертальним чи гальмівним моментом, аби якнайдовше рухатись на межі обмежень за зчепленням кочення.

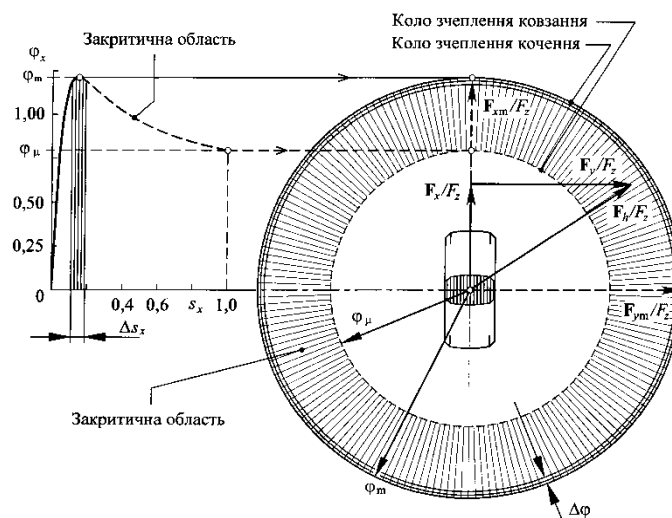


Рис. 1. Кола зчеплення у разі еластичного колеса

Але явище кочення колеса не завжди сприймають саме так однозначно, як висловлено щойно. Наведімо такі приклади (не визнаючи їх цілком істинними).

На рис. 2 наведено два різновиди залежностей коефіцієнта φ зчеплення від коефіцієнта s ковзання колеса у режимах ведення (тяги) та гальмування. Тут: φ_x і φ_y — коефіцієнти зчеплення в подовжньому і поперечному напрямках; $s = s_x$ — коефіцієнт ковзання в подовжньому напрямі (див. (3.25)); s_φ — значення коефіцієнта ковзання, відповідне максимальному значенню величини φ_x (гальмівне ковзання в цьому разі розрізняє знак « \leftarrow » перед величинами s , φ_x , φ_y).

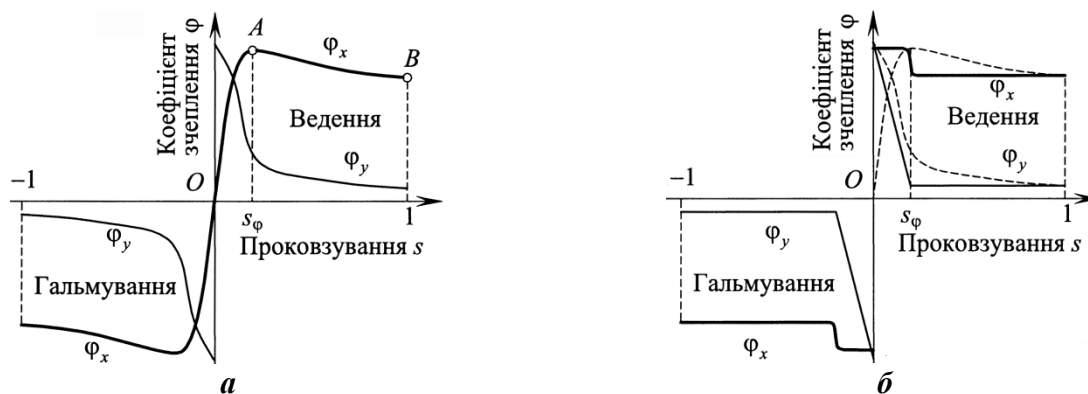


Рис. 2. Залежність коефіцієнта зчеплення від ковзання колеса за традиційним (а) і нетрадиційним (б) баченнями

Пересічні уявлення відображає рис. 2а [3, 4] (порівняймо з рис. 1). Але неодноразово висловлювалися категоричні сумніви щодо вірогідності відображеного перебігу залежності $\varphi_x = \varphi_x(s)$. Приміром, В. Г. Іванов та В. Г. Бутирлін (див.: Автомобильная промышленность, 2000, № 11) доводять, що в мить появи проковзування величина φ_x не може дорівнювати нулю. Подібно, В. А. Кім і Р. І. Фурунджієв (див.: Автомобильная промышленность, 1999, № 6) стверджують, що правдива залежність $\varphi_x = \varphi_x(s)$ має впливати із закону тертя Кулона. Отож, на їх думку, якісно точно (адекватно) залежності $\varphi_x = \varphi_x(s)$, $\varphi_y = \varphi_y(s)$ відображає рис. 2б.

Ще одна концепційна розбіжність...

Зазвичай вважають так: в сліді біжника (шини), що котиться, приміром, у тяговому режимі, повсюдно виникають сили тертя — спокою в передній частині сліду і ковзання в задній. Натомість, В. А. Петров [5] наполягає на тому, що в передній частині сліду сили тертя не повинні виникати. Звісно, це — особливий погляд.

Але насправді немає жодних вагомих досвідних (чи просто експериментальних) підстав відмовитись від класичних уявлень і пристати на нетрадиційні. Є важливіші й цікавіші ефекти, на які слід звернути увагу.

