

А.П. Бочковський

Одеський національний політехнічний університет, Одеса

## МЕТОДОЛОГІЧНІ ОСНОВИ ЗАСТОСУВАННЯ МАРКОВСЬКИХ ПРОЦЕСІВ ДЛЯ ОЦІНЮВАННЯ РИЗИКІВ В СИСТЕМАХ «ЛЮДИНА–МАШИНА–СЕРЕДОВИЩЕ»

**Проблема.** На сьогодні існує близько сотні якісних, кількісних та комбінованих методик оцінювання ризиків, але жодна з них не пристосована для використання в сфері охорони праці, оскільки не враховує динамічного характеру випадкового гібридного впливу на працівника в рамках систем «людина–машина–середовище» небезпечних та шкідливих виробничих факторів. Для можливості опису реального процесу гібридного впливу небезпек на працівника необхідно використовувати спеціальний підклас марковських процесів зі зносом, застосування яких для оцінки ризику в сфері охорони праці поки що є невідомим.

**Мета.** Розробка методологічних основ застосування марковських процесів зі зносом для оцінювання ризиків виникнення професійних небезпек.

**Методи досліджень.** Для моделювання випадкових процесів негативного впливу небезпек на працівника застосовувався спеціальний метод кількісного аналізу складних систем – марковський аналіз

**Основні результати дослідження.** Вперше обґрунтовано та запропоновано до застосування для процедури оцінювання ризиків в системах «людина–машина–середовище» спеціальний підклас марковських процесів зі зносом для можливості моделювання гібридного характеру впливу небезпечних та шкідливих виробничих факторів на працівника. Виведено систему диференціальних рівнянь та граничних умов для знаходження граничного розподілу ймовірностей випадкового процесу виникнення професійних небезпек в системах «людина–машина–середовище».

**Висновки та конкретні пропозиції.** Визначено граничний розподіл ймовірностей випадкового процесу виникнення професійних небезпек для систем «людина–машина–середовище» та отримано вирази для визначення низки основних показників, за якими можна оцінити рівень ризику виникнення професійних небезпек. Розвиток подальших досліджень доцільно проводити у напрямку можливостей реалізації запропонованої схеми моделювання в рамках поєднання аналітичного підходу та імітаційного моделювання.

**Ключові слова** охорона праці, оцінювання ризиків, марковські процеси, система «людина–машина–середовище», професійні небезпеки

**Постановка проблеми.** Проблематика створення здорових, комфортних та безпечних умов праці традиційно розглядається в рамках функціонування системи «людина – машина – середовище». Ключовим елементом цієї системи є людина (працівник), оскільки вона, як об'єкт ризику з одного боку потребує захисту від негативного впливу інших двох елементів, а з другого боку сама може бути об'єктом небезпеки. В останньому випадку необхідно розглядати проблематику виникнення професійних небезпек в двох основних аспектах [1, 2]:

– свідоме чи несвідоме порушення працівником правил технологічного процесу тобто вимог відповідних нормативно-правових документів, що призвели до виникнення (сприяли виникненню) професійної небезпеки

– свідоме завдання шкоди життю і здоров'ю іншої людини, що призвело до травмування або загибелі людини.

Останній аспект, як свідчать статистичні дані [3], як причина виникнення небезпек на виробництві можливий, але з огляду на нормативно-правову оцінку такого вчинку, він не входить до компетенції функціонування систем управ-

ління охороною праці підприємств. *Тому такі випадки під час моделювання оцінювання ризиків враховувати недоцільно.*

Негативний характер впливу на працівника виробничого, зовнішнього середовища, а також технічної системи може проявлятися у двох основних видах професійних небезпек [4]:

- виробничих травмах;
- професійних захворюваннях або отруєннях.

Причому і в першому і в другому випадку професійні небезпеки можуть мати смертельні наслідки.

Проблематику виробничого травматизму умовно, в рамках дослідної системи можна розглядати з точки зору миттєвого впливу на людину небезпечних виробничих факторів. Як правило такий вплив чиниться з боку технічної системи (машини), що обумовлено порушенням нормальних режимів її функціонування та обслуговування. Тобто умовно можна вважати, що негативний вплив відбувається в результаті відмови технічної системи.

Проблематику професійних захворювань в свою чергу доцільно розглядати з точки зору накопичувальної дії на людину шкідливих ви-

бничих факторів, що виділяються у виробниче середовище під час функціонування технічної системи, а також шкідливих факторів зовнішнього середовища. В цьому випадку під зовнішнім середовищем мається на увазі середовище, що знаходиться за межами виробничого приміщення де розташоване дослідне робоче місце.

Однак, в незалежності від об'єкта небезпеки, негативний вплив, що чиниться на людину (працівника) за своїм характером є гібридним, тобто частина процесів може змінюватися безперервно у часі (однак з випадковою інтенсивністю), а інша частина – дискретно, тобто стрибкоподібно.

Наприклад, нещасний випадок у результаті порушення працівником вимог інструкцій з охорони праці може статися з ним у певний випадковий момент часу, а період його (працівника) відновлення від наслідків нещасного випадку (лікування, реабілітації) також є випадковою величиною, оскільки залежить від важкості наслідків.