2. Формалізація відображення явища зчеплення. Зустрічаються найрізноманітніші аналітичні відображення $F_x = F_x(s)$ залежності подовжньої сили F_x на колесі від подовжнього проковзування колеса $s = s_x$. Значна частина їх занадто складні, аби приносити користь в динаміці мобільної машини. Але є й такі, що привертають увагу власне поєднанням бажаної простоти й прийнятної точності. До таких належить, зокрема, модель Пацейки (Расейка), запропонована 1991 року:

$$F_x(s) = c_1 \sin \frac{c_2}{\tan \left(c_3 s - c_4 \left(c_3 s - \frac{1}{\tan(c_3 s)} \right) \right)}, \quad (1)$$

де c_1, c_2, c_3, c_4 — апроксимаційні сталі, отримувані на основі експериментальної інформації. Ще один приклад — модель Буркгардта (Burckhardt, 1987 рік) з трьома емпіричними сталими

$$F_x(s) = c_1(1 - e^{-c_2 s}) - c_3 s \quad (2)$$

чи його ж модель

$$F_x = F_x(s, v) = (c_1(1 - e^{-c_2 s}) - c_3 s) e^{-c_4 v} \quad (3)$$

з чотирма емпіричними сталими, яка додатково враховує вплив швидкості $v = v_x$ руху колеса. Модель Кінцке-Девіса (Kiencke і Daviss, 1994 рік) також належить до простих:

$$F_x(s) = \frac{k_s s}{1 + c_1 s + c_2 s^2}, \quad (4)$$

де c_1, c_2, k_s , — апроксимаційні сталі;

$$k_s = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{F_x(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{dF_x(s)}{ds}. \quad (5)$$

Де-Віт (De-Wit, 2002 рік) запропонував апроксимаційний вираз

$$F_x(s) = c_1 \sqrt{s} - c_2 s, \quad (6)$$

що спирається на два експериментально визначувані коефіцієнти c_1, c_2 . При цьому коефіцієнт ковзання означають так:

$$s = s_x = \begin{cases} 1 - \frac{v_x}{\omega_y r_{k0}}, & \omega_y r_{k0} > v_x - \text{тяговий режим,} \\ \frac{\omega_y r_{k0}}{v_x} - 1, & \omega_y r_{k0} < v_x - \text{гальмування,} \end{cases}$$

де $v = v_x$ — швидкість руху колеса (його центра) поступом, $\omega = \omega_y$ — швидкість обертання колеса навколо власної осі y , r_{k0} — радіус вільного кочення колеса. Щоправда, величину подовжнього ковзання s_x можна означити й по-іншому:

$$s_x = 1 - \left(\frac{\omega_y r_{k0}}{v_x} \right)^n \in [0, 1], \quad n = \begin{cases} +1, & \omega_y r_{k0} < v_x; \\ -1, & \omega_y r_{k0} > v_x. \end{cases}$$

В даному разі $s_x = 1$, коли колесо в заблокованому стані пересувається юзом (процес гальмування машини), або коли колесо буксує на місці (автомобіль не рухається).

Кожна з формул (1)—(6) — це, звісно, окреме формалізоване тлумачення явища подовжнього ковзання еластичного колеса, сформоване на цілком вмотивованих засадах. Хай там як, але ж всі ці вирази покликані аналітично відобразити одне й те саме реальне явище, а тому мали б відрізнятись одне від одного не дуже сильно, принаймні в якісному сенсі (про структуру не йдеться). Проте легко бачити, що цього не спостерігається. До того ж, вираз (3) принципово вирізняється серед інших тим, що «утверджує» вплив на подовжню силу сукупно й інтенсивності ковзання, і швидкості руху колеса. Та й відносно простий вираз (1) читається в околі $s \rightarrow 0$ принципово не так, як інші. Неоднозначність аналітичних описів, звісно, не сприяє подальшому розвитку теорії кочення колеса.

Доречно наголосити й на тому, що описи (1)—(6) не розкривають механізм свого поширення на явища кочення колеса ще й бічним ковзанням, або можна казати, що вони не містять інформації, як вони мали б впливати із загальнішого опису, що охоплював би кочення колеса з подовжнім і бічним проковзуванням одночасно.

Щоправда, можна вдатись до таких примітивних маніпуляцій.

Якщо коефіцієнт подовжнього ковзання означити як число (йдеться для прикладу про процес гальмування)

$$s_x = \frac{\omega_y r_{k0}}{v_x} - 1,$$

то число

$$s_y = \frac{\omega_y r_{k0}}{v_y}$$

є сенс тлумачити як коефіцієнт поперечного (бічного) ковзання. Тут v_y — швидкість руху колеса вбік. Коли s_x та s_y є малими, подовжню й поперечну сили можна вважати пропорційними ковзанню:

$$F_x = C_{sx}s_x, F_y = C_{sy}s_y \quad (C_{sx} = \text{const}, C_{sy} = \text{const}).$$

Повноцінно ж ситуацію можна виправити, постулюючи, приміром, те, що взаємодія колеса й долівки відбувається у відповідності до принципу прояву «кола тертя», див. рис. 1. Але не так важить будь-що побудувати аналітичний опис явища зчеплення, як — побудувати модель, що дає змогу витлумачити всі тонкощі зчпної взаємодії.