У випадку прикладу негативного впливу на працівника шкідливих виробничих факторів, наслідком якого може стати професійне захворювання, необхідно розглядати процеси випадкової інтенсивності впливу на працівника протягом робочої зміни цих факторів та відновлення його організму, коли такий вплив відсутній (у неробочий час).

Для математичного опису зазначених гібридних процесів доцільно використовувати спеціальний підклас марковських процесів – так звані марковські процеси зі зносом. Зазначений тип марковських процесів є гнучким математичним апаратом для моделювання різноманітних реальних процесів в технічних галузях, економіці, фізиці, екології, біології та інших галузях науки. Його перевагою є те, що він містить, на відміну від класичних ланцюгів Маркова зі зчисленною множиною станів та неперервним часом, одночасно дискретні і неперервні компоненти, які пов'язані між собою певними співвідношеннями [5].

**Аналіз останніх досліджень.** Марковські процеси зі зносом широко використовуються для моделювання та оптимізації різноманітних транспортних систем, де дискретні компоненти описували випадкове коливання довжин транспортних черг в пунктах перевалки вантажів, а неперервні – випадкове коливання вантажів на складі [6]. Відомі також дослідження щодо застосування таких процесів для моделювання різноманітних логістичних систем, що працюють в умовах невизначеності та ризиків [7, 8].

Однак для моделювання динамічних характеристик гібридного впливу на працівника небезпечних та шкідливих виробничих факторів в межах систем «людина – машина – середовище» застосування зазначеного підкласу марковських процесів поки що *не відоме*.

Комплекс міжнародних нормативно-правових документів з управління ризиками у час-

тині методів їх аналізу, лише містить спеціальний настановний стандарт щодо застосування марковських методів у відповідній сфері (управління ризиками). Зазначений стандарт є міжнародним і має назву IEC 61165:2006 Application of Markov techniques, однак не імплементований у нормативно-правову базу України. Область застосування цього стандарту знаходиться в площині виключно аналізу надійності технічних систем, що можна вважати *першим недоліком* можливості його використання для аналізу та оцінки ризиків виникнення професійних небезпек в системах «людина – машина – середовище».

В рамках стандарту, для аналізу надійності технічних систем передбачається розглянути лише два її стани – робочий чи неробочий. Така постановка проблеми є елементарною та відповідно не може бути застосована для об'єктивного аналізу характеристик функціонування елементів дослідної системи в сфері охорони праці, що є *другим недоліком*.

Наступним, *третьим недоліком*, є застереження щодо сталості у часі відмов та відновлень елементів дослідних систем, що не відповідає визначеним умовам побудови стохастичної моделі оцінювання ризиків виникнення професійних небезпек. Аналогічно неприйнятною є і деякі інші умови, що унеможливають застосування цього стандарту в системах управління охороною праці підприємств, установ та організацій. Зокрема загальний характер стандарту передбачає наявність у виконавця процедури оцінки ризиків відповідних знань і компетенцій, щодо побудови діаграм станів і переходів для відповідних дослідних систем з наступним вирішенням системи диференціальних рівнянь. Зрозуміло, що в умовах реальних підприємств виконавців з відповідними знаннями та компетенціями просто не існує [1, 2].

Отже, зважаючи на гібридний характер впливу небезпечних та шкідливих виробничих факторів на працівника в рамках функціонування систем «людина – машина – середовище» та відсутність необхідного методологічного інструментарію для його об'єктивного дослідження необхідно розробити та проаналізувати стохастичні моделі для можливості оцінки ризиків виникнення професійних небезпек.

**Метою досліджень** є розробка методологічних основ оцінювання ризиків виникнення небезпек в системах «людина – машина – середовище» із застосуванням марковських процесів зі зносом.

Досягнення зазначеної мети передбачається шляхом вирішення таких завдань:

- визначити та обґрунтувати передумови застосування марковських процесів зі зносом для оцінювання ризиків виникнення професійних небезпек;

- описати можливі характеристики станів марковського процесу зі зносом для систем «людина – машина – середовище»;
- вивести систему диференціальних рівнянь та граничних умов для знаходження граничного розподілу ймовірностей випадкового процесу виникнення професійних небезпек в системах «людина – машина – середовище».

**Виклад основного матеріалу.** Для побудови та аналізу стохастичних моделей оцінки ризиків виникнення професійних небезпек, скористаємося апаратом марковських процесів зі зносом, що є гнучким апаратом дослідження та моделювання реальних випадкових процесів.

В якості передумови формалізації процедури оцінювання ризиків виникнення професійних небезпек, будемо вважати, що протягом робочої зміни на працівника негативно впливає певний шкідливий виробничий фактор, що виникає під час експлуатації певної одиниці виробничого обладнання (машини). В результаті негативного впливу в організмі працівника відбувається накопичення наслідків негативного впливу від дії зазначеного шкідливого виробничого фактора. В якості зазначеного фактора, у відповідності до терміну визначеного у чинних Державних санітарних нормах та правилах «Гігієнічна класифікація праці за показниками шкідливості та небезпечності факторів виробничого середовища, важкості та напруженості трудового процесу» (затверджено наказом Міністерства охорони здоров'я України 08.04.2014 року № 248) може виступати будь-який фактор середовища або трудового процесу, вплив якого за певних умов може спричинити професійне захворювання, зниження працездатності та інших негативних наслідків. Номенклатура таких факторів відповідно до груп (фізичні, хімічні, біологічні та психофізіологічні), визначена в зазначених Державних санітарних нормах та правилах.