3. Коло і круг тертя. Поки колесо котиться вільно (не реалізує жодної поздовжньої сили, рис. 3а), воно здатне сприйняти будь-яке бокове зусилля, що за величиною не перевищує сили зчеплення $F_{\tau\mu}$ (не виходить за межі круга зчеплення). Якщо ж колесо буксує чи в заблокованому стані рухається юзом, рис. 3б (модуль поздовжньої сили набуває максимального можливого значення $F_{\tau x \max} = F_{\tau\mu}$), або хай там як поздовжню проковзує, то будь-яке як завгодно мале бічне зусилля зрушить колесо убік. Збільшуючи обертальний момент від двигуна чи сповільнюючи колесо гальмом, водій створює на колесі відповідну — тягову чи гальмівну — поздовжню силу.

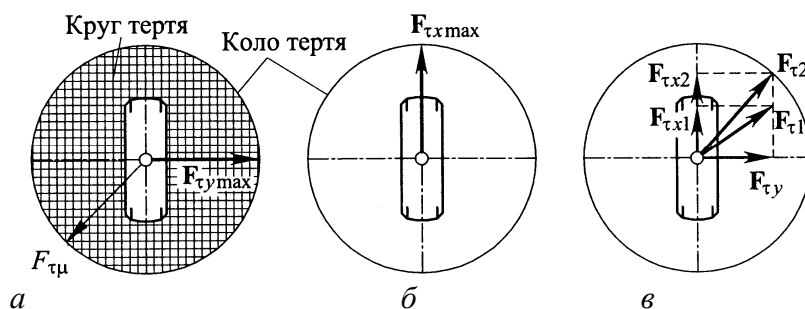


Рис. 3. Коло і коло тертя (зчеплення) колеса

Очевидно, що наявність тягової чи гальмівної сили зменшує максимальне значення бічної сили, яку здатне сприйняти колесо (сприйняти зусилля означає не піддатись ковзанню). З рис. 3в, приміром, впливає, що у разі руху колеса вздовж деякої кривої з реалізацією бічної сили F_y і поздовжньої сили F_{x1} колесо не проковзує, бо

$$F_{\tau 1} = \sqrt{F_y^2 + F_{x1}^2} < F_{\tau\mu}.$$

Але якщо спробувати пришвидшити рух, збільшуючи поздовжню силу до значення F_{x2} , то колесо перейде у ковзний режим у напрямі дії сумарної сили

$$F_{\tau 2} = \sqrt{F_y^2 + F_{x2}^2} = F_{\tau\mu}.$$

Але якщо у разі ковзання колеса вимкнути зчеплення в трансмісії автомобіля (перервати потік механічної потужності), то поздовжня тягова сила спаде до нуля і виникне можливість збільшити значення втілюваної бічної сили.

Хай ідеться про гальмування автомобіля з приводом на задні колеса (приміром, — про звичайний основний пожежний автомобіль чи цільового, чи загального використання, зокрема — про автоцистерну, яка привертає увагу можливостями прояву гідродинамічного ефекту і відповідного йому перерозподілу навантажень на колеса). Якщо педаль зчпника (трансмі-

сійного зчеплення*) не чіпати, то залишається можливість двигуном нейтралізувати частину поздовжньої гальмової сили на задніх колесах (запобігти, зокрема, блокуванню цих коліс) і тим самим зменшити ймовірність поперечного ковзання. Але якщо заносу все-таки не вдалося уникнути, то відпускаючи гальма і натискаючи на педаль зчіпника водій має змогу збільшити сприйняття бокової сили до максимуму.

А тепер — про гальмування автомобіля з приводом на передні колеса (приміром, — про передньопривідний автомобіль спеціального призначення). При ввімкненому зчіпнику двигун заважає блокуванню передніх коліс. А от задні колеса можуть заблокуватись і спричинити занос автомобіля. Тому скидається на те, що гальмувати передньопривідний автомобіль на слизькій дорозі доцільно, вимкнувши зчіпник. А ще краще вдатися до імпульсного впливу на гальма (імітуючи дію протиблокувальної системи).

Цікавим є так званий рух автомобіля накатом (за інерцією, коли до коліс не підводяться жодні обертальні моменти від двигуна та не створюються штучно на них жодні гальмівні моменти). Такий режим руху дозволяє скористатись кінетичною енергією, акумульованою масами мобільної машини. Та з іншого боку, здається, що рух автомобіля накатом є цілком некерованим. Інколи навіть категорично вважають, що він небезпечний, особливо на слизькій дорозі. І в разі виникнення бічного ковзання (приміром, на повороті дороги) рекомендують «витягати» автомобіль збільшенням тягової реакції на тягових колесах (чи передніх, чи задніх).

Аби пришвидшити проходження задньопривідним спортивним автомобілем повороту, вдаються до збільшення навантаження на зовнішнє переднє колесо. Для цього водночас і пригальмовують автомобіль, і збільшують обертальний момент двигуна. В поворот необхідно увійти з такою поміркованою швидкістю, аби реакції на колесах були достатньо меншими за допустимі сили зчеплення, бо в подальшому проходженні повороту доведеться збільшити тягову силу, долаючи опір поворотові, а тому потрібно мати відповідний запас зчепності. В ідеалі кінець вектора сумарної реакції на колесі повинен перебувати на обмежувальному колі круга зчеплення.

Збільшенням обертального моменту двигуна при сталому куті повороту керма автомобіль з заднім приводом можна заставити зменшувати радіус повороту, аж поки не почнеться занос. Натомість, автомобіль з переднім приводом, за таких умов збільшуватиме радіус повороту. Аби зменшити прояв цього ефекту, необхідно ледь привести в дію гальма. Передні колеса обертає двигун, задні ж можна пригальмувати і навіть заблокувати. Чим активніша дія гальм (у поєднанні зі збільшенням тягової реакції двигуном), тим меншим буде радіус повороту автомобіля. Взірцевою є знову ситуація, зображена на рис. 3в.

Коли перевищити граничну швидкість входу в поворот, то виникне клопіт як утриматися на дорозі. Якось треба посприяти, щоби можна було реалізувати якомога більші бічні сили. А це можна здійснити простим вимиканням зчіпника.

4. Коло тертя і елементарна модель еластичного колеса з динамічним (в'язким) тертям. Хай тверде тіло, притиснуте до горизонтальної площини нормальною силою N , тягнуть зі сталою швидкістю v_1 (рис. 4). Площина реагуватиме відповідною силою тертя F'_t . Приклавши до тіла ще й силу, перпендикулярну до вектора v_1 , його можна змусити рухатися також і вбік з деякою сталою швидкістю v_2 . Аби рух цього тіла відбувався справді зі сталою швидкістю, рушійну силу в напрямі v_1 доведеться дещо зменшити й долівка реагуватиме вже силою $F_t < F'_t$.

* Покладаючись на схему українського словотворення «дія — подія — засіб (вслід)», доречно визнати правильним ланцюг термінів «зчіплювання — зчеплення — зчіпник (зчіплювач — засіб)», цілком ігноруючи факт того, що фрикційну муфту, яка слугує для з'єднання-роз'єднання вала двигуна і первинного вала трансмісії зазвичай називають фрикційним зчепленням (як подію). Це доречно ще й тому, що доводиться водночас говорити про зчеплення колеса з долівкою — про явище, а не пристрій.

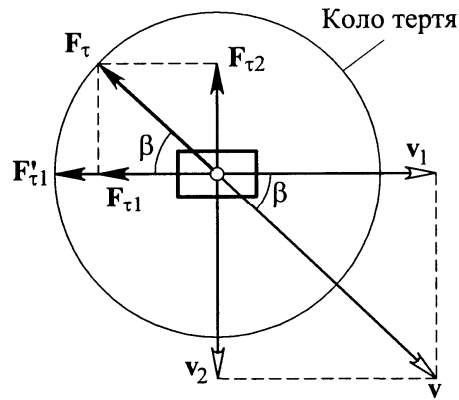


Рис. 4. Взаємний вплив сил тертя на горизонтальній площині

Сила тертя F_τ при цьому, звісно, дорівнюватиме величині $F_{\tau\mu} = \mu N$ (μ — коефіцієнт тертя) і буде спрямована протилежно до швидкості \mathbf{v} руху бруска відносно площини ($\mathbf{v} = \mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2$). Тобто можна писати:

$$\mathbf{F}_{\tau\mu} = -\mu N \frac{\mathbf{v}}{v}, \quad v = |\mathbf{v}|.$$

Розкладімо силу тертя на дві складові — за напрямками швидкостей \mathbf{v}_1 і \mathbf{v}_2 : $F_{\tau1} = F_{\tau\mu} \cos \beta$, $F_{\tau2} = F_{\tau\mu} \sin \beta$, де β — кут між векторами \mathbf{v}_1 і \mathbf{v} ; $\operatorname{tg} \beta = v_2 / v_1$. Складова $F_{\tau1}$ сили тертя врівноважує силу тяги, а складова $F_{\tau2}$ — «бічну» силу, прикладену до бруска. Оскільки $\sin \beta = \operatorname{tg} \beta / \sqrt{1 + \operatorname{tg}^2 \beta}$, то

$$F_{\tau2} = F_{\tau\mu} \frac{v_2 / v_1}{\sqrt{1 + (v_2 / v_1)^2}} = F_{\tau\mu} \frac{v_2}{\sqrt{v_1^2 + v_2^2}}.$$

Якщо $v_2 \ll v_1$, то кут β малий і $\sin \beta \approx \operatorname{tg} \beta$. У цьому разі

$$F_{\tau2} = F_{\tau\mu} \operatorname{tg} \beta = \mu N \frac{v_2}{v_1},$$

і складова сили тертя, що перешкоджає руху бруска «вбік», виявляється пропорційною до швидкості цього руху. Ситуація є такою самою, як і при малих швидкостях у разі рідинного тертя. А це означає, що тіло, яке рухається в деякому напрямку, можна змусити рухатися ще й у перпендикулярному напрямку зникаюче малою силою.