Також будемо вважати, що тривалість робочої зміни (робочого часу) та неробочого часу є взаємно незалежними випадковими величинами з функціями розподілення  $A_0(t)$  та  $A_1(t)$  відповідно. Тобто зміни робочого та неробочого часу утворюють альтернувальний процес відновлення. Розглянемо реальний виробничий процес, коли протягом робочого часу виробниче обладнання виділяє в робочу зону певні шкідливі виробничі фактори з інтенсивністю  $W$ , які в свою чергу накопичуються в організмі працівника.

Виробниче обладнання може відмовляти у випадкові моменти часу та відновлюватись протягом випадкового проміжку часу, причому з різними статистичними характеристиками у робочому та неробочому станах.

В якості відмови другого типу слід розглядати будь-які відхилення від нормального режиму функціонування виробничого обладнання, що призвело до травмування працівника.

Вважаємо, що в малому інтервалі часу  $(t, t + \Delta t)$ , відмова обладнання може настати з ймовірністю  $\lambda_0 \Delta t + o(\Delta t)$  протягом робочого часу та з ймовірністю  $\lambda_1 \Delta t + o(\Delta t)$  у неробочий час, незалежно від попередніх відмов. Після відмови обладнання починає одразу відновлюватись (ремонтуватись), причому тривалість ремонту у робочий та неробочий періоди часу розподілена по показовому закону з параметрами  $\mu_0$  та  $\mu_1$  відповідно.

Протягом неробочого часу негативний вплив від дії шкідливих виробничих факторів, що виділялись виробничим обладнанням, видаляється – з інтенсивністю  $U < W$ . У цьому випадку  $U$  можна ототожнювати з терміном «захист часом», що вживається у Державних санітарних нормах та правилах.

Також розглянемо ще одну реальну виробничу ситуацію, коли в результаті настання відмови другого виду, працівник протягом робочої зміни може отримати виробничу травму різного ступеня важкості, причому, в малому інтервалі часу  $(t, t + \Delta t)$  це може трапитися з ймовірністю  $a \Delta t + o(\Delta t)$ , незалежно від попередніх травм. Під час отримання виробничої травми, працівник втрачає працездатність на певний випадковий проміжок часу, що умовно дорівнює часу його лікування та реабілітації. Зазначений проміжок часу також розподілено по експоненційному закону з параметром  $b$  ( $1/b$  – середня тривалість лікування та реабілітації).

Отже описані ситуації дають змогу розглядати відмови виробничого обладнання таких двох видів:

1. Відмова, що не призвела до нещасного випадку (травмування) працівника.
2. Відмова, що призвела до нещасного випадку (травмування) працівника.

Протягом процесу відновлення виробничого обладнання, після відмови першого виду, функціональні системи організму працівника відновлюються від наслідків негативного впливу шкідливих виробничих факторів, що виникали під час експлуатації відповідного обладнання. Таке відновлення відбувається з певною інтенсивністю  $U$ .

А під час лікування та реабілітації працівника, окрім його відновлення від отриманої травми, також відбувається відновлення функціональних систем його організму від негативного впливу шкідливих виробничих факторів, що виникали під час виконання ним посадових обов'язків. Таке відновлення відбувається з інтенсивністю  $U_1$ . Після завершення процедур лікування та реабілітації працівник знову приступає до виконання своїх посадових обов'язків.

Для формалізованого опису дослідного процесу введемо до розгляду такі позначення:

- $\alpha(t)$  – змінна, що описує стан зайнятості

працівника протягом робочої зміни ( $\alpha(t)=1$ ) та у неробочий час ( $\alpha(t)=0$ ) в момент  $t$ ;

–  $\gamma(t)$  – змінна, що описує стан працездатності виробничого обладнання та працівника.  $\gamma(t)=0$ , якщо виробниче обладнання в момент  $t$  є справним, а працівник не травмований,  $\gamma(t)=1$ , якщо в момент часу  $t$  виробниче обладнання є непрацездатним, а працівник не травмований;  $\gamma(t)=2$ , у разі відмови обладнання, що призвело до травмування працівника.

–  $\xi(t)$  – рівень накопиченого негативного впливу дії шкідливого виробничого фактору в організмі працівника в момент часу  $t$ .

З прийнятих вище припущень та позначень виходить, що процес накопичування негативного впливу дії шкідливих виробничих факторів в організмі людини  $\xi(t)$  може бути описано наступним диференціальним рівнянням (з ймовірністю 1):

$$\begin{aligned} \xi'(t) = & WI(\alpha(t)=1, \gamma(t)=0) - UI(\alpha(t)=1, \gamma(t) \neq 2, \xi(t) > 0) - \\ & - U_1 I(\alpha(t)=0, \gamma(t)=2, \xi(t) > 0), \end{aligned} \quad (1)$$

знайти розподіл випадкового вектора  $(\xi(t), \alpha(t), \gamma(t))$ .

Цей процес не є марковським при довільних функціях розподілення  $A_i(t)$ ,  $i = 0, 1$ . Однак, якщо додати додаткову неперервну компоненту  $\eta(t)$  – час, що залишився від моменту  $t$ , до зміни стану альтернувального процесу (процес, що описує зміну робочого та неробочого часу працівника), то процес стає марковським.

Тому, надалі будемо оперувати випадковим марковським процесом

$$\Xi(t) = (\xi(t), \alpha(t), \gamma(t), \eta(t)). \quad (2)$$

Для знаходження ймовірнісного розподілу (2) можна скористатися теорією марковських процесів зі зносом. Для цього слід вивести систему диференціальних рівнянь та граничних умов, відносно ймовірнісного розподілення процесу (2), та вирішити їх. Характеристика станів зазначеного марковського процесу зі зносом, що описує динаміку функціонування системи «людина–машина–середовище» наведено у таблиці 1.

**Таблиця 1**

Характеристика станів марковського процесу зі зносом для системи «людина – машина – середовище»

| № з/п | $\alpha(t)$ | $\gamma(t)$ | Інтенсивність накопичування негативного впливу дії шкідливого виробничого фактора в організмі працівника | Інтенсивність виведення наслідків негативного впливу дії шкідливого виробничого фактора з організму працівника | Змістовний опис станів марковського процесу при ненульовому значенні параметру $\xi(t)$                                                                                                                                                                                                                            |
|-------|-------------|-------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| 1     | 0           | 0           | 0                                                                                                        | $U$                                                                                                            | Працівник у момент часу $t$ знаходиться поза межами робочого місця (робоча зміна закінчена), обладнання справне та відключене. Накопичування негативного впливу від дії факторів не відбувається ( $W = 0$ ), однак наслідки негативного впливу виводяться з організму працівника із інтенсивністю $U$             |
| 2     | 1           | 0           | $W$                                                                                                      | $U$                                                                                                            | Працівник у момент часу $t$ перебуває на робочому місці (час робочої зміни), не травмований, обладнання справне та працює. Накопичування негативного впливу відбувається з інтенсивністю $W$ , а виведення наслідків впливу з інтенсивністю $U$                                                                    |
| 3     | 0           | 1           | 0                                                                                                        | $U$                                                                                                            | Працівник у момент часу $t$ перебуває поза межами робочого місця (робоча зміна закінчена), відбулася відмова обладнання 1 виду. Обладнання знаходиться у стані відновлення, накопичування негативного впливу в організмі не відбувається, наслідки накопичування впливу виводяться з організму з інтенсивністю $U$ |
| 4     | 1           | 1           | 0                                                                                                        | $U$                                                                                                            | Працівник перебуває на робочому місці (час робочої зміни), відбулася відмова обладнання 1 виду. Обладнання знаходиться у стані відновлення, накопичування негативного впливу в організмі не відбувається, наслідки накопичування впливу виводяться з організму з інтенсивністю $U$                                 |
| 5     | 1           | 2           | 0                                                                                                        | $U_1$                                                                                                          | Працівник у момент часу $t$ отримав виробничу травму в результаті відмови обладнання 2 виду, обладнання знаходиться у стані відновлення, а працівник лікується. Негативні наслідки накопичувального впливу дії шкідливих факторів (факторів трудового процесу) виводяться з інтенсивністю $U_1$                    |

де  $I(A)$  – індикатор події  $A$ .

Тобто, завдання складається з того, щоб

Знаючи стаціонарне розподілення марковського процесу (2), можна кількісно оцінити низку важливих показників, а саме:

- ймовірність отримання працівником виробничої травми, з урахуванням її тяжкості, що може бути охарактеризована тривалістю його лікування та реабілітації. Дуже важливим аспектом оцінки ризику виникнення цієї професійної небезпеки є врахування взаємозв'язків між накопичуванням негативного впливу від дії певного шкідливого виробничого фактора в організмі працівника та ймовірністю отримання ним виробничої травми, тобто врахування взаємозв'язків між небезпечними та шкідливими виробничими факторами щодо їх спільного негативного впливу на процес виникнення професійної небезпеки;
- середній рівень накопичування негативного впливу від дії шкідливого виробничого фактора в організмі працівника, що є необхідним, наприклад, за наявності у повітрі робочої зони шкідливих речовин хроноконцентраційної дії (пестицидів), для яких характерні кумулятивні властивості. Отже отримані значення можуть бути порівняні з встановленими відповідними граничнодопустимими середньозмінними концентраціями

$$M_{\zeta}^{\bar{z}} = \lim_{t \rightarrow \infty} M_{\zeta}^{\bar{z}}(t);$$

- ймовірність неперевищення рівня накопичування негативного впливу від дії шкідливого виробничого фактора в організмі працівника заданого критичного значення  $\sigma$  (гігієнічний норматив), тобто

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{\zeta(t) \leq \sigma\}. \quad (3)$$

У відповідності до чинних Державних санітарних норм та правил «Гігієнічна класифікація праці за показниками шкідливості та небезпечності факторів виробничого середовища, важкості та напруженості трудового процесу», термін гігієнічний норматив визначається таким чином: «Гігієнічний норматив – це рівень шкідливих виробничих факторів, який при щоденній (крім вихідних днів) 8-годинній роботі (але не більше 40 годин на тиждень протягом усього робочого стажу) не повинен викликати захворювань або відхилень у стані здоров'я».