Цей відомий дуже простий приклад (про який, зокрема, згадується в [3]), тим не менш, дає можливість висувати важливу перманентність — потенційну можливість особливої зчпної взаємодії тіл і поширити її на систему «колесо — долівка».

5. Загальна характеристика фрикційної взаємодії. Логіка підказує, що коло тертя радше є окремим випадком деякої загальнішої замкнутої кривої — так званої характеристики фрикційної взаємодії (тіла й долівки) $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z, \mu) = 0$, де F_x, F_y, F_z — подовжня, поперечна, вертикальна складові сили \mathbf{F} , що діє на тіло ($\mathbf{F} = -\mathbf{F}_\tau$, \mathbf{F}_τ — сила тертя); μ — коефіцієнт тертя. На рис. 5 наведено приклад кусками гладкої функції фрикційної взаємодії двох тіл. Цю функцію складають куски еліпса з фокусами O_1, O_2 , кола з центром в точці O (центрі тертя) та паралельної до координатної осі Ox прямої.

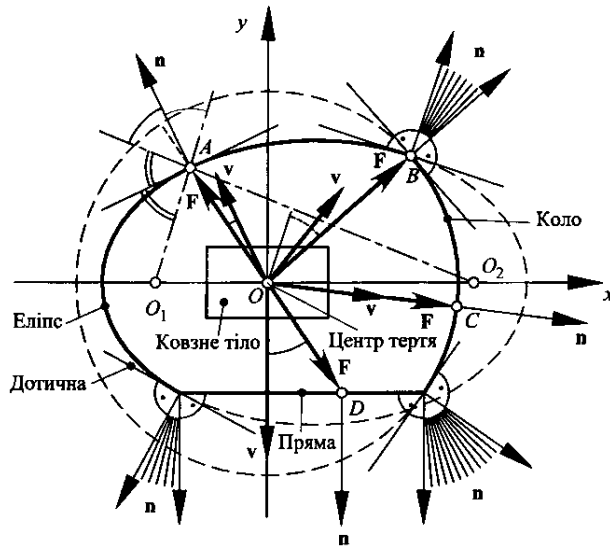


Рис. 5. Приклад кусками гладкої опуклої характеристики фрикційної взаємодії двох тіл