У визначених вище позначеннях для формалізації процесу оцінки ризику виникнення професійних небезпек, було введено такі параметри  $W$  – інтенсивність накопичування негативного впливу дії шкідливого виробничого фактора;  $U$  – інтенсивність виведення наслідків негативного впливу дії шкідливого виробничого фактора з організму працівника, які можна вважати керованими. Насправді,  $W$  та  $U$  залежать від інших керованих параметрів, управління якими відбувається шляхом впровадження організаційних, технічних, лікувально-профілактичних та інших заходів і засобів безпеки на виробництві. Тобто можна сформулювати завдання виявлення таких параметрів  $W$  та  $U$ , які з високою ймовірністю забезпечують виконання умови (див. (3))

$$\zeta(t) \leq \sigma. \quad (4)$$

У математичному вигляді зазначена умова виглядає таким чином:

$$\lim_{t \rightarrow \infty} P\{\zeta(t) \leq \sigma\} > 1 - \varepsilon,$$

де  $\varepsilon$  – задана мала ймовірність (критерій ризику).

Більш складна постановка завдання полягає у виявленні таких параметрів  $W$  та  $U$ , при яких час досягнення процесом  $\zeta(t)$  рівня  $\sigma$ , буде достатньо великим.

В межах реалізації процесу управління ризиками є важливим підтримувати зазначені керовані параметри у обраних під час проведення процедури оцінювання межах.

З практичної точки зору для прогнозування ймовірності виникнення професійних небезпек інтерес представляє розгляд двох випадків. Перший, актуальний для більшості робочих місць підприємств України та країн ЄС – знаходження граничного розподілу ймовірностей випадкового процесу впливу на працівника шкідливих виробничих факторів [9]. Другий – більш загальний та складний, що полягає у знаходженні граничного розподілу ймовірностей випадкового процесу впливу на працівника шкідливих та небезпечних (через відмову виробничого обладнання другого виду) виробничих факторів. В першому випадку можна отримати показники, що характеризують рівень професійного ризику для працівника в межах системи «людина–машина–середовище», а в другому випадку показники, що характеризують рівень ризику виникнення професійних небезпек.

Для знаходження граничного розподілу ймовірностей випадкового процесу, розглянемо реальний процес впливу на працівника шкідливих виробничих факторів. Формально його можна представити таким чином. Протягом робочої зміни працівник піддається негативному впливу шкідливого виробничого фактора, в результаті чого в організмі відбувається накопичування наслідків від його дії. А у неробочий час та у момент відмови виробничого обладнання, яке продукує виділення шкідливого виробничого фактора, негативні наслідки виводяться з організму працівника з постійною інтенсивністю  $U$ . Для математичного опису зазначеної системи «людина – машина – середовище» введемо до розгляду такі випадкові змінні:

- $\eta(t)$  – час, що пройшов з моменту закінчення робочої зміни до моменту часу  $t$ ;
- $\alpha(t)$  – змінна, що набуває двох значень: 1, якщо в момент  $t$  робочий час та 0 – у зворотному випадку;
- $\gamma(t)$  – змінна, що набуває двох значень: 0, якщо обладнання в момент часу  $t$  працездатно та 1 – у зворотному випадку;
- $\xi(t)$  – рівень накопичування шкідливого впливу негативних факторів в організмі працівника в момент часу  $t$ .

Також введемо щільності та ймовірності, що характеризують динаміку випадкового процесу  $\zeta(t) = (\alpha(t), \gamma(t), \xi(t), \eta(t))$ :

$$\begin{aligned} \mathbf{P}\{\alpha(t) = i, \gamma(t) = k, \tau < \eta(t) < \tau + d\tau, x < \xi(t) < x + dx\} &= q_{ik}(x, \tau, t)(1 - A_i(\tau))d\tau dx, i = 0, 1; k = 0, 1; x > 0, \tau > 0, \\ \mathbf{P}\{\alpha(t) = 0, \gamma(t) = 0, \tau < \eta(t) < \tau + d\tau, \xi(t) = 0\} &= q_{00}^-(\tau, t)(1 - A_0(\tau))d\tau, \tau > 0, \\ \mathbf{P}\{\alpha(t) = i, \gamma(t) = 1, \tau < \eta(t) < \tau + d\tau, \xi(t) = 0\} &= q_{i1}^-(\tau, t)(1 - A_i(\tau))d\tau, i = 0, 1; \tau > 0. \end{aligned}$$

Для практичних цілей достатньо розуміти граничний розподіл введеного випадкового процесу, а саме:

$$\begin{aligned} q_{ik}(x, \tau) &= \lim_{t \rightarrow \infty} q_{ik}(x, \tau, t), i = 0, 1; k = 0, 1, \\ q_{00}^-(\tau) &= \lim_{t \rightarrow \infty} q_{00}^-(\tau, t), \\ q_{i1}^-(\tau) &= \lim_{t \rightarrow \infty} q_{i1}^-(\tau, t), i = 0, 1. \end{aligned} \quad (5)$$

За допомогою стандартних ймовірнісних міркувань, що базуються на розгляді переходів марковського процесу з одного стану в інший за малий проміжок часу, а також застосування формули повної ймовірності для знаходження введених граничних ймовірностей (5), можна вивести таку систему диференціальних рівнянь в частинних похідних та відповідних граничних умовах:

1. Основна система диференціальних рівнянь:

$$\begin{aligned} (-U \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \tau})q_{00}(x, \tau) &= -\lambda_0 q_{00}(x, \tau) + \mu_0 q_{01}(x, \tau), \\ (-U \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \tau})q_{01}(x, \tau) &= -\mu_0 q_{01}(x, \tau) + \lambda_0 q_{00}(x, \tau), \\ x > 0, \tau > 0, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} (V \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \tau})q_{10}(x, \tau) &= -\lambda_1 q_{10}(x, \tau) + \mu_1 q_{11}(x, \tau), \\ (-U \frac{\partial}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial \tau})q_{11}(x, \tau) &= -\mu_1 q_{11}(x, \tau) + \lambda_1 q_{10}(x, \tau), \\ x > 0, \tau > 0, \end{aligned} \quad (7)$$

де,  $V = W - U$  інтенсивність накопичування негативного впливу в організмі працівника від дії шкідливих факторів

2. Граничні умови, що описують стан працездатності (працездатне або ні) обладнання та стан працівника у робочий та неробочий час:

$$\begin{aligned} \frac{d}{d\tau} q_{00}^-(\tau) - U q_{00}^-(0, \tau) &= -\lambda_0 q_{00}^-(\tau) + \mu_0 q_{01}^-(\tau), \\ \frac{d}{d\tau} q_{01}^-(\tau) - U q_{01}^-(0, \tau) &= \lambda_0 q_{00}^-(\tau) - \mu_0 q_{01}^-(\tau), \\ \frac{d}{d\tau} q_{11}^-(\tau) - U q_{11}^-(0, \tau) &= -\mu_1 q_{11}^-(\tau), \tau > 0; \end{aligned} \quad (8)$$

3. Граничні умови, що описують зміни робочого та неробочого періодів:

$$\begin{aligned} q_{00}(x, 0) &= \int_0^\infty q_{10}(x, \tau) dA_1(\tau), \\ q_{01}(x, 0) &= \int_0^\infty q_{11}(x, \tau) dA_1(\tau), \\ q_{10}(x, 0) &= \int_0^\infty q_{00}(x, \tau) dA_0(\tau), \\ q_{11}(x, 0) &= \int_0^\infty q_{01}(x, \tau) dA_0(\tau); \\ q_{00}^-(0) &= \int_0^\infty q_{11}^-(\tau) dA_1(\tau), \\ q_{11}^-(0) &= \int_0^\infty q_{01}^-(\tau) dA_0(\tau), \\ q_{00}^-(0) &= 0; \end{aligned} \quad (9)$$

4. Граничні умови, що описують перехід організму працівника зі стану нульового накопичення негативного впливу дії шкідливого виробничого фактора до стану, коли накопичування починається знову (виробничий стан):

$$V \int_0^\infty q_{10}(0, \tau)(1 - A_1(\tau))d\tau = \mu_1 \int_0^\infty q_{11}^-(\tau)(1 - A_1(\tau))d\tau; \quad (11)$$

5. Умова нормування:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty (q_{00}^-(\tau) + q_{01}^-(\tau))(1 - A_0(\tau))d\tau + \int_0^\infty q_{11}^-(\tau)(1 - A_1(\tau))d\tau + \\ + \int_0^\infty [(q_{00}(x, \tau) + q_{01}(x, \tau))(1 - A_0(\tau)) + \\ + (q_{10}(x, \tau) + q_{11}(x, \tau)(1 - A_1(\tau)))]d\tau dx = 1. \end{aligned} \quad (12)$$

Таким чином, в результаті вирішення завдань (6) – (12) можна визначити низку важливих показників для оцінювання професійного ризику, а саме: ймовірність перевищення рівня накопичування негативного впливу від дії шкідливого фактора встановлених гігієнічних нормативів –  $\sigma$ , тобто вираз:

$$\int_0^\infty \int_0^\infty [(q_{00}(x, \tau) + q_{01}(x, \tau))(1 - A_0(\tau)) + (q_{10}(x, \tau) + q_{11}(x, \tau)(1 - A_1(\tau)))]d\tau dx; \quad (13)$$

Ймовірність того, що у випадковий період часу наслідки негативного впливу шкідливого виробничого фактора в організмі працівника відсутні:

$$\int_0^\infty (q_{00}^-(\tau) + q_{01}^-(\tau))(1 - A_0(\tau))d\tau + \int_0^\infty q_{11}^-(\tau)(1 - A_1(\tau))d\tau; \quad (14)$$

Середній рівень накопичування в організмі працівника негативного впливу від дії шкідливого виробничого фактора:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\xi = \int_0^\infty x \int_0^\infty [(q_{00}(x, \tau) + q_{01}(x, \tau))(1 - A_0(\tau)) + \\ + (q_{10}(x, \tau) + q_{11}(x, \tau)(1 - A_1(\tau)))]d\tau dx. \end{aligned} \quad (15)$$

У цьому випадку керованими параметрами є інтенсивність виділення шкідливих речовин у повітря робочої зони (як і інтенсивність їх накопичування в організмі працівника)  $W$ , а також інтенсивність виведення їх з організму працівника  $U$ . Зазначені параметри можна обирати таким чином, щоб наприклад мінімізувати ймовірність перевищення рівня накопичування в організмі

працівника негативного впливу від дії шкідливого виробничого фактору встановлених нормованих значень (13).