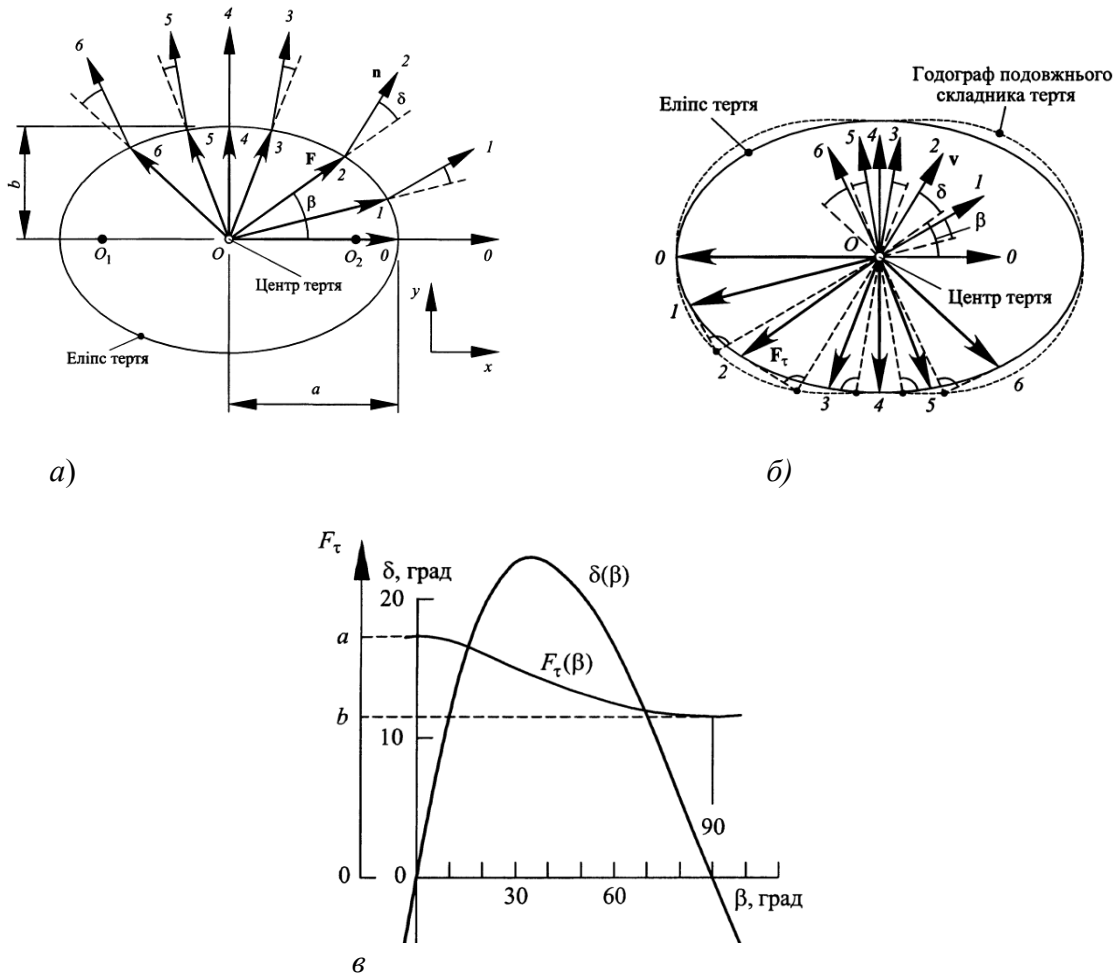


Рис. 6. Характеристика фрикційної взаємодії двох тіл у вигляді еліпса тертя

Вектор \mathbf{F} сили не може перетнути лінію $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z, \mu) = 0$. Поки він перебуватиме в межах області $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z, \mu) < 0$, охоплюваної замкнутою лінією $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z, \mu) = 0$, тіло залишатиметься нерухомим. А в разі досягнення кінцем вектора \mathbf{F} лінії $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z, \mu) = 0$ тіло почне ковзати. Вектор \mathbf{v} швидкості ковзання колінеарний до вектора зовнішньої нормалі \mathbf{n} в точці кривої $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z, \mu) = 0$, у яку впирається вектор \mathbf{F} ; напрям нормалі невизначений у сингулярних точках, де еліпс переходить в коло, коло — в пряму, пряма — в еліпс, тобто там, де функція $\mathbf{F}(F_x, F_y, F_z, \mu) = 0$ губить гладкість. Приміром, вектору \mathbf{F} , що впирається в точку A еліпса, відповідає вектор швидкості ковзання \mathbf{v} , відхилений вправоруч; вектору \mathbf{F} з кінцем в точці B переходу еліпса в коло, відповідає швидкість ковзання \mathbf{v} , напрям якої в певному секторі визначатиметься якимсь чинником нижчого рівня значущості; кожна точка C кола визначає пару однаково спрямованих векторів \mathbf{F} та \mathbf{v} .

Отож напрям вектора швидкості \mathbf{v} може не збігатись з напрямом вектора сили \mathbf{F} . Експериментальні дослідження засвідчують, що анізотропність (неоднорідність за напрямом) фрикційних властивостей, скажімо, пневматичного колеса як в режимі кочення, так і в режимі ковзання часто є значною (досягає 30...40 %). В першому наближенні фрикційну анізотропність (а точніше — ортотропність) може відображати еліпс тертя з великою a і малою b півосями, рис. 6. Він ілюструє, що кут δ між векторами \mathbf{F} і \mathbf{n} (а отже між векторами \mathbf{F} і \mathbf{v}) буде різним для різних спрямувань (скажімо, визначуваних кутом β спрямувань $0, 2, \dots, 6$) вектора \mathbf{F} , рис. 6а. Відповідні рушійним силовим векторам \mathbf{F} вектори $\mathbf{F}_\tau = -\mathbf{F}$ сил тертя (рис. 6б) можна розкласти на два взаємно ортогональні складники, один з яких спрямований вздовж лінії скерування вектора \mathbf{v} і визначає роботу сил тертя (годограф цього складника відображено штриховою лінією, що охоплює еліпс тертя). Отож в загальному випадку величини F і δ можуть залежати від β : $F = F(\beta)$ і $\delta = \delta(\beta)$. В наведеному прикладі кут між векторами \mathbf{F} і \mathbf{v} може перевищити значення $\delta = 20$ град (рис. 6в).

Якщо фрикційну анізотропність (ортотропність) цілком адекватно відображає еліпс тертя з великою a і малою b півосями, то можна стверджувати, що існує простий зв'язок

$$\tan(\beta + \delta) = \frac{a^2}{b^2} \tan \beta$$

між напрямом рушійної сили та напрямом швидкості пересування тіла.

На характеристиці фрикційної взаємодії мусить якимось позначатися форма сліду (плями контакту з долівкою), візерунок різьблення б'жника, розподіл тиску в сліді, ефект збочення колеса за дії бічної сили...

Форму сліду шини зручно порівнювати з прямокутником. Можна ввести поняття ступеня ε відхилення форми сліду шини від прямокутника, приміром, у формі коефіцієнта пропорційності у виразі $A = \varepsilon lb$ (l , b , A — довжина, ширина, площа сліду). Виявляється, що переважно $\varepsilon \approx 0,9$. Тобто є підстави вважати слід майже прямокутним.

Практично прямокутним є слід неповітряного колеса-шини (Non-pneumatic tire — NPT) з полімерною стільниковою структурою, рис. 7 (2008 р., розробники — американські компанія Resilient Technologies та Центр полімерної інженерії при університеті Вісконсина в Медісоні (University of Wisconsin-Madison's Polymer Engineering Center); \mathbf{G} — вертикальне навантаження; \mathbf{H} — горизонтальна сила; ω — кутова швидкість обертання колеса). Стільники мають природну шестигранну форму. Ще раніше (2005 р.) компанія Tweel здивувала автомобільний світ подібним еластичним непневматичним колесом Tweel з поліуретановими У-подібними шпипцями, рис. 8.

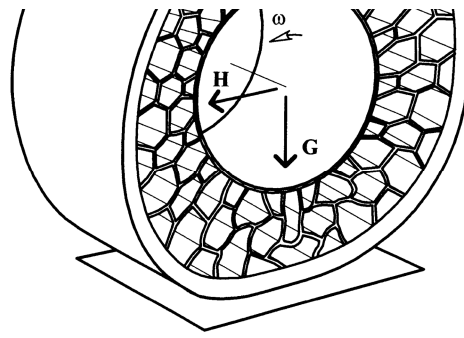


Рис. 7. Колесо з полімерною стільниковою структурою

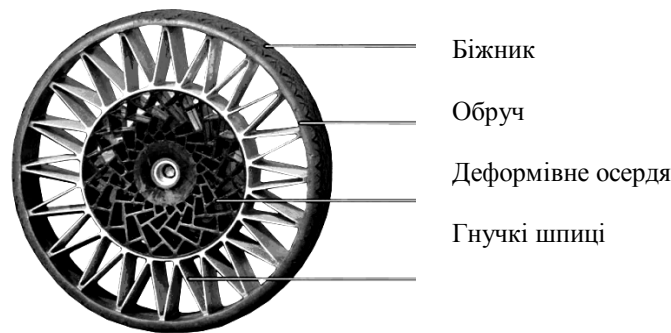


Рис. 8. Колесо Tweel

Розподіл тиску в сліді пневматичної шини близький посередині до плаского, а по краях — приблизно параболічний. Зі збільшенням вертикального навантаження на колесо цей розподіл стає пласкішим також і ближче до країв сліду колеса. Це, зрозуміло, не може не позначитися на фрикційній характеристиці (як і візерунок на біжнику та ефект збочення).

6. Еліпсоїд фрикційної взаємодії. Звернімо увагу [6] ще на те, що з боку долівки, окрім подовжньої F_x та бічної (поперечної) F_y сил тертя, на колесо водночас може діяти додатково момент M_z сил тертя відносно вертикальної осі, яка проходить через центр колеса, рис. 9. Цей момент виникає при зміні водієм за допомогою керма напрямку кочення колеса в значній мірі через те, що колесо й долівка взаємодіють не точково, а деякою площиною дотикання. Логіка аналогій підказує, що ця обставина обов'язково мусить позначитись на граничних значеннях сил тертя F_x та F_y : сукупно силові чинники F_x , F_y , M_z повинні задовольняти якусь умову $F(F_x, F_y, F_z, M_z, \mu) \leq 0$. Рис. 9 відображає такого штибу обмеження у формі еліпсоїда тертя E :

$$\frac{F_x^2}{F_{xm}^2} + \frac{F_y^2}{F_{ym}^2} + \frac{M_z^2}{M_{zm}^2} \leq 1, F_{xm} = \mu_x F_z, F_{ym} = \mu_y F_z, M_{zm} = \mu_M F_z,$$

де F_{xm} , F_{ym} , M_{zm} — максимальні значення модулів силових чинників F_x , F_y , M_z ; μ_x і μ_y — коефіцієнти тертя між біжником і долівкою в подовжньому і поперечному напрямках; μ_M — коефіцієнт протидії обертанню колеса навколо його вертикальної осі.

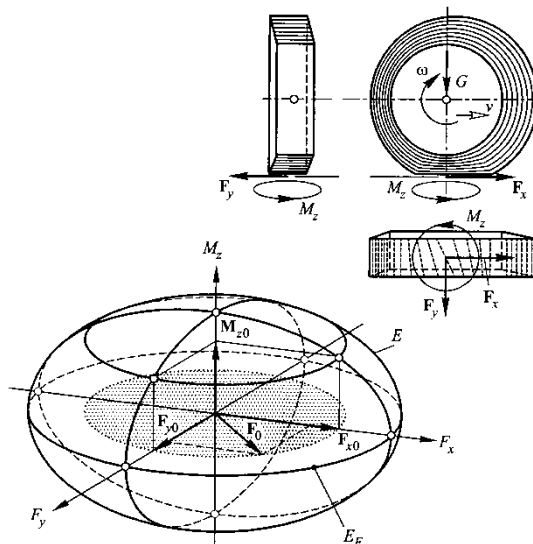


Рис. 9. Еліпсоїд тертя-зчеплення

Отже, якщо в контактні колеса з дорогою виникає якийсь момент тертя

$$M_z = M_{z_0},$$

то колесо зможе втілити дотичну силу

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_x + \mathbf{F}_y,$$

що не виходить за межі точково виділеного еліпса (див. рис. 9). Приміром, граничними в даному разі є вектори

$$\mathbf{F} = \mathbf{F}_0, \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_{x0}, \quad \mathbf{F} = \mathbf{F}_{y0},$$

кінці яких впираються в межу виділеного еліпса. Натомість, у разі $M_z = 0$ ці вектори впиралися б у помітно ширший еліпс E_F .

Зауважмо, колесо мобільної машини при зміні напрямку кочення повертається не завжди навколо вертикальної осі, що проходить через центр сліду (центр фрикційної характеристики). Складніша кінематика колеса може призвести до відповідної трансформації еліпсоїда тертя-зчеплення.