При довільних функціях розподілу  $A_i(t), i=0,1$ , рішення граничного завдання (6) – (12) є складною аналітичною проблемою. В окремих, частинних випадках, наприклад, якщо обладнання може відмовляти тільки в період своєї роботи (тобто при  $\lambda_0 = \mu_0 = 0$ ), вона може бути вирішена в аналітичному вигляді, шляхом її зведення до системи інтегральних рівнянь за типом згортки на півосі. Однак на практиці, періоди робочого та неробочого часу є фіксованими. Отже, в нашому випадку функція розподілу буде мати такий вигляд :

$$A_i(t) = \begin{cases} 0, & 0 \leq t \leq T_i \\ 1, & t > T_i \end{cases}$$

Причому  $T_0 > T_1$ , тобто тривалість робочої зміни менша ніж неробочий період часу.

Наведений підхід можна також використувати для оцінювання рівня ризику виникнення нещасного випадку (отримання виробничої травми з певними наслідками). Але в цьому випадку отримане граничне завдання буде значно складнішим.

За результатами проведених досліджень можна зробити такі **висновки**:

1. Встановлено, що завдання оцінювання ризиків зводиться до знаходження розподілу випадкового вектора зі змінними, що описують стан зайнятості працівника протягом часу, працездатності працівника і виробничого обладнання в певний момент часу, а також рівень накопичування негативного впливу в організмі працівника дії шкідливих виробничих факторів протягом часу. Зазначено, що при введенні компоненти, яка характеризує час, котрий залишився від моменту  $t$ , до зміни стану альтернативного процесу (процес, що описує зміну робочого та неробочого часу працівника), то процес стає марковським.

2. Визначено і наведено характеристики чотирьох можливих станів марковського процесу для систем «людина – машина – середовище». Визначено основні керовані параметри, що впливають на рівень безпеки працівника. Зазначено, що їх підтримка в обраних у процесі оцінювання ризиків прийнятних межах можлива лише за умови розробки та впровадження в системи управління охороною праці підприємств автоматизованих систем управління з відповідними властивостями.

3. З метою знаходження граничного розподілу ймовірностей випадкового процесу негативного впливу на працівника шкідливих виробничих факторів виведено:

- систему основних диференціальних рівнянь;
- граничні умови що описують стан працездатності обладнання та стан працівника у робочий та неробочий час;

- граничні умови, що описують зміни робочого та неробочого періодів;
- граничні умови, що описують перехід організму працівника зі стану нульового накопичення негативного впливу до стану, коли накопичування починається знову (виробничий стан);
- умову нормування.

За результатами вирішення граничної задачі отримано вирази для визначення низки основних показників, за якими можна оцінити рівень професійного ризику:

- ймовірності перевищення рівня накопичування негативного впливу від дії шкідливого виробничого фактора встановлених нормованих значень (гігієнічного нормативу);
- ймовірності того, що у випадковий період часу наслідки негативного впливу шкідливого виробничого фактора в організмі відсутні;
- середнього рівня накопичування в організмі працівника негативного впливу від дії шкідливого виробничого фактора тощо.

#### Список літератури:

1. Bochkovsky A. P., Sapozhnikova N. Yu., Gogunskii V. D. Legal and organizational issues of improving the labor protection and industrial safety level at the Ukrainian enterprises. *Scientific Bulletin of National Mining University*. 2017. Vol. 5 (161). P. 100–108. DOI:10.13140/RG.2.2.33613.23528
2. Bochkovskiy A.P., Sapozhnikova N.Yu., Gogunskii V.D. Labour protection and industrial safety in Ukraine: problems of transition period and perspective ways of development. *Зернові продукти і комбікорми*. 2016. Vol. 4(64). P. 42–50. DOI: 10.13140/RG.2.2.20894.13126
3. Аналіз страхових нещасних випадків та професійних захворювань в Україні (за даними Фонду соціального страхування від нещасних випадків на виробництві та професійних захворювань в Україні). URL: <http://www.social.org.ua/activity/stat> (дата звернення: 5.10.2018).
4. Бочковський А.П. Пріоритетні напрямки удосконалення системи управління охороною праці на підприємствах. *Зернові продукти і комбікорми*. 2014. № 2(54). С. 11–16.
5. Постан М.Я. Моделирование сложных систем с помощью полумарковских процессов со сносом. *Идентификация систем и задачи управления*: Труды V Международной конференции. Москва: ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН, 2006. С 604–617.
6. Постан М.Я. Экономико-математические модели смешанных перевозок: монография. Одесса: Астропринт, 2006. 376 с.
7. Постан М.Я. Application of Markov Drift Processes to Logistical Systems Modeling. *Dynamics in Logistics*: Proc. of First Intl. Conf. (Bremen, Aug. 2007). Bremen: Springer-Verlag, 2007. P.443–455. DOI: 10.1007/978-3-540-76862-3



8. Postan M.Ya. Application of Semi-Markov Drift Processes to Logistic Systems Modeling and Optimization. *Dynamics in Logistics*” LDIC2014: Proc. of 4th Intl. Conf. (Berlin, 2016). Berlin: Springer, 2016. P. 227–237. DOI: 10.1007/978-3-319-23512-7.