Резюме. Взаємодія еластичного колеса автомобільної (зокрема, автомобільної пожежної) машини настільки багатогранна, що здається майже неосяжною. Проте, кожен окремий бік (аспект) явища зчепної взаємодії, виявляється, піддається відносно простому модельному відображенню. Не вистачає лише об'єктивної інформації, добутої цілком вмотивовано й цілеспрямовано, а не унаслідок пасивного споглядання хай навіть за допомогою експериментальних засобів.

Дуже важливим для правильного тлумачення явища зчеплення еластичного колеса з дорогою є поняття характеристики фрикційної взаємодії (фрикційної характеристики). Навіть самі по собі відносно прості поняття еліпса тертя-зчеплення (двовимірна фрикційна характеристика) та еліпсоїда тертя-зчеплення (тривимірна фрикційна характеристика) відразу роблять розуміння явища кочення еластичного колеса суттєво прозорішим. Це відіграватиме принципово важливе значення в процесі реалізації пізнавально-дидактичних цілей, коли йтиметься про якісне вивчення експлуатаційних властивостей колісних мобільних машин.

Якщо взяти до уваги, що на вигляді фрикційної характеристики позначаються форма сліду колеса на долівці, різьба зчепної доріжки біжника, ефект викривлення сліду й зміни його орієнтації унаслідок збочення еластичного (зокрема, пневматичного) колеса тощо, то стає зрозумілим, що в сучасних модельних уявленнях про зчепну взаємодію колеса з долівкою занадто багато прогалин, аби можна було зосереджувати увагу суто на аналітичних описах (того, що до кінця не зрозуміле).

Список літератури:

1. **Jazar R. N.** Vehicle Dynamics: Theory and Application / R. N. Jazar. — New York : Springer Science+Business Media, LLC, 2008. — 1015 p.
2. **Mitschke M.** Dynamik der Kraftfahrzeuge / M. Mitschke, H. Wallentowitz. — Springer, 2010. — 709 s.
3. **Гащук П. М.** Теорія автомобіля: Колесо / П. М. Гащук, Т. Г. Миськів. — Львів : Українські технології, 2010. — 254 с.
4. **Zomotor A.** Fahrwerktechnik: Fahrverhalten: Kräfte am Fahrzeug, Bremsverhalten, Lenkverhalten, Testverfahren, Meßtechnik, Bewertungsmethoden, Versuchseinrichtungen, aktive Sicherheit, Unfallverhütung / A. Zomotor.— Würzburg : Vogel-Buchverlag (Vogel-Fachbuch: Kraftfahrzeugtechnik), 1991. — 392 s.
5. **Петров В. А.** Механизм сцепления пневматического колеса с жесткой опорной поверхностью / В. А. Петров // Тракторы и сельскохозяйственные машины. — № 10. — 1991. — С. 15—18.
6. **Grzesikiewicz W.** Modelowanie styczego oddziaływania koła na podłoże w ruchu nieustalonym / W. Grzesikiewicz // Konstrukcja, badania, eksploatacja, technologia pojazdów samochodowych i silników spalinowych. — Polska academia nauk. Oddział w Krakowie. — Teza komisji naukowo-problemowej motoryzacji. — Kraków, 1999. — Zeszyt Nr 18. — S. 87 — 92.

П.М. Гащук

МОДЕЛЬНЫЕ СРЕДСТВА ТОЛКОВАНИЯ ОСОБЫХ СВОЙСТВ ПНЕВМАТИЧЕСКОГО КОЛЕСА ТРАНСПОРТНОГО СРЕДСТВА

Речь идет о средствах модельного отображения сцепных свойств колес транспортного средства. Внимание сосредоточено на особых проявлениях явления сцепления колеса с дорогой. Рассмотрены отдельные противоречия в толковании процесса качения эластичного колеса. Сделано ударение на ограниченных возможностях сущностного отображения явления проскальзывания колеса существующими аналитическими описаниями. Доказана эффективность построения теории качения эластичного колеса на основе понятия характеристики фрикционного взаимодействия (фрикционной характеристики), отдельными разновидностями которой является эллипс сцепления и эллипсоид сцепления.

Ключевые слова: мобильная машина, эластичное колесо, сцепные свойства, характеристика фрикционного взаимодействия, окружность и эллипс сцепления, эллипсоид сцепления.

P.M. Hashchuk

MODEL MEANS OF INTERPRETATION OF SPECIAL PROPERTIES OF THE PNEUMATIC WHEEL OF FIRE VEHICLES

The article deals with the means of model representation of couple-friction properties of fire vehicle wheels. Attention is paid to special developing processes of the phenomenon of friction of a wheel with road surface. Specific contradictions in explanation of process of an elastic wheel rolling are examined. It was accented on the confined possibilities of intrinsic representation of the phenomenon of wheel slippage by existing analytical descriptions. The efficiency of making the theory of an elastic wheel rolling on the basis of frictional interaction (the frictional characteristic) notion is proved where friction ellipse and friction ellipsoid are separate varieties.

Key words: the mobile vehicle, an elastic wheel, friction properties, the characteristic of frictional interaction, friction circle and friction ellipse, friction ellipsoid.