9. Bochkovskiy A.P., Gogunskiy V.D. Development of the method of professional risk optimum management. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. 2018. №3/3(93). P. 6–11. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.132596

#### References:

1. Bochkovskiy, A.P., Sapozhnikova, N.Yu., Gogunskiy, V.D. (2017). Legal and organizational issues of improving the labor protection and industrial safety level at the Ukrainian enterprises. *Scientific Bulletin of National Mining University*, Vol. 5, no 161, pp. 100-108 doi:10.13140/RG.2.2.33613.23528 (Scopus).

2. Bochkovskiy A.P., Sapozhnikova N.Yu., Gogunskiy V.D. (2016). Labour protection and industrial safety in Ukraine: problems of transition period and perspective ways of development. *Зернові продукти і комбікорми*, Vol. 4(64). pp. 42–50. DOI: 10.13140/RG.2.2.20894.13126

3. The Fund of Social Insurance against Accidents at Work and Occupational Diseases in Ukraine (2018). Prevention of occupational injuries and occupational diseases. Available at: <http://www.social.org.ua/activity/stat> (acctssed October 30, 2018).

4. Bochkovskiy A.P. (2014). “Priority directions of improvement of the system of management of

labor protection at enterprises”. *Zernovi produkty` i kombikormy*, Vol. 2, no 54, pp. 11-16. DOI: 10.13140/RG.2.1.2255.8483

5. Postan M. Ya. (2006). “Modeling of complex systems using semi-Markov processes with demolition” *Identifikatsiya sistem i zadachi upravleniya: Trudy V Mezhdunarodnoy konferentsii* [System Identification and Management Tasks: Proceedings of the V International Conference]. Moscow, 2006. pp. 604–617.

6. Postan M. Ya. (2006). *Ekonomiko-matematicheskie modeli smeshannyih perezovok: monografiya*. [Economic and mathematical models of multimodal transport: monograph]. Astroprint, Odessa.

7. Postan M.Ya. (2007). Application of Markov Drift Processes to Logistical Systems Modeling. *Dynamics in Logistics: Proc. of First Intl. Conf.* Bremen: Springer-Verlag, 2007. pp.443–455. DOI: 10.1007/978-3-540-76862-3

8. Postan M.Ya. (2016). Application of Semi-Markov Drift Processes to Logistic Systems Modeling and Optimization. *Dynamics in Logistics*” LDIC2014: Proc. of 4th Intl. Conf. Berlin: Springer, 2016. pp. 227–237. DOI: 10.1007/978-3-319-23512-7

9. Bochkovskiy A.P., Gogunskiy V.D. (2018). Development of the method of professional risk optimum management. *Eastern-European Journal of Enterprise Technologies*. Vol. 3/3, no 93. pp. 6–11. DOI: 10.15587/1729-4061.2018.132596

A.P Bochkovskiy

#### METHODOLOGICAL BASIS FOR THE USE OF MARKOV PROCESSES FOR RISK ASSESSMENT IN SYSTEMS «MAN–MACHINE–ENVIRONMENT»

**Introduction.** For today there are about a hundred high-quality, quantitative and combined risks evaluation techniques, but none of them is suitable for use in the field of occupational healthy and safety since it does not take into account the dynamic nature of the random hybrid influence on the employee of dangerous and harmful productive factors within "man-machine-environment" systems. For a description of the actual process of hybrid influence of dangers on a employee, it is necessary to use a special subclass of Markov processes with drift, the use of which for risk evaluation in the field of occupational healthy and safety is still unknown.

**Purpose.** Development of methodological bases for application of Markov processes with drift to evaluate the risks of occupational dangers origin.

**Methods.** A special method of quantitative analysis of complex systems - Markov analysis was used to simulate the random processes of negative influence of dangers on the employee.

**Results.** A special subclass of Markov processes with drift for the possibility of simulation the hybrid nature of the influence on the employee of dangerous and harmful productive factors was first substantiated and proposed for the risks evaluation procedure in "man-machine-environment" systems. A system of differential equations and limit conditions for finding the limit distribution of the random process probabilities of occupational dangers origin in "man - machine - environment" systems was obtained.

**Conclusions.** The limit distribution of the random process probabilities of occupational dangers origin in "man - machine - environment" systems was determined limiting and expressions for the determination of a number of key indicators that can be used to evaluate the risks level of occupational dangers origin were obtained. It is advisable to develop the further research in the direction of the possibilities of realization of the proposed modeling scheme within combination of analytical approach and simulation modeling.

**Keywords:** occupational safety and health, risk assessment, markov processes, "man-machine-environment" systems, occupational hazards.